## TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA EN UNA COLUMNA VERTICAL EMPACADA, PARALA DESTILACIÓN SOLAR DE AGUA

Ignacio R. Martín Domínguez

Ma. Teresa Alarcón Herrera

Centro de Investigación en Materiales Avanzados, S.C. (CIMAV) Miguel de Cervantes 120. Complejo Industrial Chihuahua. 31109 Chihuahua, Chih. México. 52 (614) 439-1148 FAX: 439-1112 <u>ignacio.martin@cimav.edu.mx</u>

#### RESUMEN

Se presenta el modelado matemático, implementación en una hoja de cálculo electrónica y simulación de los procesos de transferencia de calor y masa que ocurren en una columna vertical empacada, destinada a la evaporación de agua. El dispositivo propuesto es parte integrante de un sistema solar para la destilación de agua. El sistema de ecuaciones diferenciales acopladas que se obtiene, es resuelto numéricamente mediante el método de Runge-Kutta. Los resultados obtenidos son presentados como procesos en diagramas psicrométricos, y permiten visualizar claramente los efectos de las variables principales, flujos másicos de agua y aire y temperaturas de entrada de ambas sustancias, sobre la tasa de evaporación alcanzada.

#### ABSTRACT

The mathematical modeling, spreadsheet implementation and simulation of the heat and mass transfer processes that occur in a water vaporization packed tower are presented. The proposed device is integral part of a solar water distillation system. The coupled system of differential equations that results is solved by means of a Runge-Kutta numerical method. Results are presented as thermal processes on psychrometric charts, which allow a good visualization of the effects of main variables, like water and air mass flows and inlet temperatures of both substances over the water vaporization rate.

#### NOMENCLATURA

- $A_{\nu}~~$ Área de la superficie mojada, por unidad de volumen  $[m^2/\,m^3]$
- Cp Calor especifico a presión constante [kJ / kg . K]
- D Coeficiente de difusividad  $[m^2 / s]$
- h Entalpía [kJ / kg]
- $h_c$  Coeficiente convectivo de transferencia de calor  $[W\,/\,m^2$  . K]
- $h_D$  Coeficiente convectivo de transferencia de masa [kg / m<sup>2</sup>.s]
- kga Kilogramos de aire seco
- kgv Kilogramos de vapor
- Le Número de Lewis
- *m* Flujo másico [kg / s]
- Nu Número de Nusselt
- Re Número de Reynolds
- Sc Número de Smidth
- Sh Número de Sherwood
- t Temperatura [°C o K]

- Tbh Temperatura de bulbo húmedo [°C]
- Tbs Temperatura de bulbo seco [°C]
- V Volumen [m<sup>3</sup>]
- W Humedad absoluta [kgv / kga]

#### Letras Griegas

- a Difusividad térmica [m<sup>2</sup>/s]
- ? Densidad [kg / m<sup>3</sup>]
- ? Conductividad térmica [W / m . K]

#### Subíndices

- 1 Entrada
- 2 Salida
- a Aire
- f Líquido saturado
- g Vapor saturado
- 8 Condición fuera de la capa límite
- s Saturación
- v Vapor
- w Agua líquida; a la temperatura del agua líquida

## INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presenta el modelo matemático de los procesos de transferencia de calor y masa que ocurren dentro de una torre vertical empacada, por la cual circulan a contracorriente agua y aire, así como la metodología seguida para su simulación en hoja de cálculo electrónica y los resultados obtenidos.

El modelo de torre empacada aquí presentado corresponde al evaporador de destilador solar para agua, en el cual los procesos de calentamiento, evaporación y condensación ocurren en dispositivos diseñados específicamente para cada proceso [Martín-Domínguez y Pérez-Galindo, 1998], como se muestra esquemáticamente en la Figura 1. En este dispositivo el agua, calentada previamente en colectores solares, entra por la parte superior, se distribuye uniformemente sobre la sección transversal y empapa el material de relleno al descender por gravedad. De esta forma se provee una superficie extendida para el contacto entre el agua y el aire y al mismo tiempo se prolonga el tiempo de residencia del agua en la torre.

