

## **Interfaz gráfica en COMSOL para simulación de cosecha de energía por un dispositivo tipo viga cantiléver**

**Pedro David Mares Castro**

*Centro de investigación en materiales avanzados.*

pedro.mares@cimav.edu.mx

**Alberto Díaz Díaz**

*Centro de investigación en materiales avanzados.*

[alberto.diaz@cimav.edu.mx](mailto:alberto.diaz@cimav.edu.mx)

**Abel Hurtado Macías**

*Centro de investigación en materiales avanzados.*

abel.hurtado@cimav.edu.mx

**Temática general:** Ingeniería y desarrollo

---

### **Resumen**

Los dispositivos electromecánicos (MEMS) se caracterizan por su tamaño y su bajo consumo energético. Aprovechando esta última característica, en las últimas décadas se han propuesto alternativas para que estos dispositivos tengan una fuente de energía autónoma, y una de estas es explotar el efecto piezoeléctrico acoplando un material de esta naturaleza a una estructura oscilatoria que utilice la energía cinética de los alrededores para convertirla en energía eléctrica. En este artículo se presenta una interfaz gráfica amigable para la simulación de cosecha de energía mediante un dispositivo piezoeléctrico bimorfo tipo viga cantiléver. Esta herramienta tiene la capacidad para determinar la frecuencia fundamental de la estructura y manipular los parámetros geométricos y de materiales de la misma, realizar un barrido en el dominio de la frecuencia, así como determinar los desplazamientos máximos del extremo libre y la energía máxima cosechada por el dispositivo cuando este se encuentra en resonancia.

**Palabras clave:** Simulación, piezoelectricidad, cosecha de energía.

### **Abstract**

Electromechanical devices (MEMS) are characterized by its size and its low power consumption. Taking advantage of this last characteristic, in the last decades alternatives have been proposed for these devices to have an autonomous source of power, and one of these is to exploit the piezoelectric effect by coupling a material of this nature with an oscillatory structure that uses kinetic energy from its surroundings in order to convert it into electrical energy. In this article it is presented a user-friendly graphic interface for the simulation of energy harvesting through a bimorph piezoelectric device cantilever beam type. This tool has the capacity to determine the fundamental frequency of the structure and to manipulate geometrical parameters and materials of the same, to make a frequency sweep in the frequency domain as well as to determine maximum displacements of the free end and the maximum energy harvested by the device when it is in resonance.

**Key words:** Simulation, piezoelectricity, energy harvesting.

### **Introducción**

El avance tecnológico y la miniaturización de los componentes electrónicos trae consigo el desarrollo de dispositivos micro electromecánicos (MEMS), característicos por su bajo consumo energético dada su escala. El área de los sensores es una de las que se ha visto beneficiada de estos dispositivos. El principio de cosecha de energía cinética de vibraciones mecánicas a través de materiales piezoeléctricos, se ha convertido en una alternativa ideal para proveer de potencia a dispositivos electrónicos de pequeña escala, principalmente a sensores en áreas remotas.

Dado que las baterías químicas son de vida finita y de alto impacto ambiental, además que en ciertas situaciones resulta difícil su reemplazo, una alternativa viable para sustituirlas son los dispositivos cosechadores de energía de pequeña escala (Muthalif & Nordin, 2015) (Ahmed, Mir, & Banerjee, 2017). Éstos son de muy poco o nulo mantenimiento, además de que proveen energía, en teoría, de manera continua e in-situ, en algunas configuraciones. Así, es posible lograr que los dispositivos recolecten la energía que esté disponible a su alrededor y la almacenen en una batería local o la utilicen en el momento.

Los dispositivos piezoeléctricos utilizados en la cosecha de energía permiten aprovechar la energía cinética de los alrededores, en forma de vibraciones, y convertir parte de ésta en energía eléctrica útil (Ahmed et al., 2017) (Kaur et al., 2016) (Shevtsov & Flek, 2016). Una viga tipo cantiléver es una de las propuestas más comunes y efectivas para aprovechar las capacidades de los materiales piezoeléctricos. Estas vigas consisten típicamente de una parte estructural y una (unimorfo) o dos (bimorfo) capas de material piezoeléctrico.

