

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATERIALES
AVANZADOS, S.C.**
DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS DE POSGRADO



Título

**SIMULACIÓN DE UN DISPOSITIVO PIEZOELÉCTRICO
BIMORFO TIPO VIGA CANTILÉVER PARA LA COSECHA DE
ENERGÍA**

Tesis que como Requisito para obtener el Grado de
Maestro en Ciencia de Materiales presenta:

Pedro David Mares Castro

Asesores:

Director de tesis: Dr. Abel Hurtado Macías

Codirector de tesis: Dr. Alberto Díaz Díaz

Chihuahua, Chih., Junio de 2019

Dedicatoria

...

Agradecimientos

...

Resumen

Los materiales piezoeléctricos pueden ser utilizados como transductores, transformando la energía cinética de las vibraciones ambientales en energía eléctrica que puede ser almacenada y utilizada para operar dispositivos.

En esta tesis se presenta un nuevo enfoque de cosechador de energía tipo viga cantiléver, en el que un dispositivo bimorfo se configura de tal manera que las dos capas de material cerámico piezoeléctrico sean diferentes. Este trabajo consiste en la simulación computacional del fenómeno multifísico de piezoelectricidad. Se realizan estudios de eigenfrecuencias, así como en el dominio de frecuencias en un espacio geométrico de tres dimensiones. Se toma como referencia un cosechador de energía probado experimentalmente con una frecuencia fundamental alrededor de los 100 Hz. Este dispositivo se conforma de dos capas de material cerámico piezoeléctrico base plomo (PZT). El reto es reducir la cantidad de plomo utilizada en el dispositivo siempre y cuando se mantenga la generación de potencia en rangos aceptables. Para ello, se sustituye una de las capas de material piezoeléctrico de PZT por una de Titanato de Bario (BaTiO_3). Se realizan estudios paramétricos variando la forma de la viga entre triangular y rectangular y se determina la geometría óptima. Además, se determina la mejor resistencia de carga eléctrica para cada una de éstas.

Se concluye que la combinación de un material piezoeléctrico libre de plomo trabajando con un cerámico PZT en un dispositivo bimorfo tipo viga cantiléver es una alternativa factible para reducir la cantidad de plomo utilizada en los dispositivos en un 50%.

Abstract

Piezoelectric materials can be utilized as a transduction device, turning kinetic energy from surrounding vibrations into electric energy. This energy can be stored and used for powering devices.

In this thesis it is presented a new approach for the energy harvester of the cantilever beam type, in which a bimorph device is configured such that both layers of piezoelectric materials are different. This work consists on the computational simulation of the multiphysics phenomenon of piezoelectricity. It was carried out eigenfrequency studies,

as well as studies in the frequency domain in a 3D geometric space. It is taken as a reference an energy harvesting device experimentally tested with a fundamental frequency around 100 Hz. This device is formed of two layers of piezoelectric ceramic made out with lead (PZT). The challenge is to reduce the amount of lead in the device provided that the amount of generated power remains in acceptable ranges. For this, a layer of piezoelectric ceramic is replaced by a Barium Titanate layer (BaTiO_3). Parametric studies were performed varying the shape of the beam between triangular and rectangular, and optimum geometry was determined. Furthermore, it was determined the best electric load for each one of these geometries.

It was concluded that combining a lead-free piezoelectric material with a PZT ceramic in a cantilever-type bimorph device, is a feasible alternative for reducing the amount of lead used in these devices by as much as 50%.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
1.1 Antecedentes	4
1.1.1 Cosechadores de energía piezoeléctricos	4
1.1.2 Geometrías y materiales en dispositivos tipo viga cantiléver.....	6
1.1.3 Trabajos previos mediante software de análisis de elementos finitos	12
1.2 Justificación.....	13
1.3 Hipótesis	13
1.4 Objetivos	13
1.4.1 Objetivo general	13
1.4.2 Objetivos específicos.....	14
MARCO TEÓRICO.....	15
2.1 Naturaleza y origen del efecto piezoeléctrico en los materiales.....	15
2.1.1 Origen de la polarización espontánea	15
2.2 Materiales ferroeléctricos	20
2.2.1 Descubrimiento de Titanato de bario y sistema PZT	20
2.3 Ecuaciones constitutivas relacionadas al fenómeno de cosecha de energía...	20
2.4 Acoplamiento electromecánico relacionado con las propiedades elásticas, dieléctricas y piezoeléctricas de los materiales.....	23
2.5 Amortiguamiento	26
2.6 Síntesis de materiales piezoeléctricos y polarización	29
2.7 Interacciones ferroeléctricas y ferroelásticas	30
2.8 MEMS y potenciales aplicaciones de los cosechadores de energía	33
2.9 Método de elementos finitos	35
METODOLOGÍA	37
3.1 Módulos de COMSOL® para fenómeno multifísico de piezoelectricidad	37

3.2	Validación de las simulaciones	39
3.3	Determinación de parámetros dimensionales	40
3.4	Consideraciones geométricas	41
3.5	Configuración piezoeléctrica del dispositivo	42
3.6	Simulación.....	43
3.7	Optimización	46
	RESULTADOS	49
	DISCUSIÓN	54
	CONCLUSIONES.....	61
6.1	Conclusiones.....	61
6.2	Recomendaciones para trabajos futuros.....	62
	REFERENCIAS.....	63

LISTA DE TABLAS

Tabla 1	Parámetros de diseño para dispositivos piezoeléctricos [14].	7
Tabla 2	Resumen de cosechadores tipo viga cantiléver [2].	11
Tabla 3	Resonadores piezoeléctricos y factor de acoplamiento electromecánico [30].	26
Tabla 4	Consumos energéticos de diferentes dispositivos [33].....	35
Tabla 5	Aceleraciones y frecuencias de fuentes ambientales [9].....	41
Tabla 6	Resistencia de carga óptima vs razón.....	48
Tabla 7	Porcentaje de error relativo de mallados contra mallado extra fino.....	53
Tabla 8	Tiempo requerido para cargar baterías con piezoeléctricos [38].....	60

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Transductor piezoeléctrico para talón de bota [5].	4
Figura 2 Diferentes arreglos de dispositivo piezoeléctrico tipo viga cantiléver. a) unimorfo, b) bimorfo, c) electrodos Inter digitados, d) masa de prueba en su borde libre [12].	5
Figura 3 Diseño de dispositivo piezoeléctrico de banda ancha [16].	8
Figura 4 Modelo de dispositivo apilado [4].	8
Figura 5 Tipos de geometrías de viga en voladizo [3].	9
Figura 6 Dispositivo con escalón y dispositivos electromagnéticos [17].	9
Figura 7 Viga con función de anchura a lo largo de la longitud [18].	10
Figura 8 Dispositivo no lineal en forma de M [2].	10
Figura 9 Viga con perforación rectangular [6].	10
Figura 10 Contribuciones de la polarización eléctrica [29].	15
Figura 11 Posibles modos de vibración de la red [29].	17
Figura 12 Concepto de campo eléctrico local [29].	18
Figura 13 Explicación de energía total en polarización espontanea [29].	19
Figura 14 Plano de isotropía	22
Figura 15 Aplicación de voltaje a transductor piezoeléctrico	24
Figura 16 Vibración libre: vibración contra tiempo	27
Figura 17 Razón de amortiguamiento	28
Figura 18 Desplazamiento del ión central. Figura obtenida de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Perovskite.svg	29
Figura 19 Proceso de polarización. Figura obtenida de http://pubs.sciepub.com/ajme/4/1/2/figure/1	30
Figura 20 Ciclos de histéresis [32].	31
Figura 21 Ciclo de histeresis de un material ferroeléctrico. Figura obtenida de https://www.researchgate.net/figure/Hysteresis-loop-of-ferroelectric-materials_fig3_236298925	32
Figura 22 Dispositivo piezoeléctrico tipo viga cantiléver. Figura obtenida de https://www.researchgate.net/figure/Schematic-diagram-of-a-general-bimorph-piezoelectric-energy-harvester-with-a-substrate_fig1_323623497	34

Figura 23 Frecuencia de resonancia experimental	39
Figura 24 Resultados de potencia.....	40
Figura 25 Porta baterías.....	41
Figura 26 Geometría adoptada	42
Figura 27 Potencia máxima contra frecuencia de excitación para diferentes configuraciones del material piezoeléctrico.....	43
Figura 28 Razón de tamaño B/A	44
Figura 29 Configuración de materiales por dominio.....	44
Figura 30 Configuración mecánica de sólidos.....	45
Figura 31 Potencia máxima contra Resistencia de carga eléctrica a una sola frecuencia de excitación	47
Figura 32 Relación lineal entre razón y resistencia de carga	49
Figura 33 Voltaje máximo contra razón.....	50
Figura 34 Voltaje máximo contra área.....	50
Figura 35 Potencia máxima contra razón.....	51
Figura 36 Potencia máxima contra área.....	51
Figura 37 Potencia eléctrica contra frecuencia de excitación para diferentes razones geométricas.....	52
Figura 38 Esfuerzo máximo de Von Mises a 1 m/s^2	55
Figura 39 Esfuerzo máximo de Von Mises a $1g$	55
Figura 40 Esquema de circuito para carga de batería [38].....	57
Figura 41 Onda sinusoidal	58
Figura 42 Rectificación AC - DC	59

INTRODUCCIÓN

Desde que se idearon los dispositivos que pueden transmitir información de manera remota, ha existido una creciente necesidad por lograr que éstos sean autosustentables, es decir, que generen localmente la energía que consumen. Debido a sus potenciales aplicaciones, esto ha provocado un progresivo incremento en cuanto a la investigación de esta área de la ciencia de los materiales en los últimos años. Una de estas aplicaciones es el desarrollo y aplicación de sensores que pueden operar casi en cualquier parte y sensor una extensa variedad de parámetros. El ideal buscado es que estos sensores sean inalámbricos y que prescindan de la necesidad de un operador para reemplazar las baterías periódicamente. En algunas situaciones, el reemplazo de la batería del dispositivo puede ser una tarea compleja o quizá imposible, dependiendo de donde se instaló el sensor. No obstante, el uso de cosechadores de energía piezoeléctricos puede mitigar estas inconformidades.

El cosechador de energía, objeto de estudio de esta tesis, es un dispositivo piezoeléctrico tipo viga cantiléver. Éste considera una estructura anfitriona, en este caso de metal, que hospeda en sus dos superficies más grandes una capa de material cerámico piezoeléctrico. El fin de este dispositivo es aprovechar la energía cinética del ambiente que lo rodea en forma de vibraciones para hacer oscilar la estructura cantiléver, idealmente de manera continua. Puesto que las frecuencias de las vibraciones ambientales oscilan en el rango de los 10 a los 200 Hz, los dispositivos cosechadores de energía tipo viga cantiléver se diseñan para operar en este rango. Es decir, se busca que la frecuencia fundamental del dispositivo se encuentre en este rango. Una vez empatadas la frecuencia de excitación con la frecuencia fundamental de la estructura, o que la frecuencia de excitación se encuentre en la vecindad de la frecuencia fundamental, se propiciará el fenómeno de resonancia estructural, en donde se amplifican los desplazamientos de la estructura. Tales desplazamientos permitirán la deformación del material piezoeléctrico que cubre la estructura anfitriona, produciéndose de esta manera cargas eléctricas en la superficie de los mismos de manera alterna, ya que la viga oscila hacia arriba y hacia abajo. Mediante el uso de electrodos ubicados en

la superficie del material piezoeléctrico, se aprovecha la densidad de cargas eléctricas para generar una fuente de potencial que puede ser utilizada para cargar una batería.

Siendo el medio ambiente un reservorio muy grande de energía cinética, las vibraciones son de naturaleza estocástica y en ocasiones no se puede garantizar el funcionamiento continuo del dispositivo. Por lo tanto, se determina que la cantidad de energía generada por el dispositivo no es suficiente para alimentar un dispositivo. Dicho esto, para hacer esta tecnología más atractiva al mercado se busca desarrollar métodos para almacenar la energía hasta que exista la suficiente para operar un dispositivo. Es éste un elemento clave para el exitoso despliegue de estos dispositivos. Se ha trabajado considerablemente en esta área de desarrollo de manera experimental, sin embargo, esta misma no se desarrolla a profundidad en este trabajo limitándose solo al dispositivo generador de potencia.

En esta tesis, se simula el fenómeno multifísico de piezoelectricidad con el software comercial COMSOL Multiphysics® de elementos finitos. Para esto, se crea un modelo geométrico en forma de viga en cantiléver en un espacio en tres dimensiones, al cual se le aplican condiciones de frontera pertinentes y similares a su funcionamiento en campo, como las aceleraciones a las que estará sometido el dispositivo, por ejemplo. Se realizan estudios de “eigenfrecuencia” para determinar la frecuencia fundamental de la estructura. También se hace un estudio en el “dominio de frecuencias” para determinar la respuesta ante un rango determinado de frecuencias de excitación. Las respuestas que se esperan y se analizan son el voltaje, la corriente y la potencia generada por el dispositivo; todo esto con el objetivo de conocer la capacidad de éste de funcionar como un cosechador de energía.

En la primera parte de este documento se presenta la sección de antecedentes, así como la justificación, hipótesis y objetivos de este trabajo. En los antecedentes se abordan temas relativos a los cosechadores de energía, los tipos que existen y los modos de operación de los mismos; se presentan las geometrías y los materiales típicos que se utilizan para estos dispositivos y se describen algunos trabajos previos realizados con el enfoque de la simulación computacional.

En la segunda parte de este documento se encuentra el marco teórico. En éste, se desarrollan temas básicos y de interés que describen el fenómeno piezoeléctrico, el origen, descubrimiento y la razón de ser de los materiales ferroeléctricos. También se describe la síntesis de los mismos; se presentan las ecuaciones constitutivas que describen el fenómeno de la piezoelectricidad y se analiza el acoplamiento electromecánico relacionado a las propiedades elásticas, dieléctricas y piezoeléctricas de estos materiales cerámicos. Además, se describen las interacciones ferroeléctricas y ferroelásticas y se presenta una serie de potenciales aplicaciones para este tipo de dispositivos piezoeléctricos.

La tercera parte de este documento describe la metodología para realizar este trabajo. En ésta se describen los módulos del software COMSOL® utilizados para realizar el análisis multifísico del fenómeno piezoeléctrico, las validaciones de las simulaciones y las consideraciones geométricas del dispositivo, además de la optimización de algunos de los parámetros para mejorar la respuesta de generación de potencia.

En la cuarta parte del documento, se analizan los resultados obtenidos de las simulaciones, mientras que en la quinta parte se discuten y analizan los mismos. Por último, en la sexta parte se emiten las conclusiones obtenidas después de realizar este trabajo, así como algunas recomendaciones para trabajos futuros que puedan seguir esta línea de investigación

1.1 Antecedentes

1.1.1 Cosechadores de energía piezoeléctricos

Hay varias fuentes de energía que son desperdiciadas y pasan desapercibidas en el medio ambiente, como las ondas electromagnéticas y/o las vibraciones mecánicas. Tomar esta tipo de energía y convertirla en energía eléctrica, ha motivado al desarrollo de dispositivos cosechadores de energía [1]. La cosecha de energía se está convirtiendo en una tendencia por su utilidad y sus efectos en pro de reducir la huella de carbono sobre el medio ambiente. Una manera de cosechar energía proveniente de los alrededores es utilizar las propiedades de los materiales ferroeléctricos inteligentes, como los dispositivos piezoeléctricos. Estos dispositivos se utilizan para convertir las vibraciones del ambiente en energía eléctrica útil [2] [3] [4].

De entre los dispositivos tecnológicos para la cosecha de energía, los piezoeléctricos han recibido gran interés debido a su capacidad de generar energía eléctrica en respuesta a deformaciones mecánicas externas, o deformarse tras ser sometidos a un campo eléctrico [2]. Las deformaciones pueden provenir de diferentes fuentes, como movimiento humano, vibraciones sísmicas de baja frecuencia y ruido acústico, entre otras [5]. El dispositivo que se muestra en la Figura 1, es un transductor piezoeléctrico ubicado en el talón de una bota y capaz de generar electricidad al caminar debido a la deformación intermitente a la que se somete el material. Dispositivos como éste, utilizan lo que se conoce como fuentes de energía intermitente.



Figura 1 Transductor piezoeléctrico para talón de bota [5].

Los métodos tradicionales de recolección de energía se pueden dividir en 4 categorías: electromagnética, electrostática, piezoeléctrica y triboeléctrica; cada una de ellas con respectivas ventajas y desventajas. Sin embargo, de éstas, en la categoría de piezoeléctricos se encuentran los dispositivos que generan mayor densidad de potencia y son fácilmente integrados en dispositivos para sistemas con tecnología MEMS (dispositivos micro electromecánicos por sus siglas en inglés) [6] [7].

