

UNA NUEVA HERRAMIENTA PARA EL ENTENDIMIENTO DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE MATERIALES

Alberto Díaz Díaz (investigador, alberto.diaz@cimav.edu.mx), Rubén Castañeda Balderas (técnico, ruben.castaneda@cimav.edu.mx).

Centro de Investigación en Materiales Avanzados S.C. Miguel de Cervantes 120. Complejo Industrial Chihuahua. 31109 Chihuahua, Chih. Tel: (614) 439-48-02

Resumen

En este trabajo se presenta el desarrollo de un software (COMMA) para el entendimiento del comportamiento de materiales sometidos a esfuerzos tridimensionales uniformes en el espacio. Se pueden analizar materiales isotrópicos, anisotrópicos, elastoplásticos y/o dañables. La plasticidad puede ser con endurecimiento isotrópico. Los autores muestran algunos ejemplos de aplicación que pueden auxiliar a los profesores de mecánica de materiales en la enseñanza de la mecánica de materiales no lineales sometidos a cargas tridimensionales. Este software puede ser una herramienta de gran valor pedagógico para comprender mejor el comportamiento mecánico de materiales no lineales.

Abstract

In this paper, a new software called COMMA is developed for the calculation of stresses and strains in non-linear materials subjected to 3D loads. The materials may be isotropic, anisotropic, elastic-plastic with or without damage. A hardening law may also be defined by the user. Several application examples are shown in order to prove the efficiency and flexibility of the software. The software may be an useful tool in universities for a better understanding of the behavior of non linear materials subjected to 3D loads.

Introducción

El diseño de estructuras requiere del conocimiento del comportamiento mecánico de los materiales. Este comportamiento, además de la elasticidad, puede presentar fenómenos como la plasticidad o el daño (microagrietamiento del material). Existen actualmente varios modelos que permiten modelar los fenómenos citados anteriormente. Los modelos de mayor precisión son desgraciadamente los más complejos de comprender, de enseñar y de implementar numéricamente. Para ayudar a comprender y a enseñar estos modelos, se diseñó el software COMMA (COmportamiento Mecánico de MAteriales). Este software calcula los esfuerzos, deformaciones totales, deformaciones plásticas, variables de daño y otros campos que se generan debido a cargas mecánicas. El software supone un estado de esfuerzos tridimensional pero uniforme. De esta manera se pueden aplicar cargas de tipo tensión, compresión, cortante y cargas tridimensionales combinadas tal y como lo muestra la

figura 1. Es muy importante tomar en cuenta esfuerzos tridimensionales pues los fenómenos que pueden ocurrir en un estado tridimensional de esfuerzos son muy diferentes a los que ocurren en tensión pura (estado unidimensional). Este caso de tensión es el que únicamente, por lo general, se enseña en ingeniería.

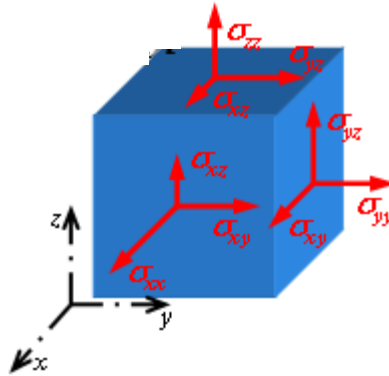


Figura 1. Estado tridimensional de esfuerzos

Por otro lado el software puede considerar materiales isotrópicos o anisotrópicos. La anisotropía es otro tema que muchos estudiantes desconocen o comprenden poco y que el software permite ayudar a comprender. De esta manera, el software COMMA puede ser una herramienta de gran utilidad para materias como mecánica del continuo, elasticidad, materiales compuestos, mecánica de materiales no lineales, etc. Asimismo, el software puede ser de gran ayuda para la identificación de las propiedades de los materiales que intervienen en los modelos de plasticidad, daño y elasticidad.

A continuación, se describen brevemente los modelos que fueron implementados en COMMA y los algoritmos utilizados para resolver las ecuaciones de los modelos. Después, se describe el funcionamiento del software. Por último, se presentan tres ejemplos de aplicación del software: el primero con un material con daño, el segundo con un material elastoplástico sin daño y el tercero con un material elastoplástico con daño.

2. MODELOS Y ALGORITMOS UTILIZADOS

2.1 Modelo de plasticidad y daño

En esta parte se describe brevemente el modelo utilizado en el software COMMA. Este modelo está inspirado del modelo en (Allix y col., 96) y fue extendido para el caso de materiales anisotrópicos en general.