La resonancia estructural de la viga es esencial para el proceso de cosecha de energía. Por ello, se diseñan los dispositivos de acuerdo a la frecuencia con la que será excitado. Ya que en el primer modo de vibración es donde se presentan los mayores desplazamientos y deformaciones, el dispositivo se diseña de acuerdo a éste, lo que beneficiará la mayor concentración de cargas en la capa piezoeléctrica. Actualmente, grupos de investigación trabajan en optimizar la generación eléctrica mediante modificaciones en la geometría y materiales, por ejemplo, y el software COMSOL es una de las herramientas principales que utilizan para realizar las simulaciones. Sin embargo, la interfaz del software no es amigable en cuanto al análisis total y exclusivo del fenómeno de cosecha de energía. Además, no existe otro software disponible con la característica exclusiva para el análisis de este fenómeno. Por lo anterior, este trabajo se ha desarrollado para brindar al usuario una interfaz amigable y simple que le permita analizar exclusivamente el fenómeno de cosecha de energía mediante la simulación de una estructura tipo viga cantiléver excitada por una vibración armónica.

### Planteamiento del problema y ecuaciones

El software Comsol Multyphysics, mediante el método de elementos finitos, resuelve un fenómeno multi-físico, la piezoelectricidad, en el cual se implican estudios de mecánica de sólidos y electroestática. Para ello, resuelve la ecuación 1 (Ec. 1) de acoplamiento electromecánico, ecuación 3 (Ec. 3) para barrido frecuencial, la ecuación 4 (Ec. 4) para obtener la frecuencia fundamental y la ecuación 5 (Ec. 5) para determinar el desplazamiento eléctrico, entre las más relevantes, para determinar resultados entre ellos de potencia eléctrica.

El comportamiento electromecánico acoplado de los materiales piezoeléctricos se representa mediante dos ecuaciones constitutivas presentadas en forma de matriz reducida en la Ecuación 1 (Ec. 1) y Ecuación 2 (Ec. 2) respectivamente.

Efecto piezoeléctrico directo

$$\{D\} = [d]\{T\} + [\varepsilon^T]\{E\} \quad \text{Ec. 1}$$

Efecto piezoeléctrico inverso

$$\{S\} = [s^E]\{T\} + [d^T]\{E\} \quad \text{Ec. 2}$$

Donde  $\{S\}$  es el vector de deformación de seis dimensiones,  $\{T\}$  es el vector de esfuerzos,  $\{D\}$  es el vector de desplazamiento eléctrico de tres dimensiones,  $\{E\}$  es el vector de campo eléctrico,  $[s^E]$  es la matriz de complianzas de seis por seis evaluada en un campo eléctrico constante,  $[d]$  es la matriz de tres por seis de coeficientes de deformación piezoeléctricos, y  $[\epsilon^T]$  es la matriz de constantes dieléctricas de tres por tres evaluadas a un esfuerzo constante.  $T$  representa el esfuerzo inducido por los efectos mecánicos y eléctricos combinados, y  $\sigma$  representa el esfuerzo inducido por esfuerzos mecánicos solamente (Priya et al., 2017). Para efectos de este trabajo, la única ecuación considerada para el análisis es la Ec.1 del efecto piezoeléctrico directo.

Con la ecuación 3 (Ec. 3) se realiza un análisis de barrido frecuencial. En un análisis del dominio de la frecuencia se estudia la respuesta a una excitación armónica estable. Esta estabilidad es mantenida una vez que los efectos de transiente han sido amortiguados. Esta expresión es la segunda ley de Newton, la ecuación de equilibrio. En esta expresión,  $\rho$  es la densidad,  $\omega$  es la pulsación propia, el vector  $\mathbf{u}$  indica desplazamiento, el vector  $\mathbf{F}$  representa una fuerza de excitación volumétrica y  $\nabla \cdot \mathbf{S}$  la divergencia del tensor de esfuerzos.