Diferentes tipos de materiales inteligentes como piezoeléctricos, piezoresistivos y magnetostrictivos son comúnmente utilizados en los dispositivos cosechadores de energía. Este trabajo se orientará al estudio de dispositivos piezoeléctricos, y entre éstos, los más comunes son los hechos de cerámico PZT (titanato circonato de plomo), debido a su alta constante de acoplamiento electromecánico, logrando transducir mayores cantidades de energía [2].

La viga cantiléver (viga en voladizo) es una de las propuestas más comunes y eficientes para aprovechar las propiedades de los materiales piezoeléctricos. La Figura 2 presenta un modelo característico de estos dispositivos en viga cantiléver. Esto consiste en una viga en cantiléver de un material anfitrión comúnmente de metal, con una o dos capas de material piezoeléctrico: estas configuraciones son conocidas como unimorfos o bimorfos, respectivamente [2] [8] [9] [10] [11]. Las vigas cantiléver a, c y d mostradas en la Figura 2, son de configuración unimorfo ya que sólo una cara de la estructura anfitrión, la superior, está cubierta con una película de material piezoeléctrico, mientras que la viga b es de configuración bimorfo, ya que ambas caras de la estructura anfitrión, inferior y superior, están cubiertas con material piezoeléctrico.

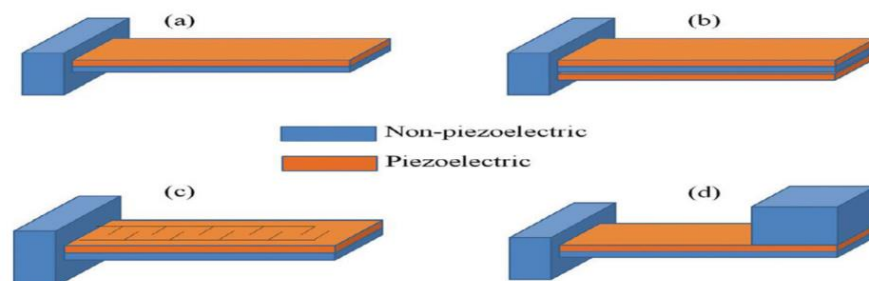


Figura 2 Diferentes arreglos de dispositivo piezoeléctrico tipo viga cantiléver. a) unimorfo, b) bimorfo, c) electrodos Inter digitados, d) masa de prueba en su borde libre [12].

Una configuración unimorfo se describe como más adecuada para bajas frecuencias y resistencias de carga, mientras que la configuración bimorfo muestra un óptimo funcionamiento a más altas frecuencias y cargas, mientras es capaz de obtener mejores resultados de potencia. Ya que en una estructura bimorfo las dos capas de material piezoeléctrico presentan deformaciones opuestas durante el proceso de operación, estas se pueden arreglar eléctricamente en serie para incrementar el voltaje de salida, o en paralelo para incrementar la corriente de salida [13].

Cuando existe resonancia estructural, toda la estructura anfitriona se ve sometida al fenómeno de resonancia. La viga cantiléver es la estructura más común utilizada como cosechador de energía y en esta, el fenómeno de resonancia es esencial para que se utilice como un dispositivo con este objetivo. En este caso, la frecuencia objetivo es la frecuencia fundamental de la estructura, así como las frecuencias en la vecindad cercana, porque es aquí donde se presentan las mayores deflexiones y el mayor desplazamiento en el extremo de la viga, y por tanto la máxima potencia eléctrica. Dicho esto, los parámetros relativos al aprovechamiento del primer modo de resonancia de la viga son de especial interés para este trabajo, entre ellos la geometría y configuración de la viga, además de la masa de prueba.

1.1.2 Geometrías y materiales en dispositivos tipo viga cantiléver

A la fecha, se han realizado diversos estudios que intentan dar respuesta a diferentes escenarios en cuanto a los dispositivos piezoeléctricos para la recolección de energía. De acuerdo con Ali & Nagib (2012) [14], las consideraciones de diseño que se deben tener presentes para el desarrollo de uno de estos dispositivos son: selección de materiales, geometría y estructura de las diferentes capas, modos de carga, conexiones eléctricas, entre otros. Estos parámetros se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1 Parámetros de diseño para dispositivos piezoeléctricos [14].

Design parameters	Alternative Solutions		
	<i>Option1</i>	<i>Option2</i>	<i>Option3</i>
Material	PZT	Quick pack	MFC
Structure	Uni-morph	Bi-Morph	Triple Morph
Loading Modes	d_{31}	d_{33}	
Electrical connection	Series	Parallel	-
Fixation	Cantilever Beam	Simple beam	-
AC-DC Converter	Half wave rectifier	Full wave rectifier (Synchronous rectifier)	Voltage doubler
DC-DC Converter	Buck	Boost	Buck-Boost
Storage	Super-capacitor	Rechargeable Battery	-

Algunos trabajos, como el de Michael Farnsworth et al (2014) [15], se han enfocado en optimizar los dispositivos en base a sistemas de masa y resorte inercial. En este estudio, se aplicó un algoritmo evolucionario multiobjetivo para encontrar las soluciones óptimas de un sistema multimodal, mediante la parametrización de variables con límites inferiores y superiores. Entre los parámetros analizados están la longitud, ancho, y espesor de la viga, además de características de la masa inercial. Sin embargo, este algoritmo se limitó sólo al análisis de una configuración rectangular de la viga.

Por otra parte, Asan Muthalif et al (2015) [16], determinaron la más óptima de 3 geometrías consideradas para la viga cantiléver: rectangular, trapezoidal y triangular, encontrando que esta última tiene mayor capacidad de recolección energética comparada a las anteriores. En este artículo, también presentan las características óptimas de un dispositivo recolector de energía de banda ancha con base en la configuración triangular, mostrada esta configuración en la Figura 3. Este dispositivo tiene el objetivo de recolectar energía en más de una frecuencia de vibración.

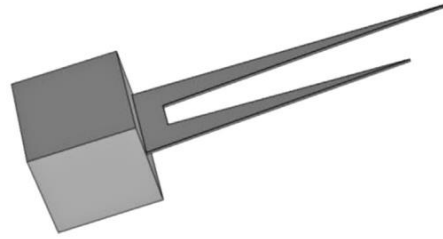


Figura 3 Diseño de dispositivo piezoeléctrico de banda ancha [16].

Sergey Shevtsov et al (2016) [4] consideraron un dispositivo piezoeléctrico apilado, a manera de cilindro que trabaja en base a la energía vibratoria que generan los vehículos en movimiento. Este dispositivo se presenta en la Figura 4.

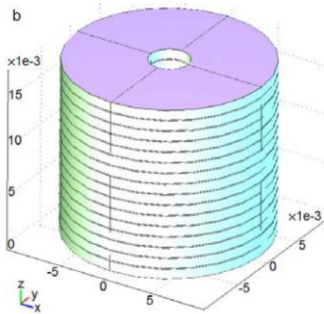


Figura 4 Modelo de dispositivo apilado [4].

Sarabjeet Kaur et al (2016) [3], han trabajado en el estudio del efecto de diferentes formas y materiales en la generación de potencia por dispositivos piezoeléctricos. Las formas que ellos analizaron son la viga rectangular común, con forma de símbolo pi, con forma de letra T y con forma de letra E, cada una de ellas con configuración de viga cantiléver. Ellos encontraron que el dispositivo con forma de E proporciona el máximo desplazamiento, mientras que la viga rectangular común genera el máximo voltaje. Estas formas se presentan en la Figura 5.

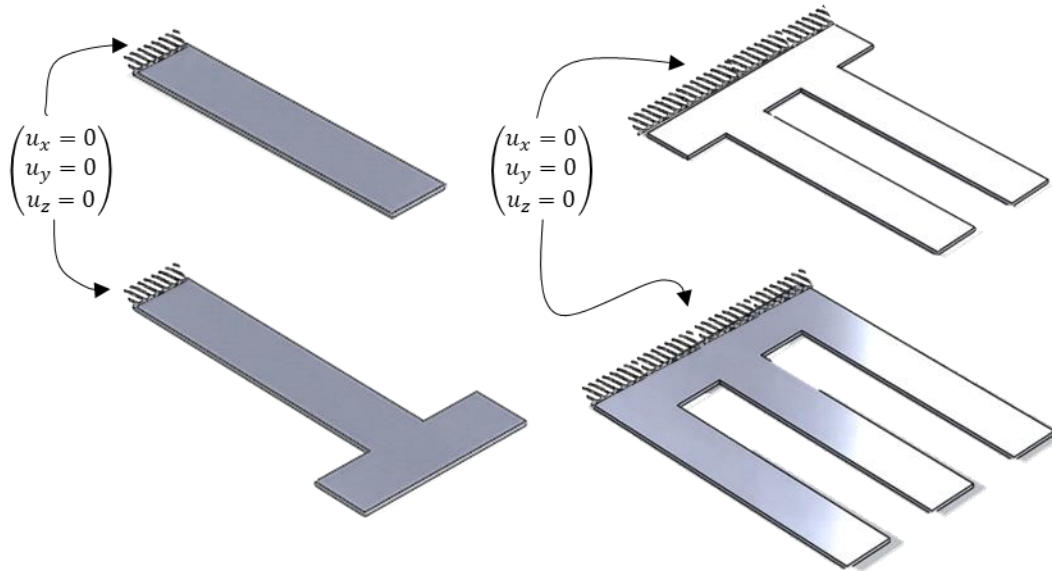


Figura 5 Tipos de geometrías de viga en voladizo [3].

Se han creado dispositivos a cuya geometría se somete algunas modificaciones como la adición de dispositivos electromagnéticos y un escalón entre la capa piezoeléctrica y la masa de prueba [17] (véase la Figura 6). También hay dispositivos en los que se busca el ancho óptimo de la viga mediante la búsqueda de una función de anchura a lo largo de la longitud [18], como se muestra en la Figura 7, así como dispositivos no lineales en forma de letra M o con un espesor variable a lo largo de la longitud [2], tal como se muestra en la Figura 8. También se consideran vigas con perforación rectangular en la sección longitudinal de la viga con el objetivo de variar la frecuencia de resonancia [6] (véase la Figura 9).

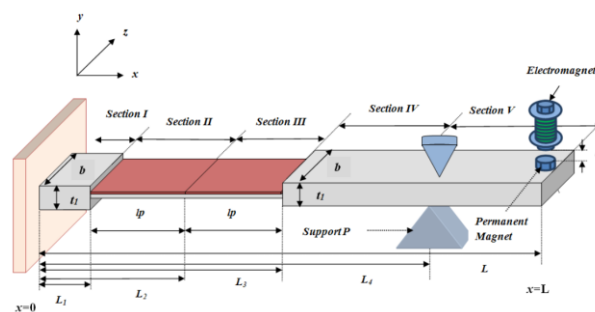


Figura 6 Dispositivo con escalón y dispositivos electromagnéticos [17].

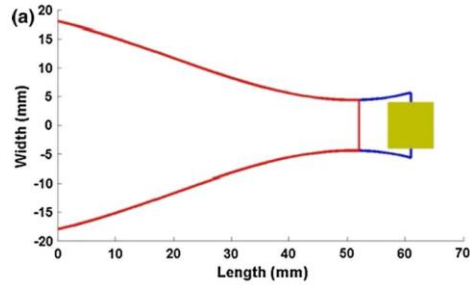


Figura 7 Viga con función de anchura a lo largo de la longitud [18].

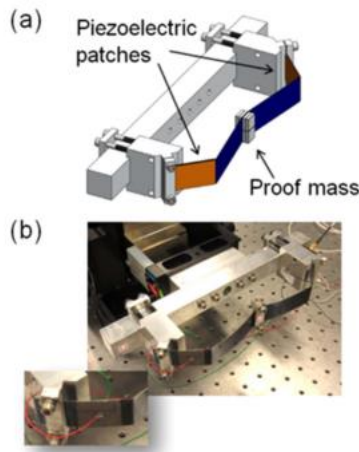


Figura 8 Dispositivo no lineal en forma de M [2].

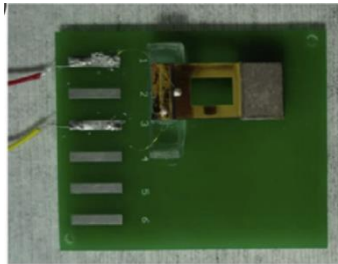


Figura 9 Viga con perforación rectangular [6].

La mayoría de las investigaciones en cuanto a este tipo de dispositivos consideran una viga rectangular, por su facilidad en cuanto a modelación matemática, y a la vez, los resultados son mucho más sencillos de comprobar experimentalmente. También, es común que los diseños de las vigas se consideren con un extremo libre o con una masa en el mismo, con el objetivo de mantener la frecuencia de resonancia de la viga dentro del rango en el que se encuentran las excitaciones en el medio ambiente, típicamente

entre 10 y 200 Hz. En la Tabla 2 se presenta un resumen de los trabajos recientes que se han realizado en cuanto a cosechadores tipo viga cantiléver [2].

Tabla 2 Resumen de cosechadores tipo viga cantiléver [2].

Presenters	Model description	Power output	Frequency range	Load resistance
Leadnam <i>et al</i> [61, 62]	An M-shaped piezoelectric energy harvester prototype to investigate linear and nonlinear electro-mechanical dynamics.	Avg. power: 1 mW	4–8 Hz	300 k Ω
Erturk <i>et al</i> [58]	The device, consisting of a ferromagnetic cantilevered beam with two permanent magnets located symmetrically near the free end, is subjected to harmonic base excitation.	^a 2.25–12.25 mW	7.4–10.6 Hz	100 k Ω
Challa <i>et al</i> [59]	A piezoelectric cantilever beam with a tungsten mass at its free end. The tip mass is used to lower the natural frequency of the piezoelectric beam and increase the output power of the device.	2.04 μ W	26.2 Hz	26 k Ω
Duggirala <i>et al</i> [43]	Microfabricated die-scale radioisotopepowered piezoelectric μ -power generator (RPG).	1.13 μ W	38 Hz	90 k Ω
Mehraeen <i>et al</i> [64]	A tapered beam with a proof mass.	5 mW	47 Hz	^b INA
Ammar <i>et al</i> [48]	A seismic mass made of a silicon cube connected to the substrate by a cantilever.	^a 4.41 mW	87 Hz	100 k Ω
Gao <i>et al</i> [39]	Piezoelectric unimorph cantilevers (PUCs) consisting of a piezoelectric layer bonded to a non-piezoelectric layer.	\sim 5.75 μ W	90 Hz	^b INA
Ng <i>et al</i> [45]	A series triple layer sensor that consists of a metal layer covered by two piezoelectric layers with opposite polarization directions.	Avg. power: 16.3 μ W	100 Hz	9.9 k Ω
Roundy <i>et al</i> [49, 50]	A two-layer bender (bimorph) mounted as a cantilever beam with a mass placed on the free end.	375 μ W	120 Hz	\sim 300 k Ω
Baker <i>et al</i> [66]	Piezoelectric/metal sandwich beam mounted as a cantilever.	30 μ W	125 Hz	^b INA
Duggirala <i>et al</i> [44]	Radioactively powered acoustic transmitter for application in wireless sensor nodes.	17.82 μ W	170 Hz	1 M Ω
Shen <i>et al</i> [41]	Cantilever structure that allows a low resonant frequency and larger strain generations compared to other structures.	0.32 μ W	176.66 Hz	16 k Ω
Leland <i>et al</i> [52]	A simply supported piezoelectric bimorph with a proof mass mounted at the bimorph's center.	300–400 μ W	200–250 Hz	173 k Ω
Zhang <i>et al</i> [60]	Uses asymmetric air-spaced cantilevers to enable the majority of the strain energy to stretch or compress the piezoelectric layer.	32.5 μ W	211 Hz	^b INA
Liu <i>et al</i> [57]	A power generator array based on thick-film piezoelectric cantilevers, used to improve power output and frequency flexibility.	3.98 μ W	\sim 230 Hz	^b INA
Johnson <i>et al</i> [40]	31-unimorph piezoelectric cantilever beam used to convert small amplitude mechanical vibration from a specific machine application into electrical energy.	\sim 0.41 μ W	240 Hz	118 k Ω
Lu <i>et al</i> [56]	A prototype of a piezoelectric laminated beam generator.	0.66 mW	\sim 3 KHz	68 k Ω
Jiang <i>et al</i> [47]	A cantilever model consisting of a pair of identical piezoelectric twin layers, poled along the thickness direction and separated by a metallic layer in the middle.	\sim 0.868 μ W	\sim 5 KHz	^b INA
Choi <i>et al</i> [55]	A cantilevered beam/plate device designed to resonate at a specific frequency of vibration.	1 μ W	13.97 KHz	5.2 M Ω

^a Power calculated using 100 k Ω resistive load.