Las ecuaciones del modelo son las siguientes:

- Ecuación de comportamiento lineal elástico

$$\sigma = A : \left(\varepsilon - \varepsilon^p \right)$$

donde $\bar{\sigma}$, \bar{A} , $\bar{\varepsilon}$ y $\bar{\varepsilon}^p$ son los tensores de esfuerzos, de rigideces del material, de deformaciones totales y de deformaciones plásticas, respectivamente. El tensor de rigideces del material depende de la magnitud del daño que existe en el material. Este daño en un material anisotrópicos es modelado por el tensor de daño \bar{d} . En el sistema de ejes (x,y,z) los coeficientes del tensor de rigideces se escriben de la siguiente manera:

$$A_{ijkl} = A_{ijkl}^0 (1 - d_{ij})$$

donde A_{ijkl}^0 son los coeficientes del tensor de rigidez en el material virgen (sin daño) y d_{ij} son los parámetros de daño ($0 \leq d_{ij} \leq 1$, si alguno de estos coeficientes alcanza el valor 1, el material está 100% dañado)

- Criterio de plasticidad con endurecimiento

$$f(\bar{\sigma}, p) = \sigma^{eq} - R(p) - R_o$$

- donde σ^{eq} es el esfuerzo equivalente definido por

$$\sigma^{eq} = \sqrt{\sum_{1 \leq i, j, k, l \leq 3} a_{ijkl} \left(\frac{\sigma_{ij}}{1 - d_{ij}} \right) \left(\frac{\sigma_{kl}}{1 - d_{kl}} \right)}, \quad a_{ijkl} \text{ son constantes propiedades del material}$$

- R es el factor de endurecimiento expresado por $R = Kp^\gamma$ (K y γ son constantes propiedades del material)
- p es la plasticidad acumulada definida por

$$p = \int_{\text{historia del material}} dp, \quad dp = \sqrt{\frac{2}{3} \left(d\varepsilon_{xx}^p{}^2 + d\varepsilon_{yy}^p{}^2 + d\varepsilon_{zz}^p{}^2 + d\varepsilon_{xy}^p{}^2 + d\varepsilon_{xz}^p{}^2 + d\varepsilon_{yz}^p{}^2 \right)}$$

- R_o es una constante propiedad del material conocida como la cedencia inicial

- Ley de flujo de las deformaciones plásticas

$$d\varepsilon_{ij}^p = \sum_{1 \leq k, l \leq 3} a_{ijkl} \frac{\sigma_{kl}}{(1 - d_{kl})(R - R_o)}, \quad \text{para } 1 \leq i, j \leq 3.$$

- Evolución del daño

$$d_{ij} = \sup_t \left(\frac{\sqrt{Y} - \sqrt{Y_0}}{\sqrt{Y_c}}, 0 \right)$$

donde

- “ $\sup_t(m, n)$ ” es el valor máximo alcanzado por m y n a lo largo de la historia hasta el instante t . Esta función refleja la irreversibilidad del daño (el daño no puede más que aumentar en un material sometido a cargas mecánicas)

- Y_o es una propiedad del material llamada la energía mínima requerida para iniciar el daño
- Y_c es la energía crítica de falla
- Y es la energía de fractura definida por

$$Y = \sum_{1 \leq i, j \leq 3} b_{ij} Y_{ij}, \quad Y_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{ij}^2}{A_{ijij}^0 (1 - d_{ij})^2}, \quad b_{ij} \text{ son constantes propiedades del material.}$$

Como se puede ver, el problema contiene ecuaciones no lineales algebraicas e incrementales.

2.2 Algoritmo de resolución

Para resolver las ecuaciones del problema, se utiliza un algoritmo de tipo Newton-Raphson. Para este efecto, se separan las ecuaciones lineales de las no lineales. El conjunto de ecuaciones lineales es llamado (L) y el de las no lineales es llamado (NL). Al conjunto (L) se le agregan los gradientes de las ecuaciones no lineales (se linealizan las ecuaciones no lineales). En la figura 2 se muestran las etapas del algoritmo y su lógica.