#### MODELADO

Para modelar los procesos de transferencia de calor y masa dentro de la torre, se realizaron balances de masa y energía en un volumen diferencial situado en una sección transversal de la columna, como se muestra en la Figura 2. En la figura la corriente de aire sube mientras que la de agua baja, y se modela como si existiera una interfase entre ambas. Las condiciones de entrada de ambas corrientes se etiquetan con el subíndice 1, y las de salida con el subíndice 2.

En la literatura existen modelos del comportamiento de torres de enfriamiento evaporativo, cuyo objetivo es enfriar la corriente de agua caliente que llega al equipo. Estos modelos están basados en supuestos tales como que el aire utilizado siempre está a la temperatura ambiente, y se desprecia la cantidad de agua evaporada en el equipo [El-Dessouky *et al.* 1997; Sadasivam y Balakrishnan, 1995]. Las suposiciones anteriores impiden utilizar dichos modelos para simular una torre donde lo que se busca es estimar precisamente la cantidad de agua evaporada.

#### Balance de masa para el agua.

El agua puede cambiar de fase e incorporarse o desprenderse de la corriente de aire, que permanece siempre como gas, y no es soluble en la corriente de agua. Haciendo un balance de masa se tiene que:

$$\dot{m}_a W + \dot{m}_w = \dot{m}_a \left(W + dW\right) + \dot{m}_w - d\dot{m}_w \tag{1}$$

De donde se obtiene la ecuación de continuidad en forma diferencial:

$$dm_w = m_a \, dW \tag{2}$$

Integrando entre la parte superior de la columna y el volumen diferencial dV, se obtiene:

$$\dot{m}_{w} = \dot{m}_{w1} - \dot{m}_{a} \left( W_{2} - W \right) + \dot{m}_{a} \, dW \tag{3}$$

#### Ecuación de energía

El balance de energía sobre el volumen diferencial da:

$$\dot{m}_{a}h + \dot{m}_{w}h_{fw} = \dot{m}_{a}(h + dh) + + (\dot{m}_{w} - d\dot{m}_{w})(h_{fw} - dh_{fw})$$
(4)

Al eliminar los términos con diferenciales de orden superior, la ecuación queda como:

$$\dot{m}_a dh = \dot{m}_w dh_{fw} + d\dot{m}_w h_{fw} \tag{5}$$

Al sustituir la ecuación de continuidad en sus formas integrada y diferencial, y despreciando los términos con diferenciales de orden superior se obtiene la ecuación de conservación de energía:

$$\dot{m}_a dh = \left[ \dot{m}_{w1} - \dot{m}_a (W_2 - W) \right] dh_{fw} + \dot{m}_a h_{fw} dW \qquad (6)$$

#### Transferencia de calor y masa

La tasa de evaporación de agua en el volumen diferencial dV se puede expresar como un proceso de transferencia de masa convectivo:

$$d\dot{m}_{w} = \dot{m}_{a}dW = h_{D}A_{v}dV\left(W_{s,w} - W\right) \tag{7}$$

La transferencia de calor entre el líquido y el aire incluye tanto convección como la energía transportada por la evaporación del líquido:

$$\dot{m}_{a}dh = h_{c}A_{v}dV(t_{w} - t) + h_{D}A_{v}dV(W_{s,w} - W)h_{g,w}$$
(8)

En donde  $h_{gw}$  es la entalpía de vapor saturado, a la temperatura  $t_w$ , para contabilizar tanto la energía de vaporización como la energía necesaria para llevar el agua hasta la temperatura  $t_w$  desde la temperatura de referencia de 0°C.

Al dividir la ecuación de transferencia de calor (8) entre la ecuación de transferencia de masa (7) se obtiene una ecuación diferencial para el cambio de entalpía del aire respecto a la humedad del mismo:

$$\frac{dh}{dW} = \frac{h_c \left(t_w - t\right)}{h_D \left(W_{s,w} - W\right)} + h_{g,w} \tag{9}$$

Para resolver esta ecuación diferencial se requiere contar con expresiones para los coeficientes de transferencia de calor y masa, que son funciones de propiedades termodinámicas, características geométricas de la región de integración, y características del flujo existente.