^b INA = Information not available.

En cuanto a los materiales más utilizados, si bien es cierto que la tendencia es buscar reemplazar los materiales en los que el uso del plomo es de importancia relevante, también lo es la dificultad de lograr encontrar las virtudes del plomo en un material alternativo. Por esto, por ahora el plomo es un elemento clave de estos dispositivos y de los que mejores propiedades ofrecen.

Es común encontrar en la literatura que muchos de los desarrollos que se hacen en cuanto a dispositivos sea utilizado el material PZT [19] [6] [9] [11] [4]. El PZT es preferible debido a sus altas constantes piezoeléctricas. Entre otros materiales se encuentran Titanato de Magnesio Plomo Niobio (PMN-PT), Titanato Niobato de Plomo Zinc (PZN-PT) u óxido de zinc y Di fluoruro de polivinilideno (PVDF) [16]. Para el material base sobre el que se crece el material piezoeléctrico, o la estructura anfitrión, se puede emplear silicio [20] [6] [3] [21], bronce, aluminio, platino, o una variedad considerable de materiales en los que sea posible y conveniente depositar el material piezoeléctrico, ya sea por favorecimiento del crecimiento cristalino, o afinidad con el material piezoeléctrico.

1.1.3 Trabajos previos mediante software de análisis de elementos finitos

Existe un sinnúmero de trabajos relativos a los cosechadores de energía. Debido a las limitaciones que algunos investigadores pudieran tener, muchos seguidores de los materiales piezoeléctricos y sus aplicaciones en la cosecha de energía optan por abordar esta temática desde la simulación computacional. Uno de ellos es Sushanta Kundu [22], quien desarrolla un modelo de un cosechador de energía bimorfo para configuración en serie y paralelo. Resalta que los resultados realizados en un software numérico (Matlab®), comparados con los resultados obtenidos por un software de análisis de elementos finitos (COMSOL®) realizando un análisis frecuencial son aceptables. Por otro lado, Prakash et al [23] estudiaron el efecto de la frecuencia de resonancia así como técnicas para el mejoramiento de potencia mediante el software COMSOL® haciendo uso de análisis frecuencial y transiente. Zhang y Chen [24], por su parte, hicieron un análisis comparativo utilizando el software de elementos Finitos Ansys® para estudiar el modelo y obtener la frecuencia fundamental del mismo, posteriormente comparando los resultados con los obtenidos experimentalmente. Ho Sun [25] propuso un diseño de dispositivo para reducir la frecuencia de resonancia, haciendo uso del software Ansys® para determinar la frecuencia natural obtenida y realizando comparaciones experimentales logrando buenos resultados. Ashok Batra [26] realiza un análisis de múltiples dispositivos piezoeléctricos unimorfos tipo viga cantiléver para aumentar la banda de frecuencias en las que se puede cosechar la energía mediante análisis experimental y comparación computacional con el software COMSOL®. En este caso, el software fue utilizado para determinar los modos de vibración de cada una de las múltiples vigas en el dispositivo haciendo uso de un estudio de eigenfrecuencias. Nowak Radoslaw et al [27], realizaron un estudio para verificar que los resultados obtenidos mediante el software Ansys®, para el caso del cosechador de energía, fueran comparables con los obtenidos experimentalmente, siendo estos aceptables en un margen de 10%. Así como éstos, muchos abordan este tema desde el uso de métodos numéricos o modelos matemáticos, pues es una manera aceptable y barata para obtener resultados previos, y es factible de llevarse a la realidad como prototipado rápido sin incurrir en los gastos experimentales. Es posible notar luego de una exhaustiva revisión

bibliográfica, que los software predilectos para analizar este fenómeno multifísico son COMSOL® y Ansys®, analizando la geometría del dispositivo en un espacio 3D.

1.2 Justificación

El titanato de Bario (BaTiO_3), después de los cerámicos PZT, es uno de los que cuenta con el coeficiente de acoplamiento electromecánico (k) más alto. Este material ha sido ya un tema de investigación y es un tema de interés debido a que posee posibilidades para sustituciones y reemplazos de elementos con el objetivo de lograr mejores propiedades y como respuestas a las políticas de dispositivos libres de plomo [3] [10] [28]. Sin embargo, no se ha encontrado en la literatura un dispositivo piezoeléctrico bimorfo que se conforme de una capa de material piezoeléctrico PZT y BaTiO_3 . Si bien se ha comentado anteriormente, el PZT es el líder indiscutible en cuanto a flexibilidad de aplicación y generación de energía, es imperante comenzar a reducir el uso de plomo en los dispositivos. Desarrollar el concepto de un dispositivo eficiente que limite el uso de plomo en su conformación es una propuesta que se tendrá por objetivo en esta investigación.

1.3 Hipótesis

Se cree que, en base al efecto piezoeléctrico, considerando el sistema bimorfo de dos materiales distintos, PZT y BaTiO_3 , y modificando las dimensiones y geometría del dispositivo tipo viga cantiléver, mediante simulación computacional se obtendrán los mejores parámetros de configuración para que el dispositivo optimice el desempeño energético.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

- Evaluar, simular y optimizar el desempeño de un dispositivo cantiléver piezoeléctrico de diferentes geometrías y configuraciones de material mediante el método de elementos finitos.

1.4.2 Objetivos específicos

- Estudiar la naturaleza y el origen del efecto piezoeléctrico en los materiales.
- Estudiar y analizar las ecuaciones constitutivas utilizadas en la conversión de energía por el efecto piezoeléctrico en los cosechadores de energía para evaluar el acoplamiento electromecánico.
- Estudiar los módulos de mecánica de sólidos, electrostática y circuitos eléctricos, así como las ecuaciones que estos utilizan en el software COMSOL® Multiphysics.
- Determinar el mallado apropiado para el dispositivo piezoeléctrico en cuestión.
- Analizar y simular el efecto de los parámetros dimensionales, geometría y tipo de material piezoeléctrico en el desempeño del dispositivo cosechador de energía.

MARCO TEÓRICO

2.1 Naturaleza y origen del efecto piezoeléctrico en los materiales

2.1.1 Origen de la polarización espontánea

Los materiales elásticos y los materiales conductores se deforman y conducen corriente eléctrica en función de esfuerzo aplicado y voltaje aplicado, respectivamente. Estos materiales se conocen como materiales triviales. Por otro lado, los materiales piroeléctricos y piezoeléctricos generan un campo eléctrico en función de calor o esfuerzo aplicado. Esta capacidad les otorga a estos materiales el nombre de materiales inteligentes, debido a su inusual acoplamiento.

En los materiales dieléctricos, los átomos constituyentes son ionizados en cierto grado, positiva o negativamente cargados. Al aplicar un campo eléctrico a tales cristales iónicos, los cationes y aniones se atraen al cátodo y ánodo, respectivamente. Además, la nube electrónica también se deforma causando dipolos eléctricos. Este fenómeno es la polarización dieléctrica del dieléctrico expresada como la suma de dipolos eléctricos por unidad de volumen [Cm/m^3].

Hay tres contribuciones principales en la polarización eléctrica: electrónica, iónica y la relacionada con la reorientación de dipolos. Estas contribuciones se muestran esquematizadas en la Figura 10. La reorientación permanente de dipolos sólo puede suceder a frecuencias del orden de mega Hertz a giga Hertz.

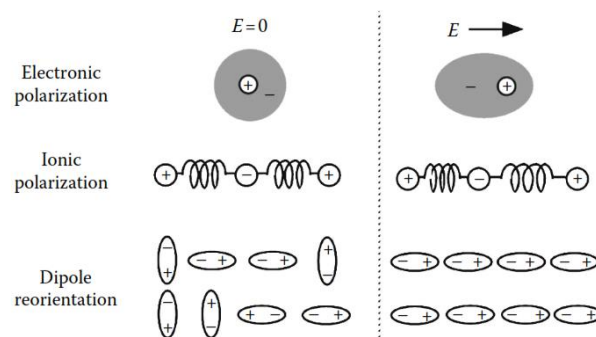


Figura 10 Contribuciones de la polarización eléctrica [29].

A diferencia de los capacitores rellenos con aire, los capacitores con material dieléctrico pueden almacenar más cargas eléctricas debido a la polarización P. El desplazamiento

eléctrico “D” también es conocido como densidad de carga eléctrica. El desplazamiento eléctrico se relaciona con el campo eléctrico mediante la Ec. 1, donde ϵ_0 es la permitividad del vacío y ϵ_r es la permitividad relativa del material.

$$D = \epsilon_r \epsilon_0 E \quad \text{Ec. 1}$$

Dependiendo de la estructura del cristal, los centros de las cargas positivas y negativas pueden no coincidir, aun sin la aplicación de un campo eléctrico externo. Tales cristales se dice que poseen una polarización espontánea. Cuando tal polarización puede ser invertida por un campo eléctrico, se dice que este material es ferroeléctrico.

Los cristales pueden ser clasificados en 32 grupos puntuales de acuerdo a la simetría cristalográfica. Estos grupos puntuales pueden ser divididos en dos grupos, los que tienen centro de simetría y los que no tienen. Hay 21 grupos puntuales que no tienen centro de simetría. En 20 de estos grupos, los cristales pueden generar cargas positivas y negativas en su superficie cuando son sometidos a determinado esfuerzo. Tales materiales se conocen como materiales piezoeléctricos.

Asumiendo que los momentos dipolares resultan del desplazamiento de un tipo de ion (carga eléctrica q) con respecto a la red cristalina, considérese el caso en el que la polarización es causada por todos los iones desplazándose igualmente en la red. Este tipo de desplazamiento iónico se esperaría de vibraciones de la red a ciertas temperaturas. En la Figura 11 se muestran algunos de los posibles modos de vibración de la red en un cristal tipo perovskita. La Figura 11a exhibe una estructura simétrica cúbica inicial. En la Figura 11b se muestra una simétrica elongada. En la Figura 11c, se tienen los cationes centrales coherentemente cambiados, mientras que la Figura 11d muestra un cambio anti polarizado de los cationes del centro.

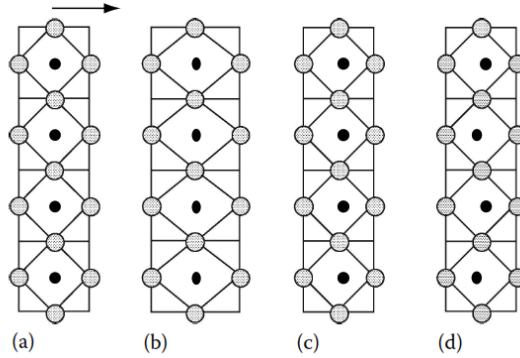


Figura 11 Posibles modos de vibración de la red [29].

Si una vibración en particular baja la energía del cristal, los iones se cambiarán y estabilizarán la estructura del cristal para minimizar la energía.

Por ejemplo, empezando de la estructura cúbica original (Figura 11a), si la Figura 11b se estabiliza, sólo el octaedro de oxígenos se distorsionará sin generar momento dipolar. Por otro lado, cuando la Figura 11c o Figura 11d se estabilice se generarán momentos dipolares. Estos últimos dos estados estabilizados corresponden a estados ferroeléctricos y antiferroeléctricos respectivamente. Entonces, si estos modos en particular se estabilizan con disminución de la temperatura, la frecuencia del modo de vibración disminuye, y finalmente a cierta temperatura de transición de fase, esta frecuencia se vuelve cero.

Resulta que en cualquier sitio individual del ion central existe un campo local de la polarización circundante P , aun si no hay campo eléctrico externo aplicado. El concepto del campo local se muestra en la Figura 12. Se puede mostrar la Ec. 2.

$$E^{loc} = E_0 + \sum_i [3(p_i \cdot r_i)r_i - r_i^2 p_i] / 4\pi\epsilon_0 r_i^5 = (\gamma/3\epsilon_0)P \quad \text{Ec. 2}$$

Este campo eléctrico es la fuerza impulsora para el desplazamiento del ion. Aquí, γ se conoce como el factor de Lorentz. Para un sistema cúbico isotrópico, se sabe que $\gamma = 1$. ϵ_0 es la permitividad del vacío ($8.854e^{-12}$ F/m), p_i es el momento dipolar y r_i es el radio entre cargas.

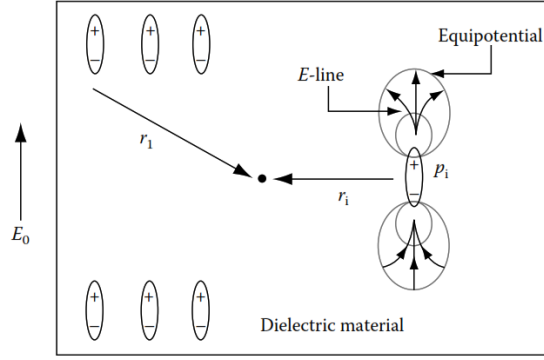


Figura 12 Concepto de campo eléctrico local [29].

Si la polarizabilidad iónica del ion es α , entonces el momento dipolar de la celda unitaria de este cristal es de la forma dada en la Ec. 3.

$$\mu = \left(\frac{\alpha\gamma}{3\epsilon_0} \right) P \quad \text{Ec. 3}$$

La energía del momento dipolar (acoplamiento dipolo-dipolo) es el de la Ec. 4.

$$w_{dip} = -\mu E^{loc} = -\left(\frac{\alpha\gamma^2}{9\epsilon_0^2} \right) P^2 \quad \text{Ec. 4}$$

Definiendo entonces N como el número de átomos por unidad de volumen, queda la Ec. 5.

$$W_{dip} = Nw_{dip} = -\left(\frac{N\alpha\gamma^2}{9\epsilon_0^2} \right) P^2 \quad \text{Ec. 5}$$

Además, si el ion se desplaza de su posición de equilibrio también la energía elástica incrementa. Si el desplazamiento es u y las constantes de fuerza son k y k' , entonces el incremento de la energía elástica por unidad de volumen se expresa como la Ec. 6.

$$W_{elas} = N \left[\left(\frac{k}{2} \right) u^2 + \left(\frac{k'}{4} \right) u^4 \right] \quad \text{Ec. 6}$$

donde k' (>0) es la constante de fuerza de mayor orden. Reescribiendo la Ec. 6., usando: $P = Nqu$, donde q es la carga eléctrica, y combinándola con la Ec. 5, la energía total se puede expresar como en la Ec. 7. Esta energía se representa gráficamente en la Figura 13.

$$W_{tot} = W_{dip} + W_{elas} = \left[\left(\frac{k}{2Nq^2} \right) - \left(\frac{N\alpha\gamma^2}{9\varepsilon_0^2} \right) \right] P^2 + \left[\frac{k'}{4N^3q^4} \right] P^4 \quad \text{Ec. 7}$$

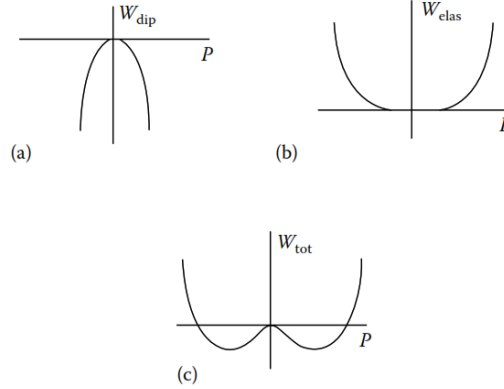


Figura 13 Explicación de energía total en polarización espontanea [29].