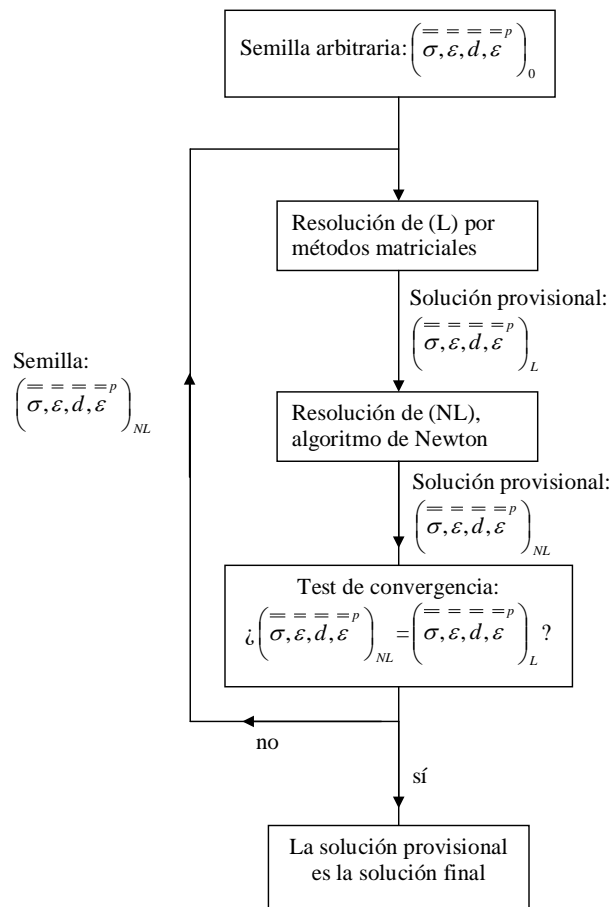


Figura 2. Algoritmo de resolución

2. DESCRIPCIÓN DEL SOFTWARE Y SU FUNCIONAMIENTO

El software fue programado en C++ Builder. El software tiene una ventana principal que se muestra en la figura 3, en la cual el usuario puede acceder a la selección del material y sus propiedades, de la dirección tridimensional de carga, de la velocidad de aplicación de carga y a otros parámetros necesarios para el cálculo.

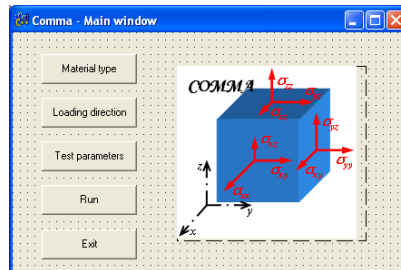


Figura 3. Ventana principal del software COMMA

Al seleccionar el botón “Material type”, aparece una ventana donde se especifica si el material es isotrópico o anisotrópico y si se desea considerar la plasticidad y/o el daño (“damage”). Después de seleccionar el material, uno debe de ingresar las propiedades del material. En la figura 4, aparecen las propiedades que debe de ingresar el usuario al seleccionar un material isotrópico plastificable.

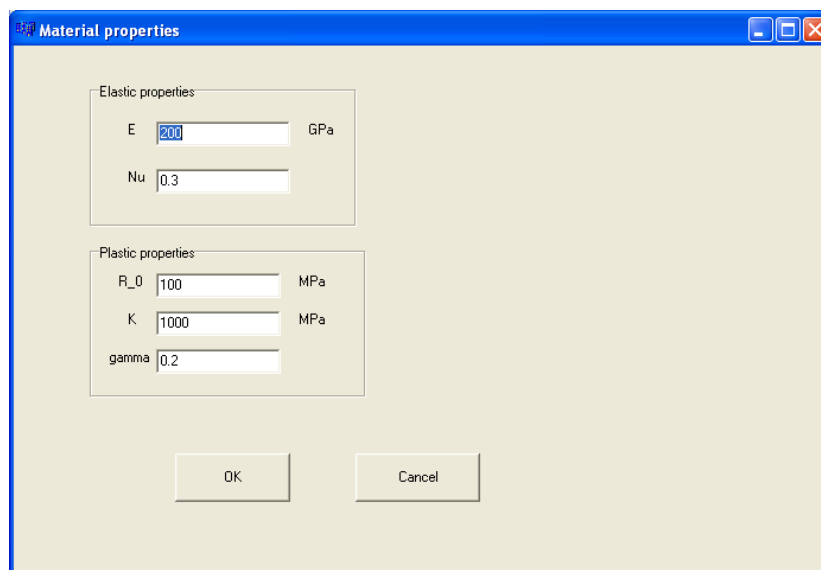


Figura 4. Propiedades del material

Una vez que el usuario ingresa las propiedades del material, se debe de seleccionar una dirección de carga en el espacio virtual de esfuerzos y/o deformaciones. Para esto, el usuario debe de hacer clic en el botón “Loading direction” de la ventana principal y la ventana de la figura 5 aparece. En esta ventana se ingresa los datos de la dirección de carga.