# Transferencia simultanea de calor y masa entre agua liquida y aire húmedo

Dentro de la columna empacada se tiene transferencia simultánea de calor y masa entre el agua líquida y el aire. En la superficie húmeda del material de empaque se tiene una capa de agua, a la temperatura  $t_w$ , y sobre ella fluye una corriente de aire con velocidad  $V_8$ , temperatura  $t_8$  y humedad absoluta  $W_8$ , cuyos valores permanecen esencialmente constantes en las regiones de flujo alejadas de la superficie del líquido, como se muestra en la Figura 3.

#### Transferencia de calor

El proceso de transferencia de calor entre ambos fluidos se modela como:

$$h_{c}\left(t_{\infty}-t_{w}\right) = \mathbf{k}\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{y=0}$$
(10)

En donde  $h_c$  es el coeficiente de transferencia de calor por convección.

Debido a la diferencia de concentración de vapor de agua entre la corriente de aire y la región inmediata a la superficie del agua, se establece un proceso de transferencia de masa.

$$h_D\left(W_{s,w} - W_{\infty}\right) = -D \mathbf{r}_a\left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)_{y=0}$$
(11)

En donde  $h_D$  es el coeficiente de transferencia de masa por convección.

# Adimensionalización de las ecuaciones de transferencia de calor y masa.

Las ecuaciones diferenciales de transferencia de calor y masa, adimensionalizadas, tienen soluciones con las siguientes formas funcionales:

$$Nu = f(\text{Re, Pr}) \text{ y } Sh = f(\text{Re, } Sc)$$
 (12)

Como se trata de la misma geometría y de las mismas condiciones de flujo, se obtienen soluciones análogas

para ambos números. Al introducir la definición de difusividad térmica,  $\propto$ :

$$a = \frac{k}{r_a Cp} \tag{13}$$

y simplificando, se obtiene un nuevo número adimensional, el número de Lewis, Le:

$$Le = \frac{h_c}{h_D Cp} = \left(\frac{\mathbf{a}}{D}\right)^{2/3} \tag{14}$$

Esta relación permite sustituir a los coeficientes de transferencia de calor y masa, que son difíciles de conocer con exactitud, por una relación entre dos propiedades de transporte del aire, que solo dependen de la temperatura. Sustituyendo en la ecuación (9) se obtiene:

$$\frac{dh}{dW} = \frac{Le \ Cp\left(t_{w} - t\right)}{\left(W_{sw} - W\right)} + h_{gw}$$
(15)

Haciendo sustituciones de entalpías como función de temperaturas, se llega finalmente a la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dh}{dW} = Le\left(\frac{h_{sw} - h}{W_{sw} - W} - h_{g0}\right) + h_{gw} \quad (16)$$

Esta ecuación es una función de la entalpía del aire húmedo, h, de la humedad absoluta del mismo, W, y de la temperatura del líquido,  $t_w$ . Pero solo las dos primeras variables aparecen explícitamente en ella, por lo cual es conveniente tratar de obtener otra ecuación que contenga explícitamente a la temperatura del líquido. Para ello se toma la ecuación del balance de energía, ecuación (6):

$$\dot{m}_a dh = [\dot{m}_{w1} - \dot{m}_a (W_2 - W)] dh_{fw} + \dot{m}_a h_{fw} dW$$
 (17)

También se tiene la definición de entalpía de líquido:

$$h_f = Cp_f t \qquad y \qquad h_{fw} = Cp_f t_w \tag{18}$$

De la cual, al derivar respecto a la humedad absoluta del aire, se obtiene:

$$\frac{dh_{fw}}{dW} = Cp_f\left(\frac{dt_w}{dW}\right) \tag{19}$$

Dividiendo la ecuación (17) entre  $m_a dW$  y sustituyendo en ella la ecuación (19), se llega a:

$$\frac{dt_w}{dW} = \frac{\frac{dh}{dW} - h_{fw}}{Cp_f \left[\frac{m_{w1}}{m_a} - (W_2 - W)\right]}$$
(20)