Ecuación para realizar el barrido frecuencial

$$-\rho\omega^2\mathbf{u} = \nabla \cdot \mathbf{S} + \mathbf{F}v^{ei\phi} \quad \text{Ec. 3}$$

Mediante la ecuación 4 (Ec. 4) se realiza un estudio de frecuencias propias. Este estudio permite determinar las frecuencias propias y las formas de los modos propios.

Ecuación para determinar frecuencia fundamental

$$-\rho\omega^2\mathbf{u} = \nabla \cdot \mathbf{S} \quad \text{Ec. 4}$$

La ecuación 5 (Ec. 5) es la expresión de la primera ley de Maxwell. Esta expresión está relacionada con la concentración de carga eléctrica. También se presenta la expresión para el campo eléctrico, calculada del potencial eléctrico.

Ecuación para determinar el desplazamiento eléctrico

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v ; E = -\nabla V \quad \text{Ec. 5}$$

Actualmente no existe un software o una interfaz gráfica amigable publicada dedicada exclusivamente a abordar este fenómeno multi-físico de cosecha de energía. Para diseñar un dispositivo piezoeléctrico es necesario conocer el sitio donde se desea emplear. Este sitio debe tener una fuente de vibraciones de preferencia continua, como por ejemplo la maquinaria de una mina. Para determinar las frecuencias generadas por la maquinaria se puede hacer uso de un acelerómetro para graficar las aceleraciones en función del tiempo. Posteriormente se aplica una transformada de Fourier a los datos para determinar las frecuencias que ahí se encuentran. Una vez se conocen las frecuencias, se eligen la primera de ellas y en base a éstas se diseña el dispositivo. Las consideraciones de diseño del dispositivo implican, entre las más importantes, selección de material (tanto de parte estructural como piezoeléctrica), características geométricas del dispositivo (espesores, longitudes), selección de la masa de prueba y resistencia de carga eléctrica, ya que cada uno de ellos puede cambiar la frecuencia fundamental del dispositivo en mayor o menor proporción. Dicho lo anterior, es necesaria una herramienta de software que permita resolver cada una de las ecuaciones mencionadas anteriormente mediante el método de elementos finitos, y que además facilite al usuario manipular cada uno de los parámetros de diseño de manera sencilla y amigable.

### **Presentación de la Interfaz**

En este artículo se presenta una interfaz personalizada realizada en el software Comsol Multiphysics para simular un dispositivo piezoeléctrico bimorfo tipo viga cantiléver, con la capacidad para modificar las dimensiones de una viga rectangular, los espesores y materiales de las capas piezoeléctricas, la aceleración de la excitación armónica y la resistencia de carga eléctrica,

así como la masa de la masa de prueba. Un modelo representativo del dispositivo y los parámetros manipulables, a excepción de “Base” se muestran en la Figura 1. Base representa un empotramiento de la estructura en ese extremo. También se puede modificar el ancho de la viga, y ya que se analiza un modelo 2D, en este caso se realiza una aproximación por esfuerzos planos, que asume cero esfuerzos en la dirección normal a la hoja, mas no asume deformaciones nulas.