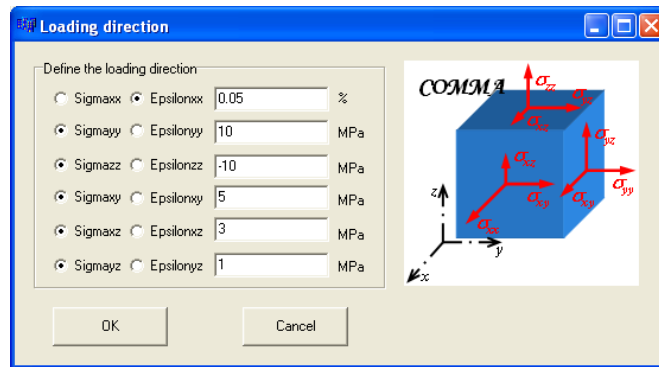


Figura 5. Selección de la dirección de carga

Después se deben de especificar los parámetros de ensayo de la figura 6. Entre estos parámetros se encuentran la forma en que se ejercen las cargas (carga monotónica ó cíclica) la velocidad de carga (se trata de una carga proporcional en la dirección de carga especificada), el valor máximo de carga, la amplitud, la frecuencia, etc. Una vez seleccionados estos datos de entrada, se crea una base de datos y se realizan los cálculos haciendo clic en el botón “Run” de la ventana principal. Los resultados en función del tiempo son guardados en una base de datos. Al final de los cálculos aparece una ventana para el análisis de resultados. En ésta se seleccionan los datos que uno desea graficar (ver figura 7, se puede seleccionar un tipo de campo en el eje de las x y otro campo en el eje de las y).

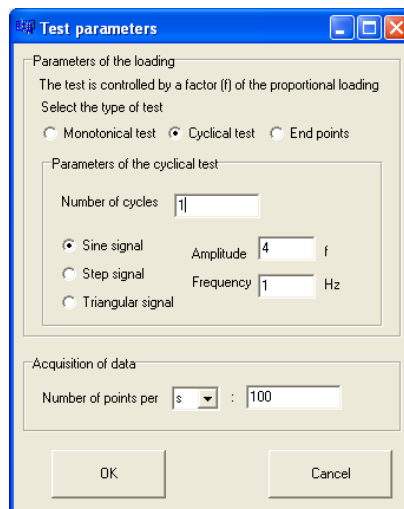


Figura 6. Parámetros de ensayo

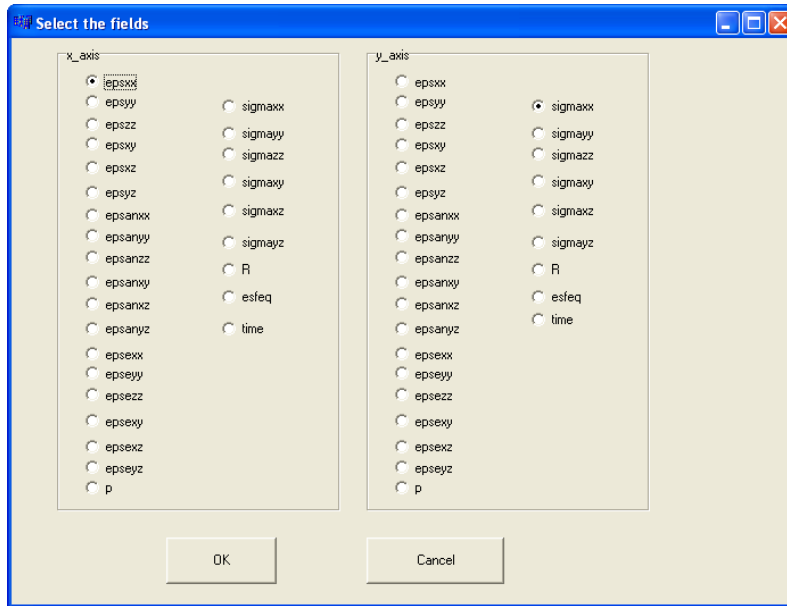


Figura 7. Selección de campos para el eje de las x y para el eje de las y

En la figura 8, aparece el ejemplo de la gráfica de σ_{xx} contra ε_{xx} para los datos de entrada seleccionados. Se trata de un tipo de carga cíclica con deformación controlada sobre el material elastoplástico definido en la figura 5.