De aquí, uno se puede dar cuenta que si el coeficiente del término armónico de la energía elástica es igual o mayor que el coeficiente del acoplamiento dipolo-dipolo, entonces $P=0$. El ion está estable y permanece en la posición de equilibrio. Por otra parte, un cambio de la posición de equilibrio ($P^2 = \left[\left(\frac{2N\alpha\gamma^2}{9\varepsilon_0^2} \right) - \left(\frac{k}{Nq^2} \right) \right] / [k'/N^3q^4]$) es estable. La polarización espontánea puede ocurrir más fácilmente en estructuras cristalinas tipo perovskita debido a un valor más alto del factor de Lorentz $\gamma (= 10)^2$ que otro de otra estructura cristalina. Además, la polarizabilidad es también sensible a la temperatura. Suponga que la polarizabilidad iónica del ion, α , incrementa con la disminución de la temperatura, aun si $\left[\left(\frac{k}{2Nq^2} \right) - \left(\frac{N\alpha\gamma^2}{9\varepsilon_0^2} \right) \right] > 0$ a alta temperatura, este valor puede ser negativo con la disminución de la temperatura, llevando a una transición de fase ferroeléctrica. Considerando una primera aproximación, la ley de Curie-Weiss de la Ec. 8 muestra una relación lineal de α con la temperatura.

$$\left[\left(\frac{k}{2Nq^2} \right) - \left(\frac{N\alpha\gamma^2}{9\varepsilon_0^2} \right) \right] \propto (T - T_0)/C \quad \text{Ec. 8}$$

2.2 Materiales ferroeléctricos

Es común encontrar en la literatura dispositivos piezoeléctricos tipo viga cantiléver basados en el material piezoeléctrico PZT (titanato circonato de plomo) debido a sus sobresalientes capacidades de acoplamiento electromecánico. Sin embargo, hay una creciente preocupación debido a la toxicidad que representa el uso del plomo en los materiales y su impacto en los problemas de salud. Algunas entidades ambientalistas han realizado esfuerzos en impulsar políticas que mitiguen el uso del plomo en los dispositivos.

2.2.1 Descubrimiento de Titanato de bario y sistema PZT

Desafortunadamente, como muchos de los avances tecnológicos en el mundo, el titanato de bario fue desarrollado con motivaciones bélicas para aplicaciones en radares y sonares de submarinos de guerra. La facilidad de mezcla y manufactura de los cerámicos de titanato de bario motivaron a los investigadores a estudiar aplicaciones de transducción. Estos cerámicos tienen un alto coeficiente de acoplamiento, y además no son solubles al agua (a diferencia de la sal de Rochelle, utilizada previamente). Sin embargo, una de las desventajas era la temperatura para los parámetros electromecánicos debido a la transición de la segunda fase (de tetragonal a romboédrica) cerca de la temperatura ambiente o de operación alrededor de los 120°C. Para incrementar la temperatura del punto de Curie se realizaron varios reemplazos del ion central, por iones de plomo y calcio. De estos experimentos se descubrió un nuevo sistema: el PZT con superioridad piezoeléctrica [30].

2.3 Ecuaciones constitutivas relacionadas al fenómeno de cosecha de energía

Aquí se describirán las ecuaciones que presentan las propiedades electromecánicas de los materiales piezoeléctricos. Éstas son basadas en el estándar IEEE para piezoelectricidad. Es preciso mencionar que en este estándar se asume que los materiales son lineales, es decir, que al aplicar campos eléctricos pequeños y niveles bajos de esfuerzo mecánico los materiales piezoeléctricos tienen un comportamiento lineal. Por lo tanto, se asume que la piezoelectricidad es una relación lineal entre el

esfuerzo y el voltaje, siempre y cuando se asuma que el transductor se operará a niveles bajos de campo eléctrico y bajo esfuerzos de deformación pequeños.

La ecuación constitutiva que describe la piezoelectricidad asume que la deformación total en el transductor es la suma de la deformación mecánica inducida por el esfuerzo mecánico y la deformación causada por el voltaje aplicado. Los transductores hechos de materiales piezoeléctricos son dispositivos lineales con propiedades gobernadas por un conjunto de ecuaciones tensoriales. Con el objetivo de escribir los tensores elásticos y piezoeléctricos en un arreglo matricial, se utiliza la notación compacta ingenieril. Las ecuaciones electromecánicas que describen el fenómeno de un material piezoeléctrico lineal se presentan en las Ec. 9 y Ec. 10.

$$\varepsilon_i = S_{ij}^E \sigma_j + d_{mi} E_m \quad \text{Ec. 9}$$

$$D_m = d_{mi} \sigma_i + \xi_{ik}^\sigma E_k \quad \text{Ec. 10}$$

Para la Ec. 9, se presenta la deformación total donde S es la matriz de complianzas de 6×6 , σ es el vector de esfuerzos de 6×1 , d es la matriz de constantes piezoeléctricas de 6×3 y E es el vector de campo eléctrico de 3×1 . Para la Ec. 10, se presenta el desplazamiento eléctrico donde d es en este caso la matriz de constantes piezoeléctricas de 3×6 y ξ es la matriz de permitividades eléctricas de 3×3 . Los superíndices E y σ indican que son datos obtenidos a esfuerzo o campo eléctrico constante.

Viendo las Ec. 9 y Ec. 10 de una manera expandida, la forma matricial es como se muestra en las Ec. 11 y Ec. 12, respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 11}$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 12}$$

Sin embargo, los cerámicos piezoeléctricos son materiales transversalmente isótropos. Es decir, con propiedades físicas que son simétricas sobre un eje que es normal a un plano de isotropía, en este caso $z(3)$, como se muestra en la Figura 14. Por ejemplo, en este plano, las propiedades son las mismas tanto en el eje x como en el eje y .

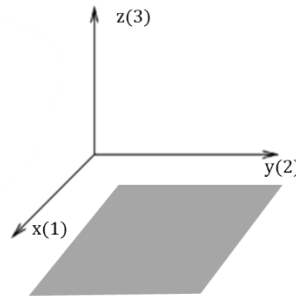


Figura 14 Plano de isotropía

Por esto, algunos de los parámetros de las matrices serán cero o pueden ser expresados en términos de otros parámetros. La reducción de las matrices se presenta en la Ec. 13 y Ec. 14.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{13} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(S_{11} - S_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 13}$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & d_{25} & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11} & 0 & 0 \\ 0 & e_{11} & 0 \\ 0 & 0 & e_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 14}$$

Por ejemplo, las propiedades de un material cerámico PZT 5H se verían como en la Ec. 15 para la matriz de complianzas, Ec. 16 para la matriz de constantes piezoeléctricas, y Ec. 17 para la matriz de permitividades dieléctricas.

$$\begin{bmatrix} 1.27205e11 & 8.02122e10 & 8.46702e10 & 0 & 0 & 0 \\ 8.02122e10 & 1.27205e11 & 8.46702e10 & 0 & 0 & 0 \\ 8.46702e10 & 8.46702e10 & 1.17436e11 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 2.29885e10 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 2.29885e10 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.34742e10 \end{bmatrix} [Pa] \quad Ec. 15$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 17.0345 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 17.0345 & 0 & 0 \\ -6.62281 & -6.62281 & 23.2403 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T [C/m^2] \quad Ec. 16$$

$$\epsilon_0 * \begin{bmatrix} 1704.4 & 0 & 0 \\ 0 & 1704.4 & 0 \\ 0 & 0 & 1433.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C^2 \\ Nm^2 \end{bmatrix} \quad Ec. 17$$

2.4 Acoplamiento electromecánico relacionado con las propiedades elásticas, dieléctricas y piezoeléctricas de los materiales

En esta sección se revisa el significado de algunos coeficientes piezoeléctricos como aquellos de las matrices de constantes piezoeléctricas, complianzas y permitividades eléctricas, así como el factor de acoplamiento electromecánico.

- Constantes piezoeléctricas d_{ij}

Es la razón de deformación ϵ_j ($1 \leq j \leq 6$) al campo eléctrico aplicado en el eje i ($1 \leq i \leq 3$). Por ejemplo, en la Figura 15 se muestra la aplicación de voltaje a un transductor piezoeléctrico que ha sido polarizado en el eje 3.

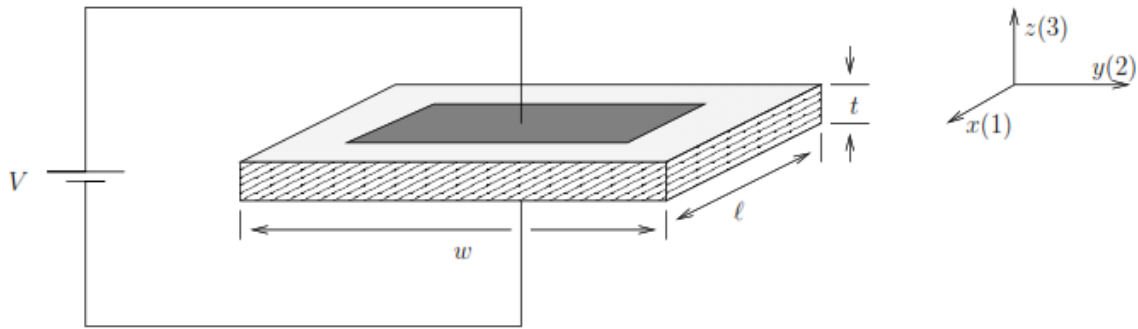


Figura 15 Aplicación de voltaje a transductor piezoeléctrico

Este voltaje aplicado genera un campo eléctrico mostrado en la Ec. 18.

$$E_3 = \frac{V}{t} \quad \text{Ec. 18}$$

Este campo eléctrico deforma el transductor a la razón mostrada en la Ec. 19.

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l}{l} \quad \text{Ec. 19}$$

En donde se puede decir que Δl es como en la Ec. 20.

$$\Delta l = \frac{d_{31} V l}{t} \quad \text{Ec. 20}$$

Normalmente la constante piezoeléctrica d_{31} es negativa, ya que al aplicar un campo eléctrico positivo se generará una deformación positiva en la dirección 3, es decir que el transductor se alargará en esa dirección. Este hecho se puede apreciar en el valor de la constante piezoeléctrica d_{31} del material PZT 5H mostrado en Ec. 16.

- *Complianza elástica S_{ij}*

Este valor indica la razón de deformación ε_i ($1 \leq i \leq 6$) al esfuerzo aplicado σ_j ($1 \leq j \leq 6$). Aquí es pertinente decir que los esfuerzos y deformaciones normales a los planos se denotan por índices del 1 al 3, mientras que los cortantes se denotan por índices del 4 al 6. Entonces, por ejemplo, S_{12} significa el esfuerzo normal en el eje 1 cuando se aplica un esfuerzo al dispositivo en el eje 2.

- *Coefficientes dieléctricos e_{ij}*

Este valor determina la carga por unidad de área en el eje i debido a la aplicación de campo eléctrico en el eje j . Sin embargo, en la mayoría de los materiales piezoeléctricos un campo que se aplica en el eje j causa desplazamiento eléctrico sólo en ese eje. Esto se puede apreciar en la Ec. 17 [2].

- *Factor de acoplamiento electromecánico*

El factor de acoplamiento electromecánico “ k ” es la razón de transducción electromecánica. La energía interna del dispositivo es la suma de la energía mecánica y la energía eléctrica. Este factor se define por la Ec. 21.

$$k = \frac{U_{ME}}{\sqrt{U_{MM}U_{EE}}} \quad \text{Ec. 21}$$

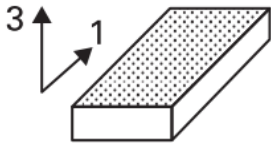
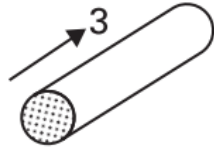
Donde U_{MM} y U_{EE} son las energías mecánicas y eléctricas. De donde se puede definir la razón de energía mecánica a eléctrica o viceversa, como se muestra en la Ec. 22, energía mecánica almacenada por energía eléctrica de entrada, y Ec. 23, energía eléctrica almacenada por energía mecánica de entrada, donde U_{ME} representa el efecto piezoeléctrico.

$$k^2 = \frac{U_{ME}}{U_E} \quad \text{Ec. 22}$$

$$k^2 = \frac{U_{ME}}{U_M} \quad \text{Ec. 23}$$

El valor del factor “ k ” se ve principalmente afectado por el valor de la constante piezoeléctrica “ d ”, para determinada manera de vibrar del dispositivo, como se aprecia en la Tabla 3, donde se presentan los resonadores piezoeléctricos y su respectivo factor de acoplamiento electromecánico. Para fines del desarrollo de esta tesis, se hace uso del factor k_{31} . En esta tabla, X representa esfuerzo y x representa deformación [30].

Tabla 3 Resonadores piezoeléctricos y factor de acoplamiento electromecánico [30].

Factor de acoplamiento	Condiciones de frontera	Forma del resonador	Definición
K_{31}	$X1 \neq 0, X2 = X3 = 0$ $x1 \neq 0, x2 \neq 0, x3 \neq 0$		$d_{31} / \sqrt{S_{11}^E \epsilon_{33}^X}$
K_{33}	$X1 = X2 = 0, X3 \neq 0$ $x1 = x2 \neq 0, x3 \neq 0$		$d_{33} / \sqrt{S_{33}^E \epsilon_{33}^X}$

De este tipo de vibración del dispositivo es de donde se derivan los modos de operación. En el modo de operación “ d_{31} ” al material se le induce un campo eléctrico en la dirección 3, como respuesta a un esfuerzo impuesto en la dirección 1. La configuración más común de un dispositivo que funciona en este modo es un cosechador de energía tipo viga cantiléver. En el modo de operación “ d_{33} ” el material se somete a esfuerzos en la misma dirección al campo eléctrico producido [13].

2.5 Amortiguamiento

El amortiguamiento puede ser descrito como la capacidad de un sistema oscilatorio para convertir la energía cinética en otro tipo de energía, ya sea calor, deformación plástica y/o electricidad como es el caso de estudio de esta tesis. El amortiguamiento disipa la energía contenida en la oscilación. El factor de amortiguamiento es un valor adimensional que determina como se reducen las oscilaciones en un sistema después de que éste deja de estar en su estado de reposo o posición de equilibrio.

Para realizar el cálculo del factor de amortiguamiento mediante el análisis del decremento logarítmico, se pueden seguir tres pasos descritos a continuación para resolver el problema propuesto. Se propone a manera de ejercicio un sistema amortiguado con un cierto desplazamiento medido al 80% de la amplitud anterior, como se indica en la Figura 16 de vibración libre donde se muestra el desplazamiento del sistema en función del tiempo.

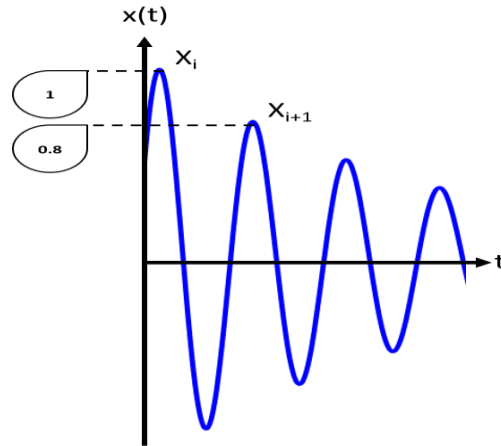


Figura 16 Vibración libre: vibración contra tiempo

El primer paso consiste en medir ciertos desplazamientos, siendo estos x_i y x_{i+1} , en donde al segundo le corresponde un valor de $0.8(x_i)$. Luego, obtener la razón de estas amplitudes como muestra la Ec. 24.

$$\frac{x_i}{x_{i+1}} = \frac{1}{0.8} = 1.25. \quad \text{Ec. 24}$$

El segundo paso consiste en obtener el decremento logarítmico de la razón de las dos amplitudes, como muestra la Ec. 25.

$$\delta = \ln\left(\frac{x_i}{x_{i+1}}\right) = \ln(1.25) = 0.223 \quad \text{Ec. 25}$$

El tercer y último paso consiste en obtener el factor de amortiguamiento ζ como se muestra en la Ec. 26.

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} = \frac{0.223}{\sqrt{(2\pi)^2 + (0.223)^2}} = 0.35 \quad \text{Ec. 26}$$

Nótese que el valor obtenido es menor que 1, por lo que se puede determinar que el sistema está sub amortiguado. Cuando este valor sea igual a cero, el sistema no se encuentra amortiguado, si es igual a 1 se encuentra en un estado de amortiguamiento

crítico, mientras que cuando este resultado es mayor que uno, el sistema se encuentra sobre amortiguado. Esta apreciación del efecto del factor de amortiguamiento se puede ver mejor en la Figura 17, donde se grafica en vibraciones libres el desplazamiento contra el tiempo [31].