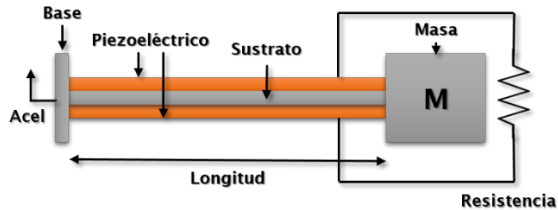


Figura 1 Modelo representativo del dispositivo y parámetros de manipulación

La aplicación cuenta con dos módulos principales. En el primero, se puede determinar la primera frecuencia natural del dispositivo utilizando como datos de entrada dimensiones y materiales, como se muestra en la Figura 2. En la pestaña de Materiales se puede seleccionar el material tanto para el sustrato como para el material piezoeléctrico. El segundo módulo corresponde a un análisis en el dominio de frecuencias, presentado en la Figura 3. Además de las pestañas de Geometría y Materiales, se presentan 3 pestañas adicionales: Parámetros, Malla y Frecuencias. En la pestaña “Parámetros” se pueden modificar los valores de aceleración, resistencia eléctrica de carga y agregar un valor de amortiguamiento. En la pestaña “Malla” se pueden modificar la fineza de los elementos de discretización, y en la pestaña “Frecuencias” se puede configurar un rango, además de un paso de análisis para el barrido en el dominio de frecuencias. En este módulo se determina el desplazamiento máximo del extremo libre, en este caso la masa de prueba, la potencia máxima y la potencia RMS lograda.

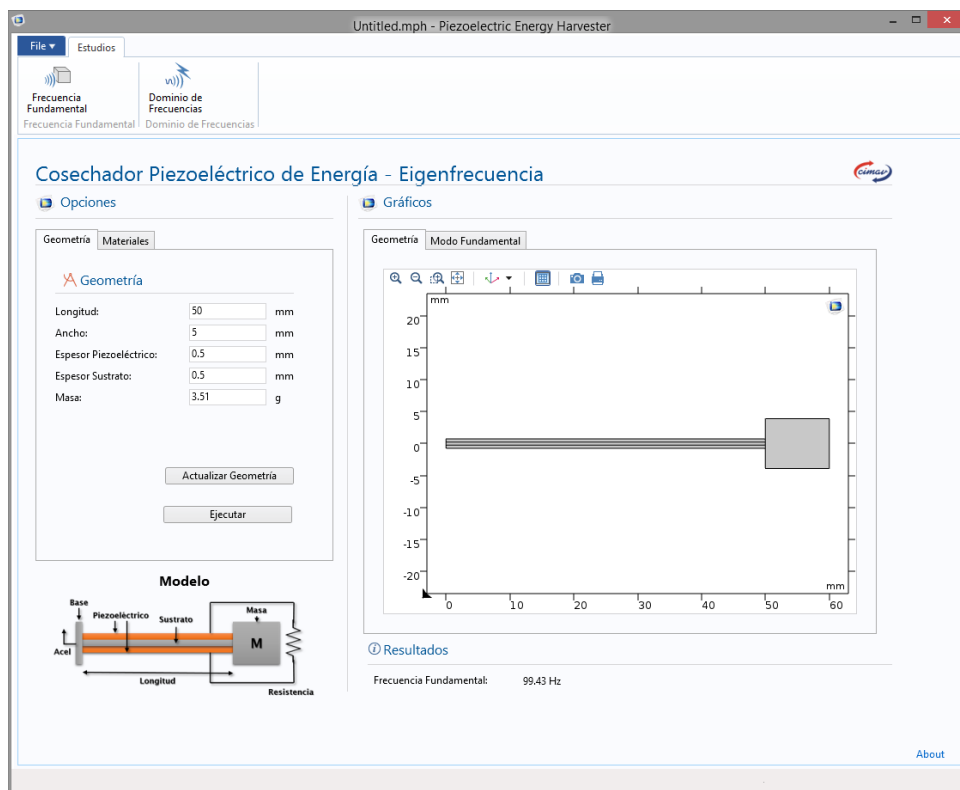


Figura 2 Módulo de Frecuencia Fundamental.