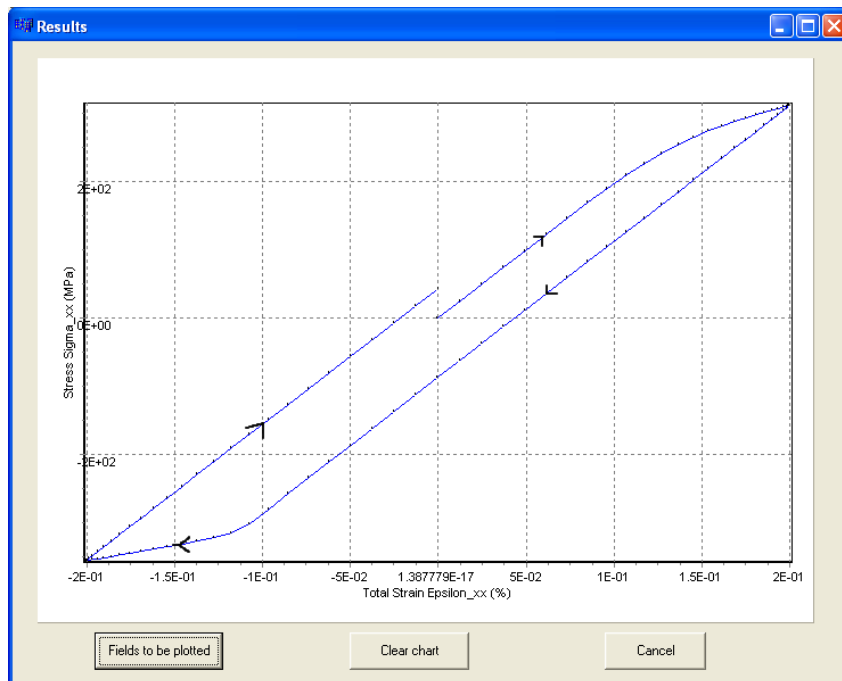


Figura 8. Ejemplo de gráfica de resultado (σ_{xx} vs. ε_{xx}) en carga cíclica (1 ciclo)

3. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

3.1. Material elastoplástico en carga cíclica bidireccional

Consideremos el caso de un acero elastoplástico sometido a un ciclo de carga bidireccional. En la figura 9, aparece la evolución en el tiempo de las cargas aplicadas en las dos direcciones. Se trata de dos señales senoidales.