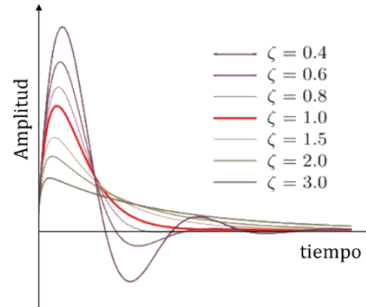


Figura 17 Razón de amortiguamiento

Para obtener resultados en las simulaciones realizadas en esta tesis haciendo uso del Software COMSOL® y considerado un oscilador con n grados de libertad, se utiliza el amortiguamiento de Rayleigh. Este amortiguamiento está representado en la Ec. 27.

$$C = \alpha M + \beta K \quad \text{Ec. 27}$$

En donde C es la matriz de amortiguamiento, M la matriz de masas y K la matriz de rigidez. Todas estas matrices son de dimensión n*n. El fin es encontrar los coeficientes α y β , por lo que se utiliza la relación entre el factor de amortiguamiento y el amortiguamiento de Raleigh. Estos parámetros se muestran en la Ec. 28.

$$\begin{bmatrix} 1 & \omega_1 \\ \frac{1}{2\omega_1} & \frac{\omega_1}{2} \\ 1 & \omega_2 \\ \frac{1}{\omega_2} & \frac{\omega_2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 28}$$

Donde ζ_1 y ζ_2 son las razones de amortiguamiento a las frecuencias angulares ω_1 y ω_2 , respectivamente. Usando los pares específicos de ζ y ω se pueden calcular los parámetros α y β resolviendo el sistema de ecuaciones. [23]

2.6 Síntesis de materiales piezoeléctricos y polarización

Los cerámicos piezoeléctricos están formados por un conjunto de cristales tipo perovskita, lo que significa que cada uno de los cristales tiene pequeños iones metálicos tetravalentes ubicados dentro de una red de iones de metal divalentes más grandes, además de O_2 . Esta estructura se puede ver en la Figura 18, donde se representa un cristal perovskita de titanato circonato de plomo.

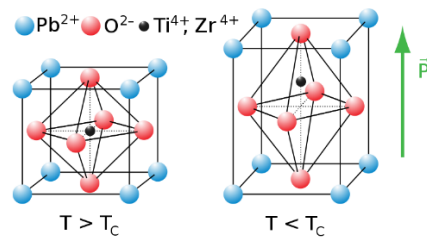


Figura 18 Desplazamiento del ión central. Figura obtenida de <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Perovskite.svg>

Existen diferentes maneras para fabricar un cerámico piezoeléctrico. Una de ellas consiste en mezclar polvos finos de óxidos de metal en proporciones específicas. Esta mezcla es luego calentada para formar un polvo uniforme. Tal polvo se mezcla con un aglutinante orgánico para moldearse en formas específicas, ya sea discos, barras, placas, etc. Una vez se tiene la forma deseada, estos elementos son calentados durante un tiempo específico y bajo temperaturas predeterminadas. El resultado de este proceso es que las partículas de polvo se sinterizan, y el material forma una estructura cristalina densa. Posteriormente se enfrían y de ser necesario, se cortan en formas más pequeñas. Al final se aplican electrodos en las superficies pertinentes.

Una vez finalizada la síntesis de estos materiales, no es posible utilizarla o explotar sus propiedades a la mayor capacidad. Primero debe ser sometido a un proceso de polarización.

Sobre cierta temperatura crítica, temperatura de Curie (temperatura sobre la cual ciertos cerámicos pierden permanentemente sus propiedades ferroeléctricas), cada cristal exhibe una estructura cúbica simple sin momento dipolar asociado, lo que resulta en un material paramagnético, como se puede ver en la Figura 18, en la primera representación

del cristal. Sin embargo, a temperaturas debajo de ésta, cada cristal presenta una estructura tetragonal con un momento dipolar asociado, como se muestra en Figura 18, en la segunda representación del cristal.

En un cerámico piezoeléctrico, los dipolos vecinos forman regiones de alineamiento local llamados dominios. Este alineamiento da un momento dipolar neto al dominio, y por lo tanto una polarización. La dirección de polarización entre dominios vecinos es aleatoria, por lo cual el elemento cerámico no posee polarización. De esta manera, no es posible explotar eficientemente las capacidades de los materiales piezoeléctricos, por lo que hay que someterlos a un proceso de polarización. Los dominios en un cerámico se alinean exponiendo al elemento a un alto campo eléctrico que exceda el campo coercitivo del material y de esta manera alinea la polarización de cada uno de los dominios o granos. Después del proceso de polarización, los dominios más alineados con el campo eléctrico se expanden a expensas de los que no están alineados con el campo. Cuando el campo eléctrico es removido, la mayoría de los dipolos se quedan en esta configuración de alineamiento. El elemento ahora tiene una polarización permanente. La polarización remanente, y queda permanentemente elongado. Este proceso se presenta en la Figura 19.

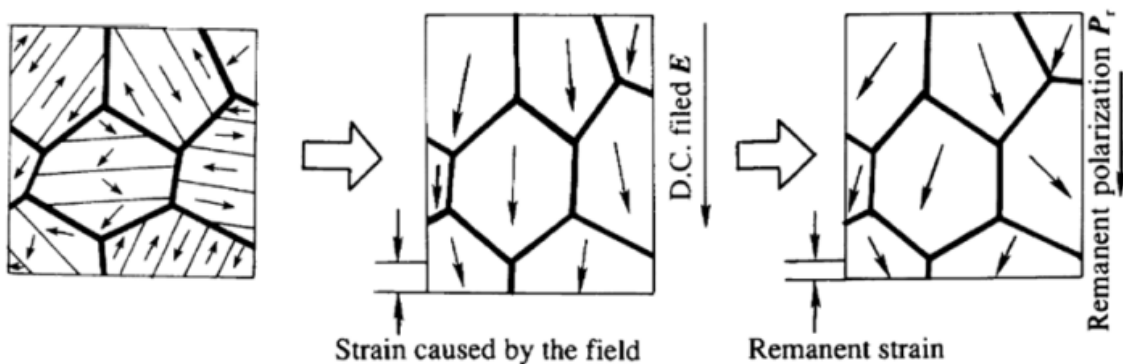


Figura 19 Proceso de polarización. Figura obtenida de <http://pubs.sciepub.com/ajme/4/1/2/figure/1>

2.7 Interacciones ferroeléctricas y ferroelásticas

Anteriormente se comentó sobre los transductores piezoeléctricos, en donde para el uso de las ecuaciones constitutivas establecidas, se asume que el dispositivo (cosechador

de energía en este caso) trabaja a esfuerzos cíclicos de tensión y compresión bajos, así como a campos eléctricos bajos. La razón de esto es porque las conmutaciones o cambios ferroeléctricos y ferroelásticos causan que los cerámicos ferroeléctricos se despolaricen o deformen cuando se ven sometidos a campos eléctricos o esfuerzos excesivos. Un cerámico piezoeléctrico despolarizado no es de utilidad para la aplicación que compete a esta investigación, ya que no sería posible explotar de manera eficiente todo el potencial de los materiales piezoeléctricos en la cosecha de energía.

Los dispositivos para cosecha de energía cinética someten a estos materiales a esfuerzos cíclicos y a cargas de campos eléctricos que pueden causar que el material se degrade. Los niveles de esfuerzo y campo eléctrico suficientes para despolarizar el material son relativamente bajos y deben ser comprendidos por el diseñador del dispositivo.

La conmutación ferroeléctrica es la fuente de las curvas de histéresis de forma tipo mariposa “deformación contra campo eléctrico”, como se muestra en la Figura 20b, y de la curva de “polarización contra campo eléctrico”, como se muestra en la Figura 20a. Además, es también la fuente de la curva esfuerzo – deformación con comportamiento lineal elástico a bajos esfuerzos, conmutación no lineal de deformación a esfuerzos intermedios y comportamiento lineal elástico a esfuerzos altos [32].

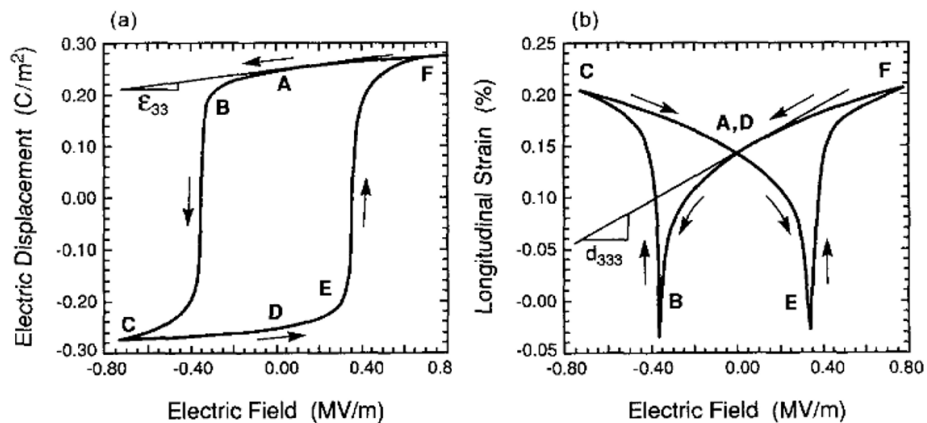


Figura 20 Ciclos de histéresis [32].

La histéresis implica la tendencia de un material para conservar alguna de sus propiedades cuando se ha removido la fuerza que lo ha generado. Por ejemplo, la

histéresis ferroeléctrica se presenta si al aplicar un campo eléctrico a un cerámico de esta naturaleza, la respuesta de polarización se mantiene luego de retirar el campo eléctrico que ha inducido tal polarización o desplazamiento eléctrico.

En la Figura 21 se representa el ciclo de histéresis característico del proceso de polarización de un cerámico piezoeléctrico. La curva mostrada en esta figura es la curva de polarización de un material ferroeléctrico. Sea cual sea el material, la forma de la curva tiene características similares.

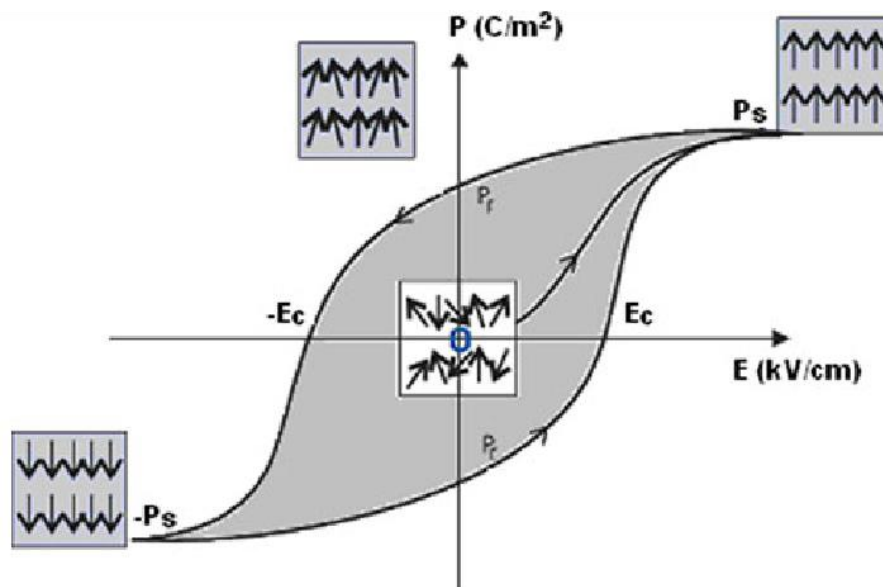


Figura 21 Ciclo de histéresis de un material ferroeléctrico. Figura obtenida de https://www.researchgate.net/figure/Hysteresis-loop-of-ferroelectric-materials_fig3_236298925

En un inicio, los dipolos se encuentran dispuestos en posiciones completamente aleatorias, por lo que el material posee una polarización neta igual a cero. En el comienzo del proceso de polarización, se requiere un mayor esfuerzo eléctrico para reorientar los dominios. Este intervalo se conoce como zona reversible. Sin embargo, en cierto punto la polarización se produce de forma proporcional, siendo en ese punto donde se inicia la zona lineal. Al final, se llega a un instante después del cual, por más campo eléctrico que se le induzca al material, éste ya no se polariza más. Este último punto se conoce como

punto de saturación. En este ciclo de histéresis también se encuentra un umbral conocido como campo coercitivo, siendo éste la intensidad del campo eléctrico que se debe aplicar a ese material para poder reorientar los dominios en sentido contrarios al ciclo anterior inmediato. Otro punto importante en este ciclo de histéresis es la polarización remanente. Ésta es la capacidad de un material para retener la polarización que le ha sido inducida. Este punto se puede encontrar cuando el campo eléctrico ha sido completamente removido. El área encerrada por una curva de histéresis representa la pérdida de energía o trabajo realizado para polarizar o despolarizar un material ferroeléctrico.

2.8 MEMS y potenciales aplicaciones de los cosechadores de energía

La miniaturización de los componentes electrónicos trae consigo el desarrollo de dispositivos micro electromecánicos (MEMS), característicos por su bajo consumo energético dada su escala. Aprovechando estas características, en las últimas décadas se han propuesto alternativas para fuente de energía autónoma. Uno de los mayores problemas de los MEMS autónomos, es la ausencia de micro fuentes de energía con la capacidad eléctrica necesaria. Una de estas alternativas es explotar el efecto piezoeléctrico acoplando un material de este tipo a una estructura oscilatoria. De esta manera se utilizaría la energía cinética de los alrededores y convertir parte de ésta en eléctrica.

El área de los sensores es una de las que se ha visto beneficiada de estos dispositivos. La cosecha de energía mecánica (movimientos o vibraciones), ha atraído interés debido a su presencia en todas partes. La energía cosechada mediante este método puede ser utilizada para reemplazar fuentes de energía convencionales e impulsar dispositivos de bajo consumo, como los MEMS: una solución conveniente para sensores inalámbricos ubicados en locaciones remotas.

Ya que las baterías químicas son de vida relativamente corta, y resultaría difícil su reemplazo, la alternativa son cosechadores de pequeña escala, de poco o nulo mantenimiento. Una de éstas es un dispositivo piezoeléctrico tipo viga cantiléver como el mostrado en la Figura 22.

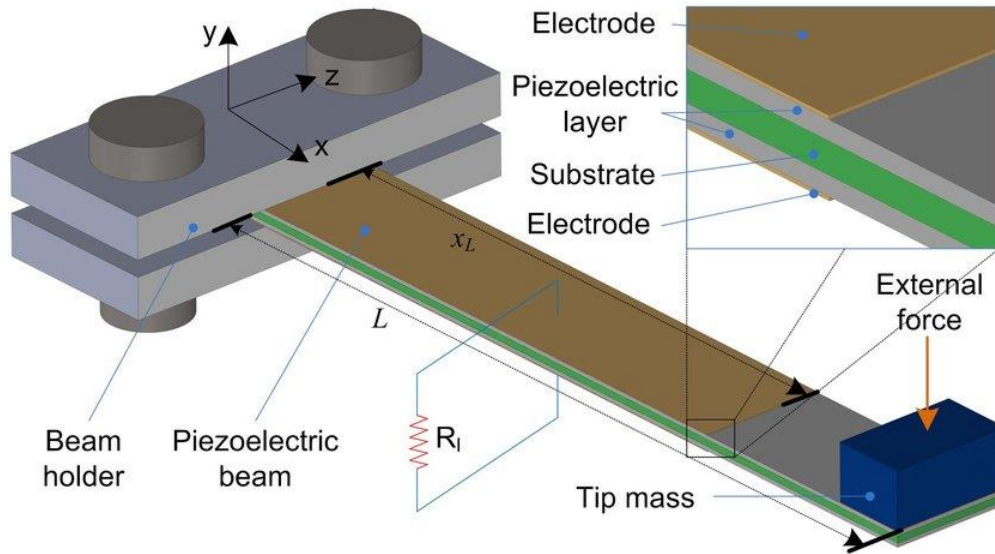


Figura 22 Dispositivo piezoeléctrico tipo viga cantiléver. Figura obtenida de https://www.researchgate.net/figure/Schematic-diagram-of-a-general-bimorph-piezoelectric-energy-harvester-with-a-substrate_fig1_323623497

Dado que la generación eléctrica de los dispositivos piezoeléctricos ronda en los mW, las potenciales aplicaciones de éstos se enfocan en dispositivos de bajo consumo como los MEMS, redes de sensores inalámbricos y sensores para el uso en el internet de las cosas.

El internet de las cosas, IoT por sus siglas en inglés, está relacionado con la interconexión de objetos cotidianos con el internet. Por ejemplo, si estos objetos tuvieran una etiqueta de radio, podrían ser gestionados por otros equipos. Un ejemplo es una maleta con un sensor conectado a internet, mediante el cual el usuario siempre sabrá la ubicación de la misma, o un refrigerador inteligente que informe al usuario cuando su despensa se está agotando.

Ya que cada vez la demanda energética de muchos dispositivos electrónicos ha decrecido considerablemente, son potenciales áreas de oportunidad para los cosechadores de energía. En la Tabla 4 se muestran los consumos de energía de diferentes dispositivos, así como su autonomía, funcionando en base a baterías.

Tabla 4 Consumos energéticos de diferentes dispositivos [33].