Que es una segunda ecuación diferencial, dependiente también de las mismas variables, pero es explicita en  $t_w$ . Finalmente, para eliminar los diferenciales del segundo término de ésta ecuación, se puede sustituir la ecuación (16) en la (20), obteniéndose una ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dt_{w}}{dW} = \frac{Le\left(\frac{h_{sw} - h}{W_{s,w} - W} - h_{g0}\right) + h_{gw} - h_{fw}}{Cp_{f}\left[\frac{m_{w1}}{m_{a}} - (W_{2} - W)\right]}$$
(21)

Con lo anterior se tienen entonces un sistema de dos ecuaciones diferenciales acopladas, (16) y (21), que relacionan las tres variables independientes h, W y  $t_w$ . Para resolverlas se requiere hacerlo en forma simultánea, por lo cual se recurrió a implementar un método numérico.

## SOLUCIÓN NUMÉRICA

Para la solución numérica del sistema de ecuaciones diferenciales se implementó un método de Runge-Kutta de 4º orden en una hoja de cálculo electrónica. Con ello se procedió a resolver el sistema de ecuaciones diferenciales, sujeto a las condiciones de frontera prevalecientes a la entrada y salida de la torre.

#### Propiedades termodinámicas y de transporte

Para la solución de las ecuaciones diferenciales fue necesaria la evaluación de diferentes propiedades termodinámicas y de transporte, tanto para el agua como para el aire, a diferentes temperaturas. Para la estimación de las propiedades a cualquier temperatura, se utilizaron correlaciones numéricas de cada una de ellas.

## Condiciones de frontera

Para la implementación del método numérico fue necesario resolver el siguiente problema con las condiciones de frontera. El método funciona iniciando la integración de las ecuaciones en uno de los extremos de la columna, y procediendo hacia el extremo opuesto. Esto supone conocer las condiciones de ambas corrientes en uno de los extremos de la columna, pero solo se conocen los valores de la corriente que entra por ese extremo de la columna. Para iniciar la integración desde la parte inferior de la torre, se requiere conocer la humedad  $w_2$ , misma que solo se conocerá hasta terminar la integración de toda la columna, y tampoco se sabe la temperatura del líquido en la parte inferior de la torre.

Se recurrió a un proceso iterativo en el cual se suponía un valor inicial para las condiciones de frontera desconocidas en uno de los extremos de la columna, (condiciones de salida de una de las corrientes), procediendo a integrar hasta llegar al otro extremo. Se comparan entonces los valores de entrada calculados para la corriente a la cual se le supusieron valores de salida. De existir diferencias entre ambos valores se corrigen las condiciones supuestas a la entrada y se procede a integrar nuevamente, hasta que las diferencias sean menores a un cierto error permitido. Para implementar este proceso iterativo se utilizó la herramienta de optimización denominada "Solver", disponible en la hoja de cálculo, tomando como función objetivo la diferencia entre las temperaturas deseada y calculada para el líquido a la entrada de la torre, parte superior, y buscando minimizarla.

## SIMULACIÓN

Se realizaron corridas para tres diferentes combinaciones de condiciones de entrada del agua y del aire a la torre de evaporación. Se escogió una temperatura de entrada para el agua de 50°C, y se analizaron tres casos para las condiciones de entrada del aire, 30°C, 50°C y 60°C, manteniendo la humedad absoluta de entrada similar para los tres casos. Para cada caso se realizaron corridas variando el flujo másico de aire y manteniendo fijo el flujo de agua.

El diagrama psicrométrico muestra las condiciones de humedad, W, y temperatura, t, del aire que circula por la torre. De el agua liquida que circula en contra flujo, solo su temperatura, t<sub>w</sub>, es de importancia en este análisis. El aire situado exactamente en la interfase aire - líquido tiene la temperatura del líquido y se encuentra saturado a esa temperatura, como se muestra, por lo cual es posible situar su estado en el diagrama psicrométrico sobre la curva de 100% de humedad relativa, y su temperatura es idéntica a la del líquido, por lo cual se puede visualizar los estados del líquido como un proceso que ocurre siempre sobre la curva de 100% de humedad relativa. Con ello se pueden apreciar claramente las dos fuerzas motrices del proceso de evaporación, la temperatura horizontalmente y la humedad absoluta verticalmente.