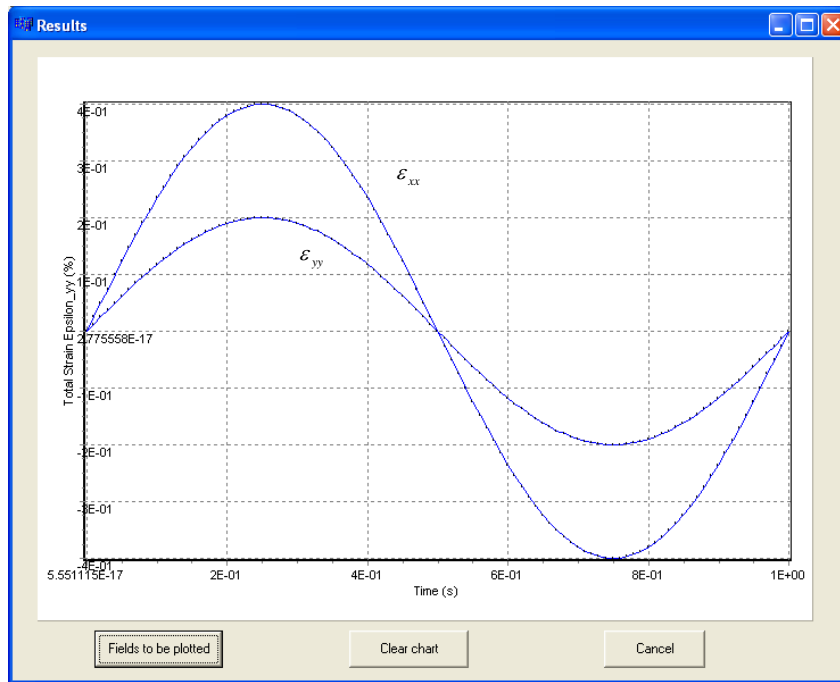


Figura 9. Evolución en el tiempo de las cargas aplicadas

En la figura 10 aparece la gráfica σ_{xx} vs. ϵ_{xx} . En ésta se puede observar que después del ciclo, para regresar a un estado de deformación $\epsilon_{xx} = 0$ es necesario aplicar una carga. Esto significa que existe una deformación plástica; en la figura 11 se puede apreciar la gráfica ϵ_{xx}^p vs ϵ_{xx} . Por otro lado, es importante subrayar que en presencia de plasticidad sin daño, la rigidez no se pierde de tal manera que las porciones de recta en la figura 10 de tipo elástico tienen una misma pendiente.

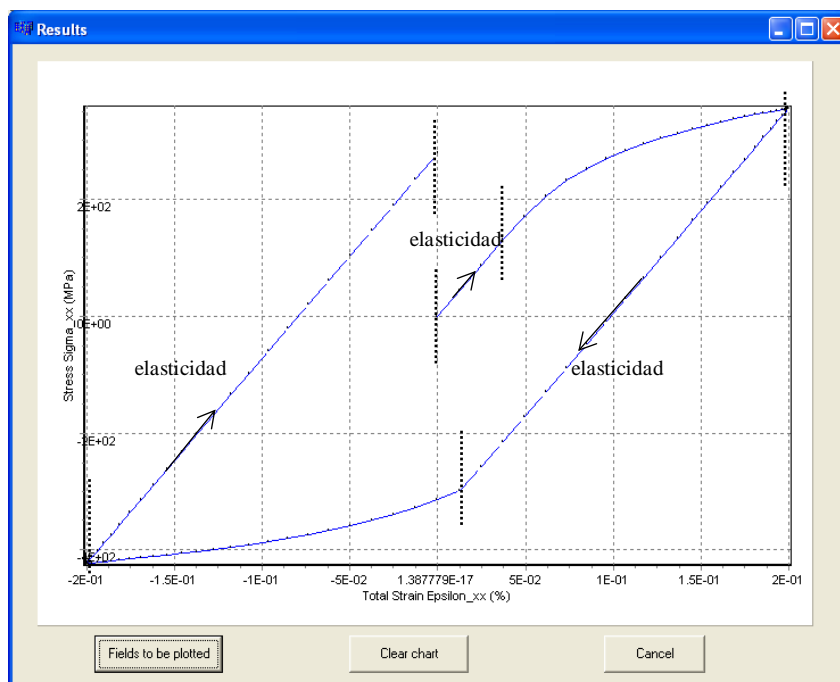


Figura 10. Gráfica σ_{xx} vs. ϵ_{xx} .

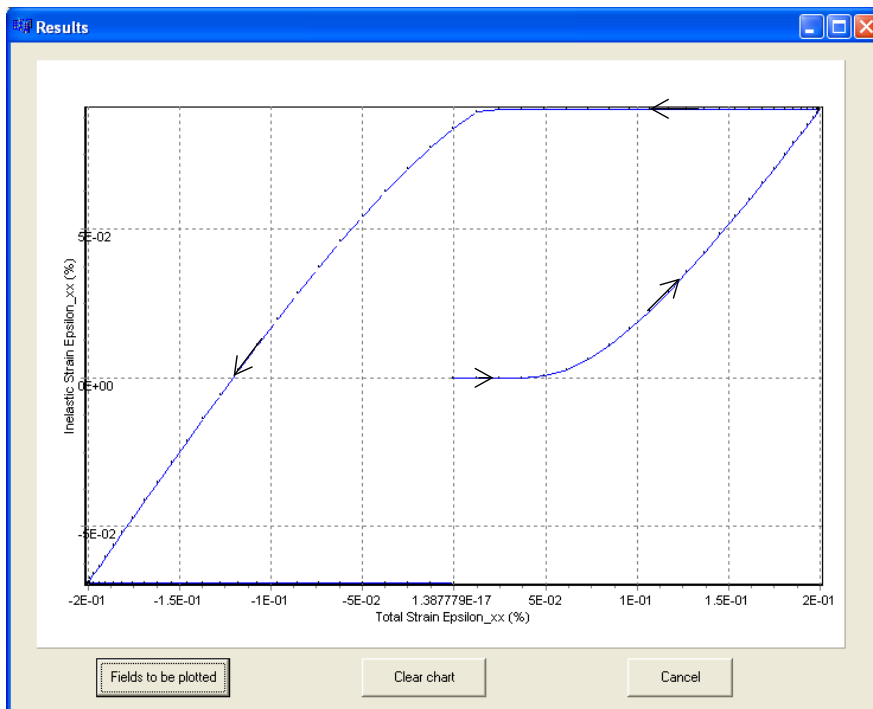


Figura 11. Gráfica ε_{xx}^p vs. ε_{xx} .