Dispositivo	Consumo energético [W]	Autonomía de energía
Smartphone	1 W	5 hrs
Reproductor MP3	50 mW	15 hrs
Audifonos	1 mW	5 días
Nodo de sensor inalámbrico	100 uW	de por vida
Marcapasos cardiaco	50 uW	7 años
Reloj de cuarzo	5 uW	5 años

Se vive en un mundo digital en el que los sensores son ya indispensables. Algunos se utilizan en lugares muy remotos de difícil acceso, como en estructuras civiles ya sean puentes o edificios como método para el análisis y sensado de la salud estructural de los mismos. Otra aplicación es el sistema de posicionamiento global, por ejemplo. En una situación en la que la batería está completamente muerta puede ser muy caro reemplazar la misma. En ocasiones los sensores se embeben dentro de estructuras como en infraestructura y resulta imposible reemplazar la batería. En situaciones como éstas, un cosechador de energía resulta un alternativa utilitaria [2].

2.9 Método de elementos finitos

Las ecuaciones diferenciales parciales (EDP) son comúnmente utilizadas para el estudio de la física en cuanto a cuestiones que involucran tiempo y espacio. Sin embargo, no es un acto trivial resolver estas EDP aplicadas a ciertas geometrías, por ello, se opta por realizar aproximaciones a las soluciones de éstas soportándose en el uso de métodos numéricos. Cuando se propone un modelo de métodos numéricos para algún problema en cuestión y se soluciona, esta solución se puede tomar como una aproximación aceptable respecto a la solución de una EDP. El elemento finito se utiliza para realizar estas aproximaciones [34].

Una determinada geometría puede ser sometida a cargas y condiciones de frontera (restricciones). Aplicando el método de elementos finitos, esta geometría se divide en un número finito de elementos de geometría simple. Estos elementos en conjunto representan el dominio continuo. Realizar la división de la geometría en pequeños elementos es para resolver un problema complejo mediante problemas más simples, logrando así que el sistema de cómputo realice las tareas con mayor eficiencia. En este

método se toma que un número de variables infinitas desconocidas pueden ser reemplazadas por un número finito de elementos con un comportamiento bien definido. Usualmente las divisiones de la geometría se presentan en forma triangular, pudiendo presentarse con otra geometría primitiva. Estos triángulos (elementos) están conectados por los vértices llamados nodos. A los nodos y los elementos en conjunto se les conoce como malla. Ya que la geometría ha sido dividida en elementos, las ecuaciones que gobiernan el comportamiento físico no pueden ser resueltas de una manera exacta, más bien aproximaciones por este método numérico. El método de elementos finitos, su precisión, es altamente dependiente de la cantidad de nodos y elementos, por lo tanto, entre mayor sea el número de elementos en la malla, más precisos serán los resultados [35].

METODOLOGÍA

3.1 Módulos de COMSOL® para fenómeno multifísico de piezoelectricidad

Para realizar la simulación del fenómeno multifísico de la piezoelectricidad en el software COMSOL® Multiphysics se utilizaron tres módulos: Mecánica de sólidos, Electrostática y Circuitos eléctricos.

Los módulos Mecánica de sólidos y Electrostática aparecen agrupados en un conjunto llamado Dispositivos piezoeléctricos. Esta combinación relaciona las ecuaciones constitutivas para modelar piezoeléctricos. Este módulo tiene la capacidad de resolver ambos efectos piezoeléctricos (inverso y directo), mientras que el acoplamiento puede resolverse utilizando las formas de esfuerzo – carga y deformación – carga.

Mecánica de sólidos

La interfaz dedicada para mecánica de sólidos es útil para resolver problemas estructurales en cuerpos en diferentes dimensiones espaciales. Los resultados arrojados por este módulo son desplazamientos, esfuerzos y deformaciones.

Al usar esta interfaz a través del módulo “Dispositivos piezoeléctricos”, se agrega el modelo material de “Material piezoeléctrico”. En este último, se seleccionan los dominios que corresponden al cerámico piezoeléctrico.

Para usar este módulo en un dispositivo cosechador de energía tipo viga cantiléver se deben agregar dos condiciones de frontera: la primera condición es empotrar uno de los extremos de la viga permitiendo que el otro extremo oscile libremente, mientras que la segunda condición es aplicar una carga en todo el cuerpo realizando el producto de la densidad del material y el valor de aceleración.

En caso de que se trate de un dispositivo piezoeléctrico bimorfo, y las películas de este material no se encuentren polarizadas en la misma dirección, será necesario agregar otro modelo material de “Material piezoeléctrico” y modificar el sistema de coordenadas por uno rotado a 180 grados.

Electrostática

Esta interfaz se utiliza principalmente para calcular el campo eléctrico, así como el campo de desplazamiento eléctrico y las distribuciones de potencial en los dieléctricos. Esta interfaz resuelve la ley de Gauss para el campo eléctrico haciendo uso del potencial eléctrico escalar como la variable dependiente.

Para cosechadores de energía tipo viga cantiléver es necesario seleccionar solamente el dominio correspondiente al material piezoeléctrico. Es necesario, además, agregar dos condiciones: tierra y terminal, asignando ambas en caras opuestas de la película piezoeléctrica.

Circuito eléctrico

Esta interfaz se utiliza para modelar corrientes y voltajes en circuitos, resistores, capacitores, dispositivos semiconductores, entre otros.

Para aplicar esta interfaz al problema que nos concierne, es necesario agregar la resistencia de carga y una terminal externa para tomar la lectura del voltaje de salida.

Cabe mencionar que el fenómeno multifísico que se resolverá concerniente a la cosecha de energía mediante dispositivos piezoeléctricos es el efecto piezoeléctrico (directo o inverso).

Estudios

Los estudios utilizados en este problema son: “eigenfrecuencia” y “dominio de frecuencias”. El primero de ellos se configura para obtener solamente la frecuencia fundamental, ya que es la más óptima para esta aplicación. Una vez conocida la frecuencia fundamental, se hace un barrido de frecuencias en el módulo de dominio de frecuencias para obtener la respuesta de la estructura y la generación de potencia del dispositivo cuando éste entra en resonancia estructural, siendo cuando se obtienen los mejores resultados.

Optimización

Una vez que ya se cuenta con un modelo, es deseable mejorar el mismo. En COMSOL®, el módulo de optimización puede ser utilizado para calcular soluciones óptimas para determinados problemas. Cualquier entrada de un modelo, sean parámetros

geométricos o propiedades de material, por nombrar algunas, puede usarse como variable de diseño, mientras que cualquier salida del modelo puede ser una función objetivo. El módulo de optimización considera las restricciones establecidas en el modelo y utiliza alguna técnica de optimización para encontrar los diseños óptimos del modelo.

3.2 Validación de las simulaciones

Para validar las simulaciones realizadas en el Software COMSOL® Multiphysics se reprodujo el modelo experimental realizado de acuerdo a Ho Sun et al (2014) [25]. En este artículo, ellos proponen un dispositivo cosechador de energía usando un sistema de conversión de frecuencia. En esta investigación se diseña y fabrica un dispositivo con una frecuencia fundamental objetivo de 100 Hz. En la Figura 23a se muestra la frecuencia de resonancia experimental obtenida por estos investigadores, mientras que en la Figura 23b se muestra la Frecuencia fundamental reproducida en el software COMSOL®.

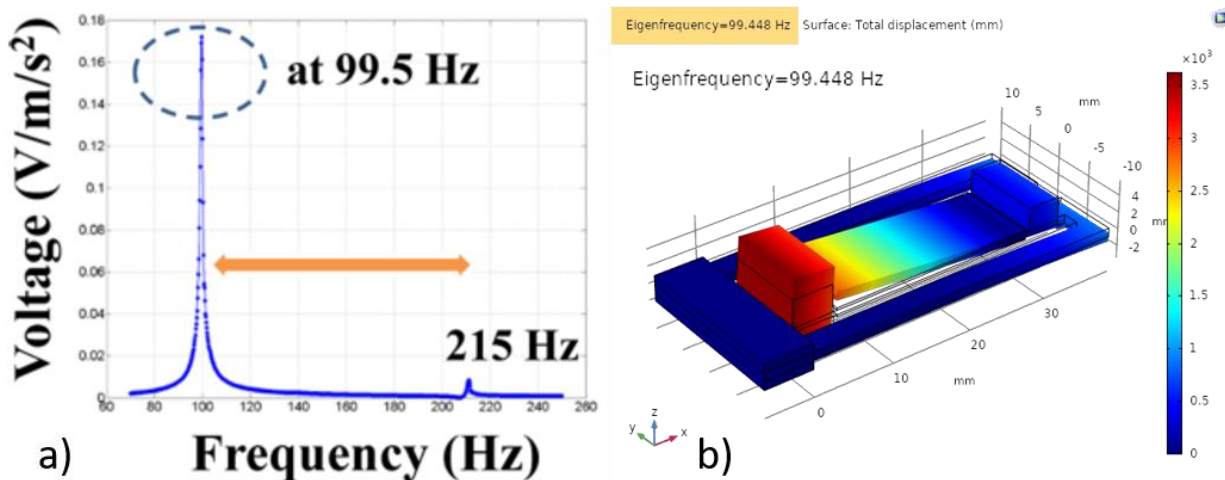


Figura 23 Frecuencia de resonancia experimental

Los resultados experimentales de potencia presentados por los investigadores se muestran en la Figura 24a, mientras que los obtenidos en la simulación por COMSOL® se presentan en la Figura 24b. En la Figura 24a se aprecia que la potencia máxima se alcanzó con una resistencia de carga eléctrica de 33kohm a 100.2Hz, siendo de 79μW. Mientras que en la Figura 24b, la potencia máxima se presenta con 33kohm a 100Hz, siendo de 76μW.

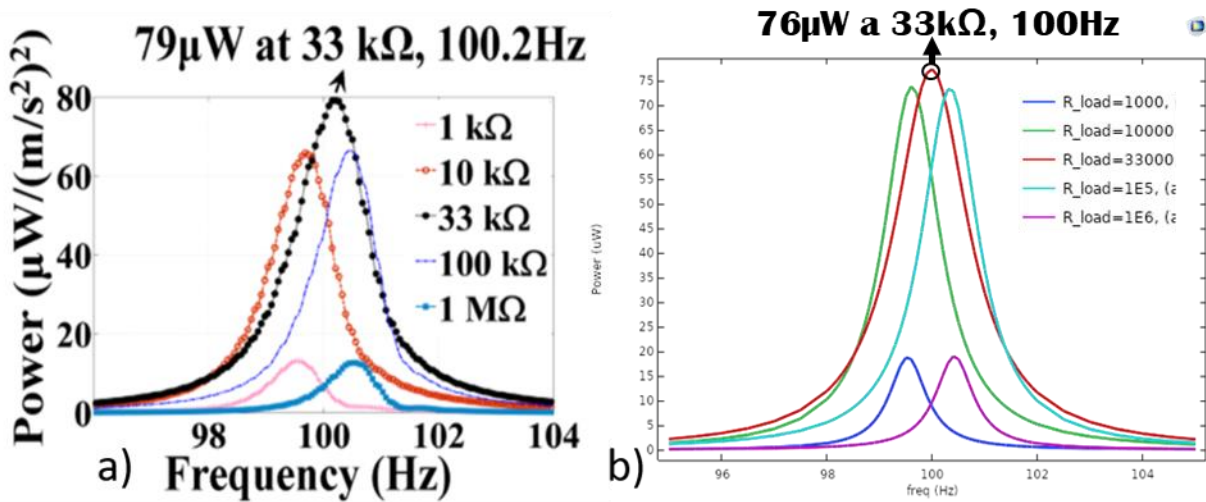


Figura 24 Resultados de potencia

Los resultados obtenidos al reproducir este experimento han venido a ser aceptables validando de tal manera las simulaciones realizadas en el software COMSOL®.

3.3 Determinación de parámetros dimensionales

Se adoptan ciertas restricciones de diseño en cuanto al volumen máximo permitido que deberá ocupar el dispositivo cosechador de energía. Esta restricción implica que el volumen no debe exceder $3 \times 6 \times 1.3 \text{ cm}^3$, dado que son las dimensiones de un porta baterías para dos pilas de tamaño estándar AA, utilizadas típicamente para instalaciones electrónicas en tablillas de conexión que alimentan dispositivos electrónicos, como el que se muestra en la Figura 25. Además, cuando esta investigación se pretenda corroborar experimentalmente, estas dimensiones serán fácilmente manipulables y la configuración será sencilla de realizar.



Figura 25 Porta baterías

3.4 Consideraciones geométricas

Ya que las vibraciones ambientales usualmente son de baja frecuencia rondando los 10 y 200Hz, los dispositivos deben tener una frecuencia fundamental que empate a la misma para de esta manera promover la resonancia estructural del dispositivo. En la Tabla 5 se muestran las aceleraciones y frecuencia promedio encontradas en el medio ambiente.

Tabla 5 Aceleraciones y frecuencias de fuentes ambientales [9]

Fuente	Aceleración [m/s ²]	Frecuencia [Hz]
Compartimiento de motor	12	200
Mesa de 3 ejes de una máquina CNC	10	70
Carcasa de licuadora	6.4	121
Secadora para ropa	3.5	121
Persona con tick nervioso en pierna	3	1
Panel de instrumentos de auto	3	13
Marco de puerta al cerrar la misma	3	125
Microondas pequeño	2.5	121
Ventanas cerca de calle transitada	0.7	100
CD en laptop	0.6	75
Suelo de un segundo piso de oficina transitada	0.2	100

Sin embargo, dadas las dimensiones de tales dispositivos, quedan pocas opciones en cuanto al empate de dichas frecuencias. Una de estas opciones es aumentar la masa de la masa de prueba en el extremo libre de la viga para disminuir la frecuencia fundamental del dispositivo. El problema que esto trae consigo es que se ha notado que mayores masas crean altos niveles de esfuerzos inaceptables para la estabilidad estructural del

dispositivo y para el correcto funcionamiento del mismo. Tomando en cuenta estas consecuencias, se adopta la geometría mostrada en la Figura 26 con el objetivo principal de que todo aquel lector de este trabajo tome en cuenta las consideraciones de diseño que se deben asumir al momento de plantearse trabajar con cosechadores de energía. En una gran proporción de los trabajos revisados no se toman en cuenta estas consideraciones y es de carácter urgente para un diseñador no hacer caso omiso de las mismas, ya que de esto depende el funcionamiento eficiente y a largo plazo del dispositivo en campo. En la Figura, los dominios en color azul representan las capas de material piezoeléctrico. Ya que se asume que los transductores piezoeléctricos operarán bajo niveles de esfuerzo bajos, es sólo cuando esto sucede que se pueden aplicar las ecuaciones constitutivas que describen el comportamiento de estos dispositivos. Fuera de estos requerimientos, las ecuaciones presentarán un alto grado de error relativo a un modelo experimental. Desde una perspectiva física, al operar cíclicamente bajo esfuerzos altos, el material cerámico piezoeléctrico tenderá a despolarizarse, momento en el cual se puede determinar que el transductor ha fallado en su operación.

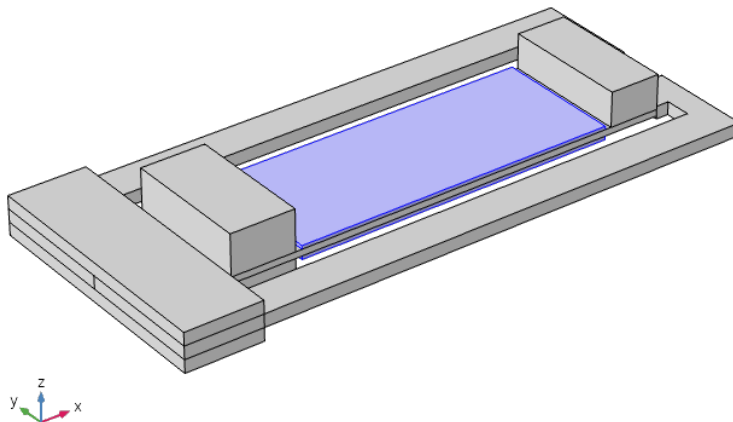


Figura 26 Geometría adoptada

3.5 Configuración piezoeléctrica del dispositivo

Para determinar la configuración piezoeléctrica ideal del dispositivo se analizó el sistema en diferentes condiciones: sistema PZT bimorfo, sistema PZT + BaTiO₃, sistema BaTiO₃ bimorfo, sistema BaTiO₃ unimorfo y sistema PZT unimorfo. Los resultados se presentan

en la Figura 27, donde se aprecia que la mejor configuración basados en el objetivo de esta tesis es la configuración PZT + BaTiO₃.