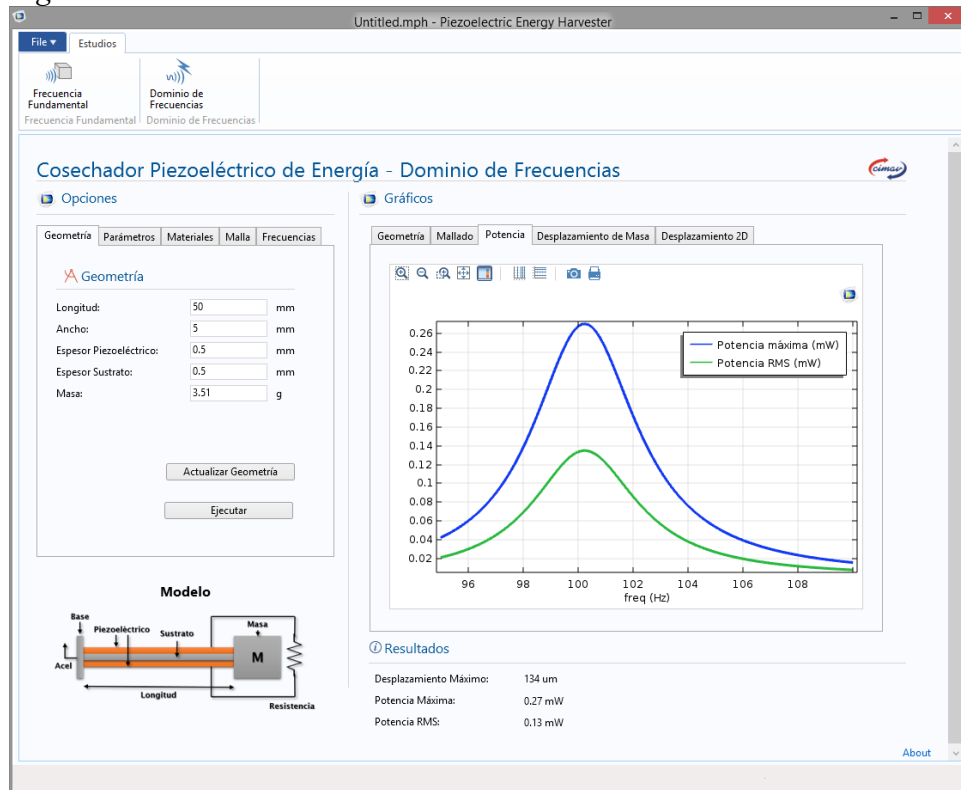


Figura 3 Módulo de Dominio de frecuencias

### Ejemplos de aplicación

El procedimiento de uso recomendado de esta aplicación es como se describe a continuación. Cada vez que se cambien los parámetros geométricos o de materiales del dispositivo, es necesario conocer la frecuencia fundamental del mismo. Para ello, es necesario ir al módulo de frecuencia fundamental y determinar cuál es su nueva frecuencia fundamental. En el caso que presenta la Figura 2, se estableció una longitud de 50mm, ancho 5mm, espesor del sustrato y material piezoeléctrico 0.5mm y una masa de 3.51g. Se estableció latón como el material estructural y PZT-5H como material piezoeléctrico. Se ejecuta el estudio y se presenta el resultado en Hz de la frecuencia fundamental: 99.43Hz.

Una vez se conoce la frecuencia fundamental, en el módulo de dominio de frecuencias se escriben los parámetros a analizar y el rango de frecuencias, así como el paso de análisis. Se ejecuta el estudio y se analizan los resultados presentados en el área gráfica en las pestañas “Potencia” y “Desplazamiento de masa”. En el ejemplo los parámetros geométricos y los materiales se mantienen igual que en el módulo “Frecuencia fundamental”, mientras que en la pestaña parámetros se establece una aceleración armónica en la base de 0.2g, una resistencia de carga de 10.3 kOhm y un amortiguamiento de 0.2725. En la pestaña “Frecuencias” se programa un barrido de 95 a 110Hz con un paso de 0.1Hz. Se ejecuta el estudio y se obtienen los resultados presentados en la Figura 3: un desplazamiento máximo de la masa de 134um, una potencia máxima de 0.27mW y una potencia RMS de 0.13mW.

Si en el rango de barrido de frecuencias se encuentra incluida la frecuencia fundamental, el resultado gráfico se debe parecer al mostrado en la Figura 3. En este gráfico es apreciable que el

pico de la gráfica se concentra cerca de la frecuencia fundamental, indicando que la mayor potencia se logra cuando el dispositivo se encuentra en resonancia.