### RESULTADOS

Las siguientes figuras muestran la evolución del proceso de humidificación del aire a su paso por el interior de la torre de evaporación, así como el proceso de enfriamiento del agua líquida que circula a contracorriente.

En los casos que se muestran se mantuvo constante el flujo másico de agua, y se hizo variar el flujo másico de aire, obteniéndose una gráfica para cada valor de flujo de aire.

# Caso con temperaturas de entrada de aire y agua iguales.

En éste primer grupo de gráficas se fijaron las temperaturas de entrada de aire y agua en 50°C, entrando el agua con una humedad absoluta de aproximadamente 0.011 kgv/kga. En este grupo de casos se puede observar que si bien ambas corrientes ingresan a la torre a la misma temperatura, dado que el aire tiene una humedad relativa de 14% a la entrada, se establece una transferencia de masa, por evaporación, que reduce la temperatura del líquido. Se origina entonces también una diferencia de temperaturas y por consiguiente se establece un flujo de calor del aire hacia el agua.

La Figura 4 muestra el caso en donde la relación entre los flujos de agua y aire es tal, que la energía ganada por el aire por evaporación compensa exactamente a la energía perdida por transferencia de calor, originando que la temperatura del aire se mantiene constante durante todo el proceso, mientras que el agua se enfría 4.3°C entre la entrada y la salida.

En la Figura 5, Figura 6, y Figura 7 se puede observar que al aumentar el flujo de aire aumenta la cantidad de agua evaporada, lo cual origina cada vez mayor enfriamiento en el agua. Con ello el aire a su vez pierde más calor por convección de la energía que gana por evaporación, originando que su temperatura también disminuya, siguiendo a la temperatura del líquido. Este efecto se magnifica conforme aumenta el flujo de aire, como puede verse en las graficas que muestran los flujos mayores de aire.

Conforme la curva de proceso del aire se acerca a la línea de operación del líquido, la diferencia de concentración de humedad se reduce, (la humedad relativa del aire se acerca al 100%), y la tasa de evaporación disminuye, hasta que el aire alcanza condiciones de saturación y de equilibrio térmico, en algún punto del interior de la torre, antes de alcanzar la sección de salida de la misma. A partir de esa condición, al seguir subiendo el aire hacia la parte superior de la torre, va entrando en contacto con agua a mayor temperatura y entonces la transferencia de calor ocurre del líquido hacia el aire. Al aumentar la temperatura del aire su humedad relativa vuelve a bajar del 100%, lo cual a su vez induce más evaporación. El efecto neto de estos procesos simultáneos es que el aire se calienta y se humedece simultáneamente, siguiendo la línea de saturación hasta la salida de la torre, en donde alcanza las condiciones de frontera impuestas para la simulación, que son equilibrio térmico con el agua de entrada y saturación a esa temperatura.

# Caso con temperatura del aire superior a la del agua

En las siguientes figuras se presenta el caso en que la temperatura de entrada del aire se tiene superior a la del agua, 60°C y 50°C respectivamente. De nuevo se mantiene la humedad absoluta de entrada del aire en un valor similar al caso anterior.

La Figura 8 muestra los resultados obtenidos al considera un flujo de aire de 0.1 kg/min. En ella se puede de nuevo observar que para flujos bajos de aire, el agua se enfría marginalmente a su paso por la torre, originando que los procesos de humidificación y enfriamiento en el aire tengan importancias similares, y el proceso ocurre casi en una línea recta que une el estado inicial con las condiciones de frontera impuestas a la salida.

La Figura 9, Figura 10 y Figura 11 muestran finalmente el efecto de flujos de aire cada vez mayores. Se observa que al aumentar el flujo de aire hay cada vez más evaporación, y el agua líquida se enfría cada vez más. El aire se ve sujeto a gradientes de temperatura mayores al entrar a la torre, por lo cual se enfría rápidamente acercándose a la línea de saturación. Conforme el estado del aire se aproxima a la línea de saturación la transferencia de masa por difusión pierde relevancia y la curva del proceso continúa paralela a la curva de saturación.