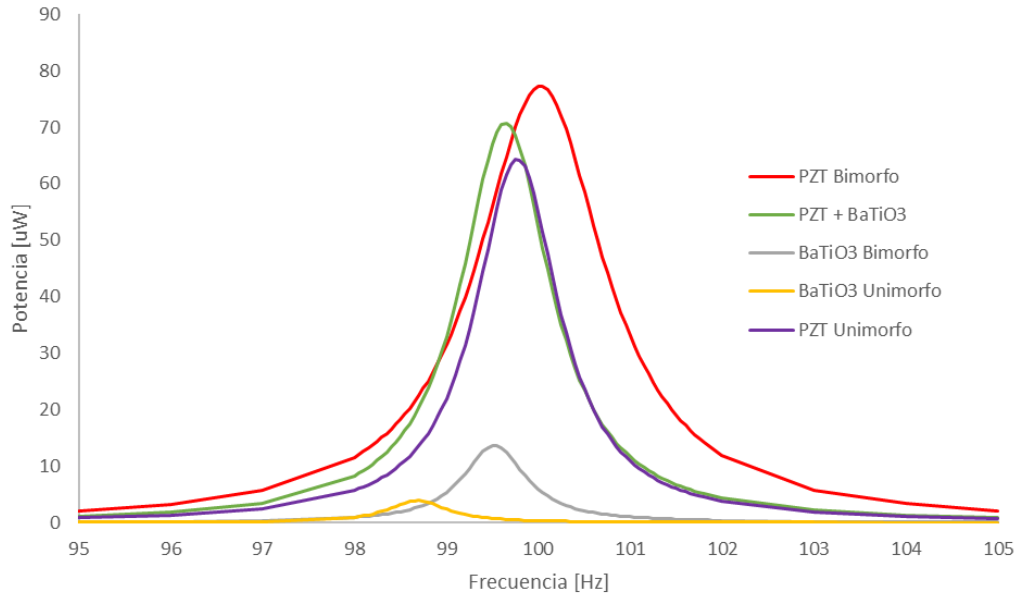


Figura 27 Potencia máxima contra frecuencia de excitación para diferentes configuraciones del material piezoeléctrico.

3.6 Simulación

La simulación se realizó en el software COMSOL® mediante la selección de un espacio de dimensión 3D, agregando dos físicas: Dispositivos piezoeléctricos, que implica mecánica de sólidos y electrostática, y circuitos eléctricos. Debido a que la geometría es compleja, el marco de la estructura se diseñó en un software de diseño asistido y posteriormente se importó el modelo a COMSOL®. Una vez que la estructura se importó, se agregó el dominio de las masas de prueba y la viga cantiléver de tal manera que la razón entre los anchos en los extremos de la viga A y B se pudiera manipular fácilmente, es decir, que pudiera manipular paramétricamente la forma de la viga entre triangular (razón 0) y rectangular (razón 1), como se muestra en la *Figura 28a-b*. En adelante, estas modificaciones de forma de viga se conocerán como variación de “razón”.

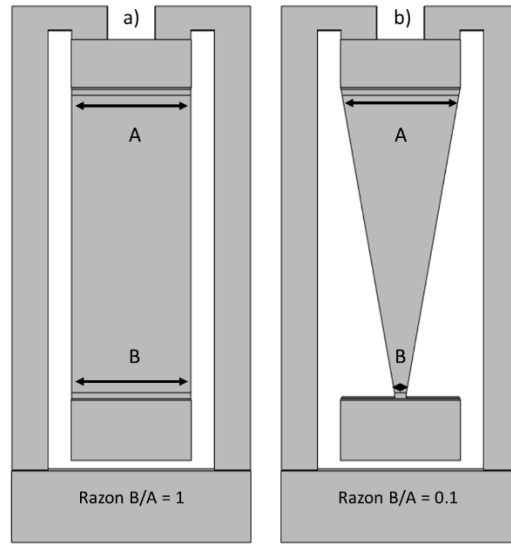


Figura 28 Razón de tamaño B/A

Una vez creado el modelo geométrico a analizar, se definieron los materiales correspondientes a cada dominio, es decir, las capas de material piezoeléctrico fueron establecidas con PZT y BaTiO₃ respectivamente, los dominios del marco de aluminio y las masas de prueba de latón, como se muestra en la Figura 29.

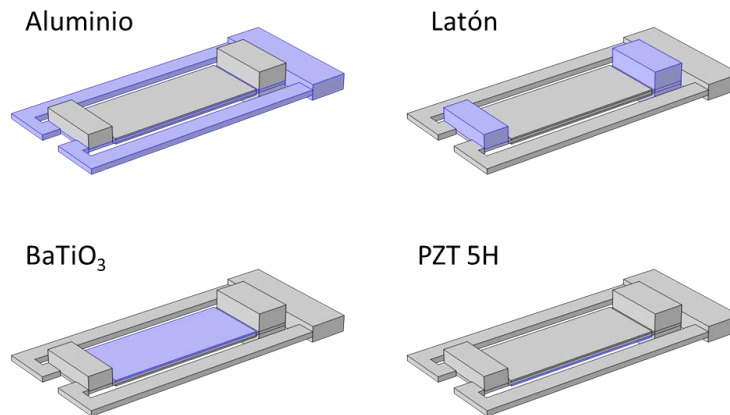


Figura 29 Configuración de materiales por dominio

Una vez asignados los materiales, ahora las configuraciones necesarias para determinar la frecuencia fundamental de la estructura. Para realizar esto, sólo es necesario analizar

la física de “mecánica de sólidos”, en donde se distinguen los modelos materiales elásticos y piezoeléctricos (Ver Figura 30), ya que los materiales piezoeléctricos no se rigen por propiedades escalares, como lo hacen los materiales elásticos isotrópicos. La única restricción que se establece es que el dispositivo se encuentre empotrado en un extremo, como se muestra en la Figura 30, y el otro extremo quede libre.

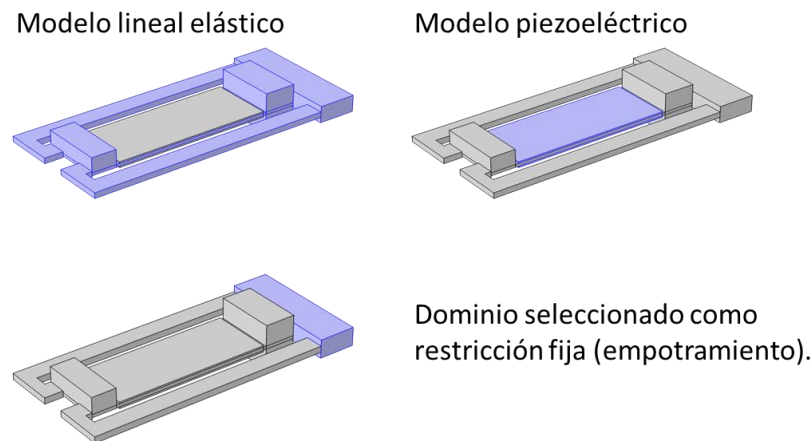


Figura 30 Configuración mecánica de sólidos

Una vez se ha configurado la física de mecánica de sólidos, se selecciona un mallado apropiado para los dominios y se ejecuta un estudio de “eigenfrecuencias” para determinar las frecuencias naturales de vibración. Para fines de este estudio, sólo se analiza la frecuencia fundamental.

Cuando se conoce la frecuencia fundamental del dispositivo, es momento de realizar el análisis del fenómeno electromecánico para la cosecha de energía. Para ello, se habilita la física de “electrostática” en donde se configuran solamente los dominios piezoeléctricos, y la física “circuitos eléctricos” en donde se arma el circuito eléctrico y se define la resistencia de carga. Adicional a ello, en la física “mecánica de sólidos” se añade una carga armónica a todo el dominio del dispositivo. Se realiza en este caso un estudio en el dominio de las frecuencias realizando un barrido frecuencial en un rango que incluya la frecuencia fundamental del dispositivo para conocer la respuesta de éste al ser excitado en ese rango de frecuencias.

3.7 Optimización

Teniendo los resultados arrojados por el estudio de “dominio de frecuencias”, es momento de determinar la resistencia de carga ideal para el dispositivo con las configuraciones geométricas predeterminadas. Para ello, primero se buscan las frecuencias de resonancia en circuito abierto y circuito cerrado. Esta configuración se simula fijando la resistencia de carga muy baja para circuito cerrado y muy alta para circuito abierto. Las frecuencias de resonancia en circuito abierto y cerrado para el dispositivo se determinaron con diferentes geometrías de la viga, en específico variando el parámetro que controla la razón de tamaño entre el ancho de ambos extremos. Las razones de tamaño analizadas fueron 0.1 y 1 (viga casi triangular y viga rectangular), de donde se determinó que la frecuencia de resonancia de circuito cerrado es de 99.5 Hz y la de circuito abierto es de 100.4 Hz. En base a estos resultados, se puede establecer que cualquier resistencia de carga y geometría de la viga se puede estudiar en un estudio de dominio de frecuencias haciendo análisis especialmente en este rango de frecuencias, ya que es en éste donde se presentarán los resultados óptimos.

Para conocer el valor de resistencia de carga óptimo del dispositivo con determinada geometría, se estableció una frecuencia de análisis solamente, en este caso se seleccionó arbitrariamente una frecuencia de 99.75 Hz (que se encuentra dentro del rango anteriormente mencionado), y posteriormente se realizó un barrido paramétrico de la resistencia de carga para determinar con qué valor de resistencia se presentan los mejores resultados de potencia eléctrica generada, como se muestra en la Figura 31.

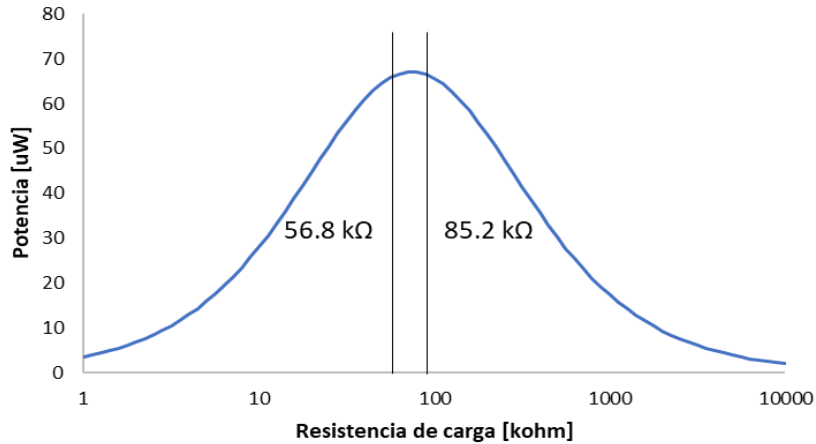


Figura 31 Potencia máxima contra Resistencia de carga eléctrica a una sola frecuencia de excitación

En el caso de la Figura 31, se determinó que, con esa frecuencia en específico, la potencia máxima generada sucede a 71kohm. Posteriormente, luego de conocerse esta resistencia eléctrica, se repite el mismo estudio, pero dentro de un rango considerablemente más estrecho determinado por la Ec. 29, en donde P_{max} es la potencia máxima y el porcentaje de 20% fue elegido arbitrariamente.

$$[P_{max} - 0.2 * P_{max}, P_{max} + 0.2 * P_{max}] \quad \text{Ec. 29}$$

Una vez se conoce entre que rangos de resistencia se puede encontrar la resistencia óptima de carga, además de realizar el mismo estudio, en esta ocasión, el análisis frecuencial se realiza no sólo a una frecuencia, sino con especial detalle en el rango previamente determinado de frecuencias de circuito abierto y circuito cerrado: de 99.5 a 100.4 Hz. Aunado a ello, se realiza un barrido paramétrico de la resistencia de carga, solamente que delimitado al rango anteriormente descrito en la Ec. 29. Refinando este análisis se puede determinar la resistencia óptima de carga para el dispositivo en cualquier configuración geométrica.

Se desea determinar si hay efectos considerables en la respuesta debidos a la variación de la forma de la viga entre triangular y rectangular. Por lo tanto, se determinó la

resistencia de carga óptima para 6 razones de cambio de tamaño: 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6 Resistencia de carga óptima contra razón

Razón	Resistencia de carga óptima [kohm]
0.1	83.5
0.3	82.7
0.5	79.3
0.7	76.1
0.9	72.1
1	70.6

Cabe mencionar que estas resistencias de carga óptima se determinaron mientras que la frecuencia fundamental de cada una de las geometrías era la misma. Ya que al modificar la geometría de la viga en la estructura cambia la frecuencia fundamental, ésta se ajustó variando solamente una de las masas de prueba.

Conociendo las masas y las resistencias de carga óptimas de cada una de las geometrías analizadas, es posible entonces realizar un análisis de barrido de frecuencias de cada una de las geometrías con sus respectivos parámetros óptimos y realizar un estudio comparativo de los resultados de potencia eléctrica generada.

RESULTADOS

A partir del estudio de análisis de resistencias de carga eléctrica óptimas por geometría se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 6. Es posible deducir de estos resultados que la razón de cambio en la geometría y la resistencia de carga óptima guardan prácticamente una relación lineal. Es decir, a menor razón, mayor es la resistencia de carga para obtener óptimos resultados, como se aprecia en la Figura 32.

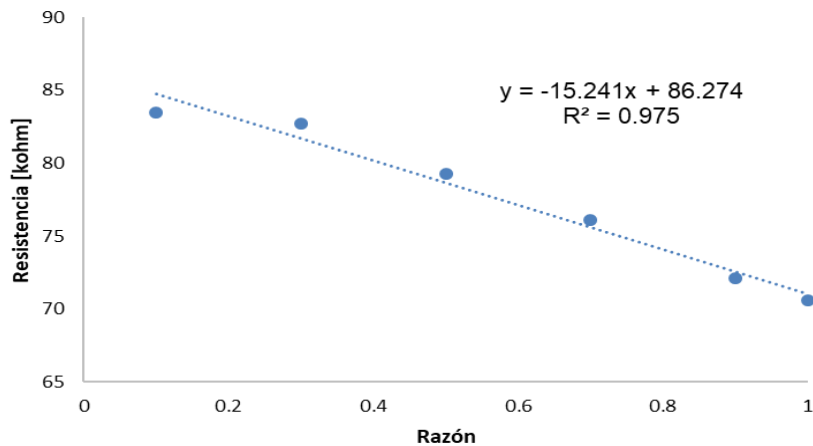


Figura 32 Relación lineal entre razón y resistencia de carga

De acuerdo a las afirmaciones de Muthalif et al [36], una configuración de viga triangular cosecha más energía comparada a una rectangular, diciendo que la razón de esta observación es debido a la distribución uniforme de la deformación a lo largo de la viga. En la investigación realizada por este grupo, determinan que una configuración triangular de la geometría genera mayor respuesta de voltaje medido en la resistencia, lo cual se pudo comprobar y se muestran los resultados en la Figura 33.

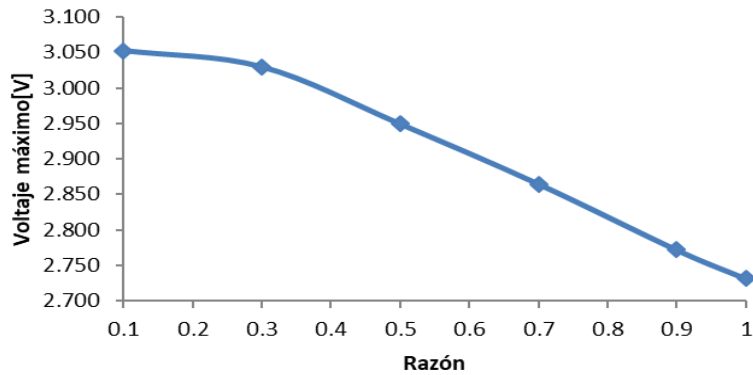


Figura 33 Voltaje máximo contra razón

Además, se determinó que se tiene una gráfica similar cuando se compara el voltaje máximo contra el área de la capa de material piezoeléctrico, como se muestra en la Figura 34.