#### *Validación*

En la Tabla 1 se presenta una comparación de resultados obtenidos por este artículo y los publicados por (Kundu & Nemade, 2016).

*Tabla 1 Comparación de resultados*

Parámetros	Resultados (Kundu & Nemade, 2016)	Resultados en este artículo
Frecuencia de resonancia	100Hz	99.43
Desplazamiento de la masa	134um	134um
Potencia cosechada	0.334mW	0.27mW

#### **Discusión**

En esta herramienta solo se simula aplicando una excitación armónica en la base, sin embargo, en la vida real puede ser una superposición de varias armónicas. En la Figura 4, desde “4a” hasta “4d”, se analizan los efectos de la longitud y ancho de la viga, espesor de la parte estructural de la viga y masa de la masa de prueba, en la frecuencia propia de la estructura.

En las gráficas de la Figura “4a” y “4d”, de variación de la longitud y de la masa, respectivamente, se observa que ambos reducen la frecuencia propia de la viga, mientras que en las gráficas de la figura “4b” y “4c”, de ancho y espesor de la viga respectivamente, incrementan la frecuencia propia de la viga. En estas gráficas se observa que la longitud de la viga es el factor de influencia más significativo. Estas graficas representan la influencia de los factores independientes en la frecuencia propia, sin embargo, el resultado es más sensible cuando se varían varios parámetros al mismo tiempo.

La resistencia de carga es también un factor importante, ya que la rigidez del material piezoeléctrico depende de la carga eléctrica. En la Figura 5 se puede observar este efecto, en el cual la frecuencia propia aumenta con la resistencia de carga. Como se aprecia en la Figura, la potencia generada también depende de la resistencia de carga conectada.

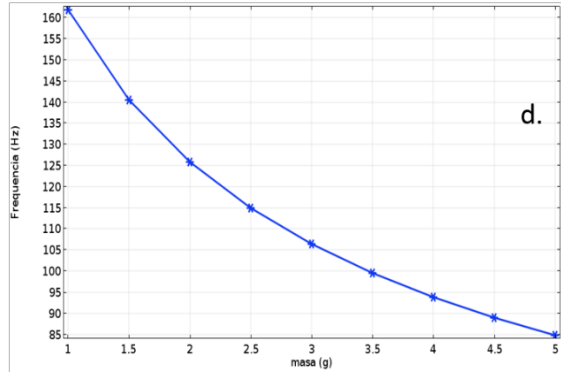
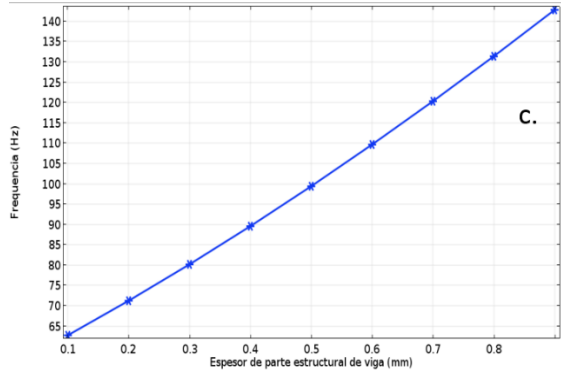
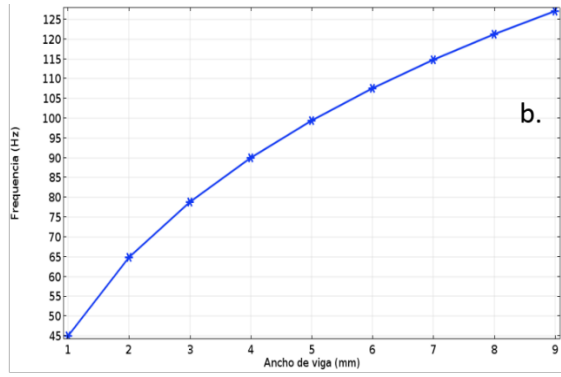
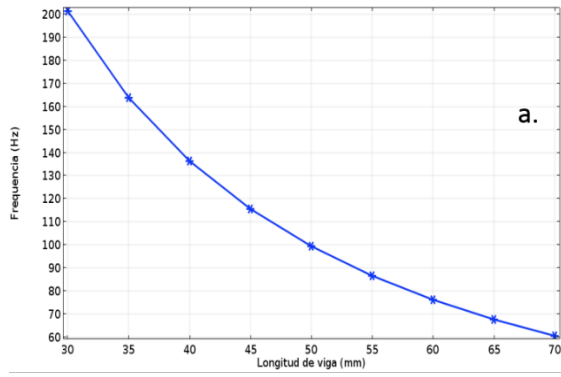