3.1. Material elastoplástico dañable en carga bidireccional monotónica

Para una dirección de carga igual a la anterior pero de tipo monotónico, se muestra en la figura 12 la gráfica σ_{xx} vs. ε_{xx} . A diferencia del caso anterior en la figura 10, las zonas elásticas tienen una pendiente diferente (esta pendiente va disminuyendo). Esto es debido a que el material se va dañando debido a la aparición de microgrietas. El módulo de Young aparente del material va disminuyendo.

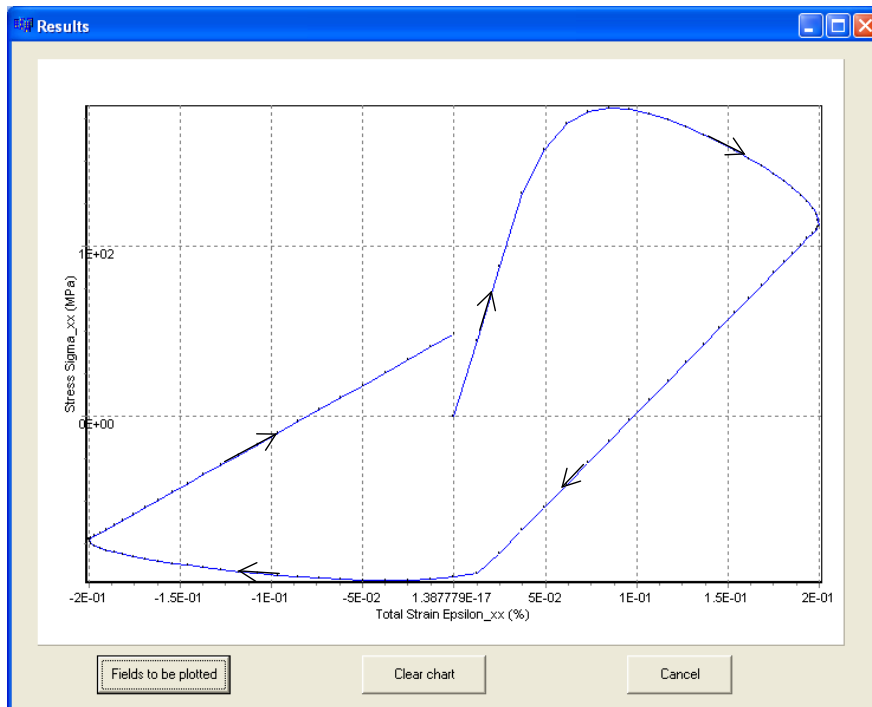


Figura 12. Gráfica σ_{xx} vs. ε_{xx} para un material elastoplástico dañable

CONCLUSIÓN

Se presentó en este artículo un nuevo software llamado COMMA para la simulación del comportamiento mecánico de materiales no lineales sometidos a cargas 3D. Los ejemplos de aplicación mostrados pueden ayudar a comprender mejor las ecuaciones complejas del comportamiento no lineal de los materiales. Este software puede ser una herramienta de gran utilidad en la enseñanza y aprendizaje de la mecánica de materiales. Cabe mencionar que el software es gratuito y puede ser descargado libremente de la página *web* del Centro de Investigación en Materiales Avanzados S.C. (<http://www.cimav.edu.mx>).

REFERENCIAS

Allix O, Bahlouli N, Cluzel C, Perret L. Modelling and identification of temperature-dependent mechanical behaviour of the elementary ply in carbon-epoxy laminates. *Composite Science and Technology*, Vol 56, pp. 883-888, 1996.

Aubard X, Boucard P, Ladevèze P, Michel S. Modeling and simulation of damage in elastomer structures at high strains. *Computers & Structures*, Volume 80, pp 2289-2298. 2002.