# Análisis de resultados y consecuencias sobre el diseño propuesto

En los resultados aquí mostrados es de notarse que no es posible correlacionar la posición física donde se tienen determinadas condiciones de temperatura y/o humedad del aire respecto a las condiciones de temperatura del líquido, dentro de la torre empacada, a excepción única de los estados de entrada y salida. Esto es, los extremos de las curvas de proceso del aire y del agua corresponden a las condiciones de entrada y salida, pero para los demás estados no se conoce su posición dentro de la torre. Lo anterior es debido a que el modelo no contiene información sobre el tamaño de la misma. Ésta información se deberá obtener experimentalmente.

Es fácil observar en las gráficas que, para maximizar la cantidad de agua evaporada, los parámetros importantes son el flujo de aire y la diferencia de humedades absolutas del mismo entre la entrada y la salida.

## Flujo de aire

Para un cierto tamaño del sistema propuesto, esto es, área de colectores solares y dimensiones de torre empacada y condensador, la cantidad máxima de agua que será posible evaporar en la torre se alcanzará a un cierto flujo de aire. Debido a que el aire deberá fluir a través de la torre empacada se prevé que el uso de un ventilador mecánico será indispensable para lograr tasas de evaporación adecuadas.

#### Diferencias de humedad entre entrada y salida

Para lograr la máxima tasa de evaporación en la torre empacada, por kg de aire que circule por ella, se deberá buscar que el aire de entrada tenga la mínima humedad absoluta, mientras que a la salida deberá tener la máxima posible.

Por otro lado, para alcanzar la máxima humedad posible en el aire a su paso por la torre de evaporación, se deberá contar con un suministro de agua a la máxima temperatura posible y lograr que el aire salga de la torre en condiciones de saturación y a la temperatura mas cercana posible a la del agua de suministro.

La temperatura del agua de alimentación estará gobernada por las características de los colectores planos utilizados para su calentamiento, insolación disponible, numero de colectores y flujo másico de líquido que circule por ellos.

## REFERENCIAS

*Bernier, M.A.* Thermal performance of cooling towers. ASHRAE Journal, pp. 56-61, April 1995

*El-Dessouky, H.T.A.; Al-Haddad, A. y Al-Juwayhel, F. A* modified analysis of counter flow wet cooling towers. ASME J. of Heat Transfer, v.119, pp.617-626 August 1997

*Jaber, H. y Webb, R.L.* Design of cooling towers by the effectiveness-NTU method. ASME J. of Heat Transfer, v.111, pp.837-843, Nov. 1989

Martín-Domínguez, I.R.; Pérez-Galindo, J.A.; Martín-Domínguez, A. y Hansen-Rodríguez, M.P. Solar distillator using humid-air and heat pipes for rural areas in México. Solar Engineering 1998. Procc. of the International Solar Energy Conference. Solar 98. Albuquerque, NM. E.U.A. Junio 14-17 (1998). Morehouse, J.M. y Hogan, R.E. Editores. The American Society of Mechanical Engineers

*Sadasivam, M. y Balakrishnan, A.R.* On the effective driving force for transport in cooling towers. ASME J. of Heat Transfer, v.117, pp.512-515, May 1995

*Sutherland, J.W.* Analysis of mechanical-draught counter flow air/water cooling towers. ASME J. of Heat Transfer, v.105, pp.576-583 August 1983



Figura 1. Esquema del destilador solar







Figura 3. Perfiles de velocidad, temperatura y humedad absoluta en la capa limite



Figura 4. Flujo de aire de 0.1 kg/min



Figura 5. Flujo de aire de 0.2 kg/min



Figura 6. Flujo de aire de 0.3 kg/min







Figura 8. Flujo de aire de 0.1 kg/min



Figura 9. Flujo de aire de 0.2 kg/min



Figura 10. Flujo de aire de 0.3 kg/min



Figura 11. Flujo de aire de 0.4 kg/min

# SPPINSTITUTO TECNOLÓGICO de Durango



# Memorias del Congreso Internacional de Metal-Mecánica 2002

Durango, Dgo. Noviembre 2002

Memorias del Congreso Internacional de Metal Mecánica 2002 Publicado por: Instituto Tecnológico de Durango Editado por: Dr. José Arturo Pérez Galindo Felipe Pescador 1830 Ote. Durango, Dgo. C.P. 34080 Noviembre del 2002