Figura 4 Efectos de los parámetros en la frecuencia fundamental

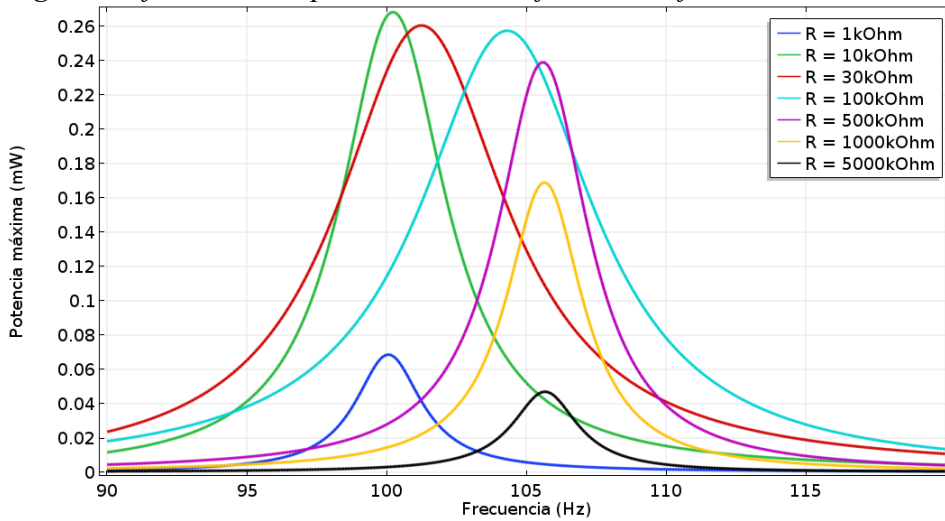


Figura 5 Potencia en función de resistencia eléctrica de carga

Realizando un análisis de circuito abierto y circuito cerrado, se obtiene la frecuencia de resonancia para circuito cerrado en 100Hz, mientras que la frecuencia de resonancia para circuito abierto en 105.7Hz, como se observa en la Figura 6a. En la Figura 6b se presenta un barrido logarítmico de resistencia de carga vs potencia máxima obtenida. Para el circuito cerrado, numéricamente se obtiene que la resistencia óptima de carga para obtener la mayor potencia eléctrica es de 12.6kOhm.

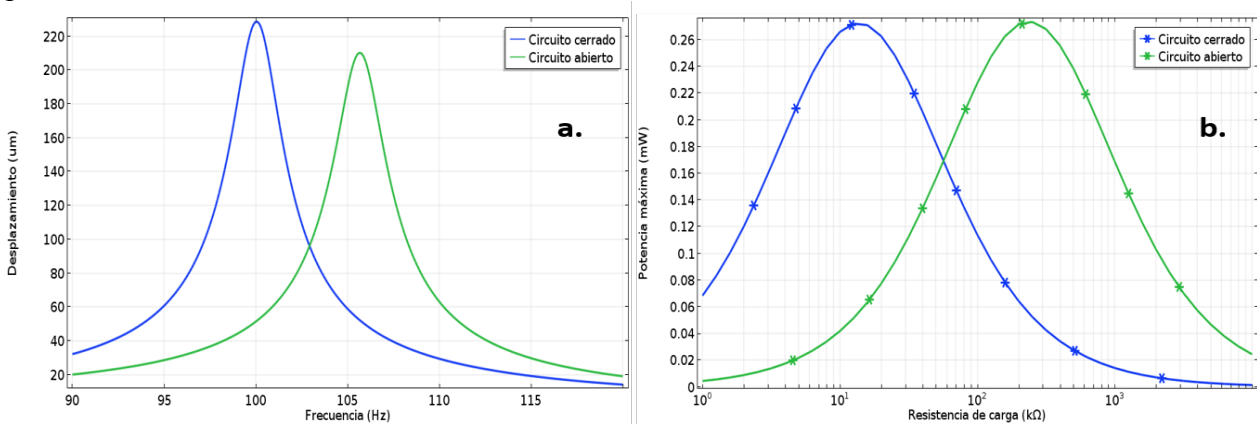


Figura 6 a) circuito abierto - circuito cerrado, b) Resistencia vs potencia

Esta fuera del alcance de este trabajo los aspectos relacionados al almacenamiento de la energía. Sin embargo, esto también se puede abordar desde el software COMSOL Multiphysics ya que es posible simular capacitores, inductores, circuitos eléctricos, etc. En este trabajo la potencia generada se está consumiendo en el momento y asumimos un régimen estable, donde el efecto del transiente no tiene impacto sobre los resultados. Por lo tanto, en este caso, si el dispositivo cesa de oscilar, la generación eléctrica lo hace de la misma manera.

## Conclusiones

De acuerdo a una comparativa que se realizó con un artículo de la literatura (Kundu & Nemade, 2016) se determinó que el software presenta resultados de conformidad con los presentados en el artículo antes mencionado. Además, esta aplicación ha demostrado ser una



excelente herramienta para el usuario la cual permite tener una muy completa introducción al tema de la cosecha de energía mediante dispositivos piezoeléctricos de naturaleza oscilatoria, ya que permite conocer los elementos presentes en un modelo de este tipo y el impacto de cada uno de ellos en los resultados. Mediante estos conocimientos básicos del fenómeno, la siguiente etapa es modificar y aplicar esta herramienta a estructuras de geometría variable y a escala micrométrica, así como diseñarlos para empatar su frecuencia fundamental con la frecuencia de excitación con la cual estará trabajando.

### Referencias

- Ahmed, R., Mir, F., & Banerjee, S. (2017). A review on energy harvesting approaches for renewable energies from ambient vibrations and acoustic waves using piezoelectricity. *Smart Materials and Structures*, 26(8), 085031. <https://doi.org/10.1088/1361-665X/aa7bfb>
- Kaur, S., Graak, P., Gupta, A., Chhabra, P., Kumar, D., & Shetty, A. (2016). Effect of various shapes and materials on the generated power for piezoelectric energy harvesting system. *AIP Conference Proceedings*, 1724. <https://doi.org/10.1063/1.4945196>
- Kundu, S., & Nemade, H. B. (2016). Modeling and Simulation of a Piezoelectric Vibration Energy Harvester. *Procedia Engineering*, 144, 568–575. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.05.043>
- Muthalif, A. G. A., & Nordin, N. H. D. (2015). Optimal piezoelectric beam shape for single and broadband vibration energy harvesting: Modeling, simulation and experimental results. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 54, 417–426. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2014.07.014>
- Priya, S., Song, H.-C., Zhou, Y., Varghese, R., Chopra, A., Kim, S.-G., ... Polcawich, R. G. (2017). A Review on Piezoelectric Energy Harvesting: Materials, Methods, and Circuits. *Energy Harvesting and Systems*, 4(1), 3–39. <https://doi.org/10.1515/ehs-2016-0028>
- Shevtsov, S., & Flek, M. (2016). Random Vibration Energy Harvesting by Piezoelectric Stack Charging the Battery. *Procedia Engineering*, 144, 645–652. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.05.059>