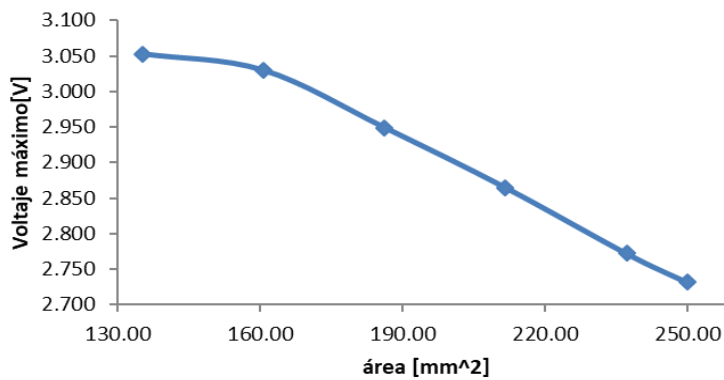


Figura 34 Voltaje máximo contra área

Sin embargo, contrario a las afirmaciones de este grupo de investigadores, se encontró que la configuración triangular produce un voltaje más alto pero considerablemente menos potencia que la configuración rectangular. Ésto se determinó en base a las simulaciones realizadas que demuestran que la energía cosechada aumenta con la

razón (véase Figura 35), así como que la energía cosechada aumenta con el área de la capa de material piezoeléctrico (véase Figura 36).

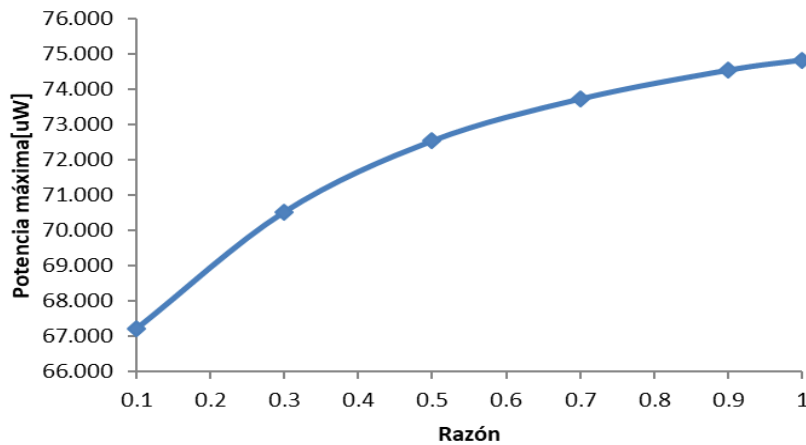


Figura 35 Potencia máxima contra razón

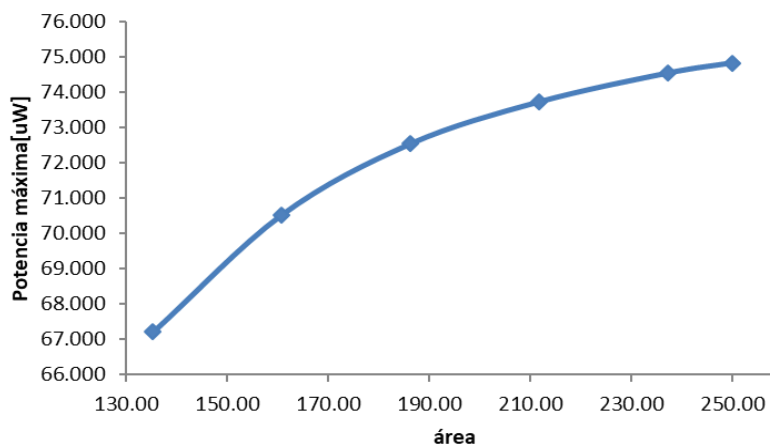


Figura 36 Potencia máxima contra área

Contrario a las afirmaciones realizadas por Muthalif et al [36], la energía cosechada es dependiente del área que cubre el material piezoeléctrico. Además, en su investigación no establecen una frecuencia de análisis fija, si no que determinan que la geometría triangular genera mejores resultados, pero a frecuencias más altas. No hay punto de comparación entre geometría rectangular y triangular, pues se analiza ambos casos en diferentes rangos de frecuencia. Por otro lado, en una aplicación práctica es la frecuencia

de excitación la que determina la frecuencia fundamental que debería presentar el dispositivo piezoeléctrico para la cosecha de energía.

En la Figura 37, se presentan los resultados de potencia eléctrica generada contra frecuencia de excitación, en donde se comparan las diferentes geometrías, cada una con la misma frecuencia fundamental y analizada con la resistencia de carga óptima. Como se puede ver, todas tienen una respuesta a la frecuencia en resonancia en 99.8 Hz. Además, es evidente que los mejores resultados se presentan cuando se tiene una geometría rectangular.

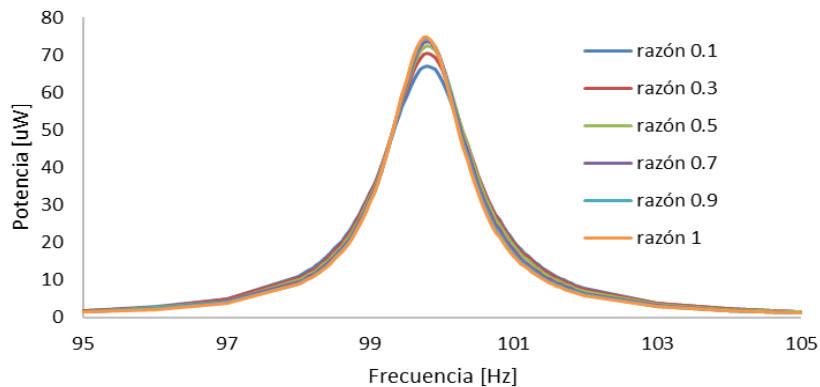


Figura 37 Potencia eléctrica contra frecuencia de excitación para diferentes razones geométricas

En cuanto al análisis realizado con diferentes mallados, cambiando la fineza de los elementos, se obtienen resultados que no varían significativamente y se consideran aceptables. Por este motivo, se puede declarar que los resultados convergen y que los valores máximos presentados tienen a lo máximo un error del 3.4% (véase la Tabla 7). Por ello, se puede determinar que los resultados obtenidos mediante un mallado normal son aceptables, mientras que su velocidad de cálculo es considerablemente mayor. Este

error relativo entre mallados es respecto al más cercano a la realidad: el mallado Extra fino, puesto que se analizan un mayor número de elementos.

Tabla 7 Porcentaje de error relativo de mallados contra mallado extra fino

Mallado	Potencia máxima [uW]	% Error relativo
Normal	74.4	3.4
Fino	75.4	2.1
Mas fino	75.9	1.5
Extra fino	77.1	

DISCUSIÓN

Al iniciar esta investigación, solo se consideraba simular una estructura sencilla, una viga cantiléver con una masa de prueba en el extremo libre para poder ajustar la frecuencia fundamental de la estructura. Posteriormente, se trabajaría analizando las combinaciones de diferentes materiales piezoeléctricos libres de plomo junto con una capa de PZT, además de variar la geometría de la viga para optimizar los resultados de potencia, como se propone en [36]. Este es un patrón que se ha seguido en la mayoría de la literatura consultada, sin embargo, son pocos los grupos de investigación que abordan el tema de los límites de esfuerzos a los que se deben someter los dispositivos mientras se encuentran en operación. La mayoría de las investigaciones dan por sentado que, entre mayores esfuerzos mejores resultados de potencia, sin embargo, se debe considerar que los transductores piezoeléctricos de energía son dispositivos lineales, que sólo funcionan a esfuerzos y campos eléctricos relativamente bajos. Tomando en cuenta estas consideraciones, se optó por adoptar la estructura que se considera la más apropiada para hacerle notar al lector que es un tema crítico que se debe tener en cuenta una vez que se quiera llevar este modelo a una etapa experimental, tal como se hizo en el trabajo de Park et al [37], en donde una de las restricciones de diseño es precisamente el esfuerzo de cedencia analizado mediante el criterio Von Mises. En el caso de este trabajo, se presentan en la Figura 38 a una amplitud de aceleración de 1 m/s^2 el esfuerzo máximo de 5.75 MPa , mientras que en la Figura 39, el esfuerzo máximo a una aceleración de $1g$ es de 56.4 MPa , ambas en la frecuencia de resonancia de 99.8 Hz . De acuerdo a las especificaciones del latón (material utilizado como estructura anfitriona), su esfuerzo de cedencia es de 135 MPa , por lo que el esfuerzo máximo de este dispositivo no excede ese valor, al menos a esas aceleraciones impuestas. Se recomienda realizar un trabajo más fino y detallado de manera experimental para determinar el esfuerzo crítico a partir del cual se pierde la linealidad del comportamiento piezoeléctrico. Desafortunadamente, y aunque ese no es el enfoque de este trabajo, no se tienen los datos necesarios para determinar el esfuerzo crítico del material piezoeléctrico en este dispositivo, pero se piensa que los esfuerzos que sufre la estructura en estas simulaciones son de magnitud razonable.

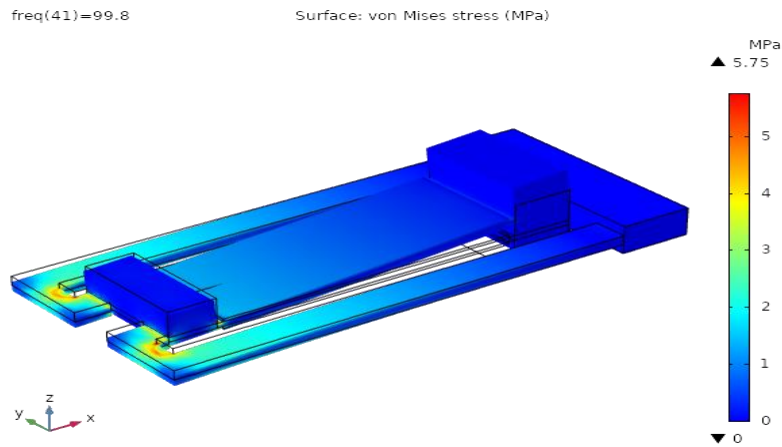


Figura 38 Esfuerzo máximo de Von Mises a 1 m/s²

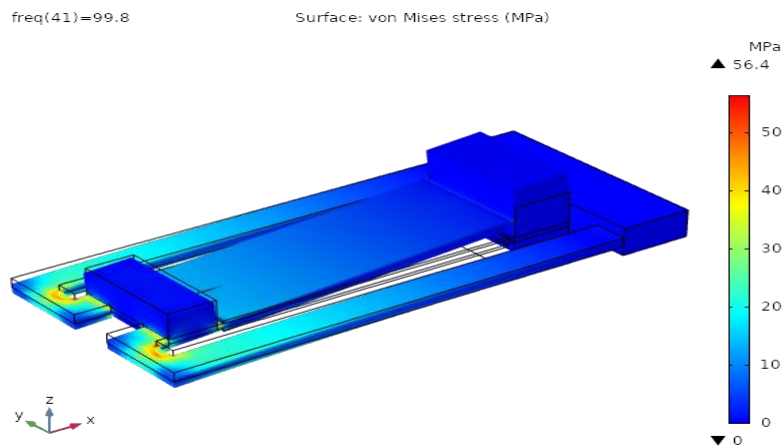


Figura 39 Esfuerzo máximo de Von Mises a 1g

También, es conveniente mencionar que estos dispositivos se desarrollan con el objetivo de entrar en resonancia con una frecuencia de excitación que se encuentra en el ambiente, en específico, en el área exacta donde se pretende operar el dispositivo. Por ello, es necesario que todos los análisis se realicen tomando en cuenta que el dispositivo debe poseer un valor de frecuencia fundamental cercano o en la vecindad de la frecuencia de excitación, y no que se debe desarrollar el dispositivo, y posteriormente buscar un lugar en el que pueda funcionar. La restricción principal en este caso, es

conocer las frecuencias de excitación del lugar de instalación del dispositivo. Posteriormente vienen otras restricciones inevitables como el volumen disponible para operar el dispositivo y el espacio adicional necesario para los componentes electrónicos que convierten y almacenan la energía cosechada por la estructura piezoeléctrica tipo viga cantiléver.

El objetivo de esta tesis es propiciar el desarrollo de dispositivos piezoeléctricos libres de plomo, por lo que en este trabajo se propone reducir a la mitad el contenido de PZT (material que se conforma de plomo), y agregar una alternativa factible que permita obtener resultados aceptables. En este caso se propuso BaTiO₃, uno de los mejores después de PZT en cuanto al coeficiente de acoplamiento electromecánico. En el caso del dispositivo tomado como referencia, constituido de dos capas cerámico piezoeléctrico PZT, su potencia máxima generada en resonancia es de 79 μ W, con una resistencia óptima de carga de 33 kohm y una frecuencia de resonancia de 100.2 Hz. Mientras que el dispositivo propuesto, formado por una capa de material piezoeléctrico PZT y otra de BaTiO₃, logró generar una potencia máxima en resonancia de 74.8 μ W, con una resistencia óptima de carga de 70.6 kohm y una frecuencia de resonancia de 99.8 Hz. Como se puede ver, los resultados son muy aceptables, y el uso de un material libre de plomo resulta ser una alternativa factible para reducir el uso de materiales cerámicos piezoeléctricos con base en plomo.

Una de las posibles restricciones de operación que puede enfrentar este dispositivo es la temperatura de operación. Mientras que el cerámico de PZT posee una temperatura de Curie de alrededor de 190 grados Celsius, el titanato de bario posee solamente una temperatura de alrededor de 120 grados Celsius. Esta restricción operativa limita la ubicación de operación del dispositivo, sin embargo, es aún una temperatura aceptable.

Independientemente del lugar donde se instalará el dispositivo y las frecuencias con las que será excitado, las frecuencias de las vibraciones ambientales son de naturaleza estocástica y con este tipo de soluciones o dispositivos, sólo se explota una frecuencia en específico. Debido a esto, es necesario buscar la manera de crear dispositivos con una banda de frecuencias más ancha con el objetivo que pueda aprovechar más eficientemente la energía de las vibraciones en el ambiente. Sin embargo, el mejor

resultado de potencia se localiza en el punto de resonancia, allá donde se empatan la frecuencia de excitación con la frecuencia fundamental de la estructura. Si bien el fenómeno de resonancia ocurre cuando se amplifican las oscilaciones y esto puede ocurrir en la vecindad del punto de resonancia máximo, no son los resultados tan altos como en tal punto. Una manera de atacar esta situación es crear un arreglo de dispositivos tipo viga cantiléver, cada uno configurado para resonar a determinadas frecuencias. De esta manera se estaría captando energía en una banda de frecuencias más ancha y continuamente. Sin embargo, en este caso las restricciones pueden ser del volumen ocupado.

En cuanto a la disposición de la energía capturada del ambiente, lo ideal es almacenarla en una batería, pues los capacitores, a diferencia de las baterías, se descargan más rápido. Las baterías acumulan energía para posteriormente liberarla al dispositivo. En el caso de la cosecha de energía, las baterías ideales son las recargables.

El circuito más simple para explicar la carga de batería se muestra en la Figura 40. Este circuito consta de un puente de diodos rectificador para convertir el voltaje alterno producido por el dispositivo piezoeléctrico a voltaje directo, un capacitor para suavizar el voltaje y la batería a ser cargada.

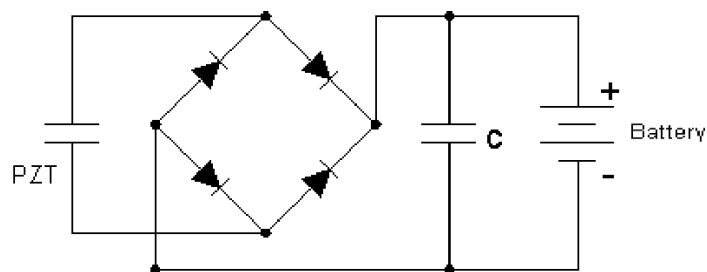


Figura 40 Esquema de circuito para carga de batería [38].

Si se ahondara en la cuestión de la carga de batería y el tiempo que tardaría en recargarse, hay que conocer la velocidad de la misma definida por la capacidad en miliamperios/hora (mAh). Por ejemplo, si se tiene una batería de 20 mAh, tardaría en cargarla con una fuente de 20 mA en total 1 hora. Este tiempo aumenta conforme se bajen los amperios de la fuente [39]. En el caso del dispositivo propuesto en esta tesis, la generación de corriente depende, entre otros factores, de la magnitud de la

aceleración. El dispositivo aquí propuesto puede generar una corriente máxima 0.65 mA con una aceleración de 1g en la frecuencia de resonancia, mientras que con una aceleración de 2g puede generar una corriente máxima de 1.284 mA. Estos resultados de corriente son naturales debido a la linealidad del comportamiento. Entonces, asumiendo un régimen armónico en donde la excitación es constante y el dispositivo se encuentra en resonancia, se puede deducir de una manera muy burda (ya que no es el enfoque de este trabajo) el tiempo necesario para cargar una batería de 20 mAh de la manera propuesta en los siguientes párrafos.

El formato matemático básico de la onda sinusoidal es como se presenta en la Ec. 30, y gráficamente en la Figura 41.

$$A_m \text{ seno}(2\pi ft)$$

Ec. 30

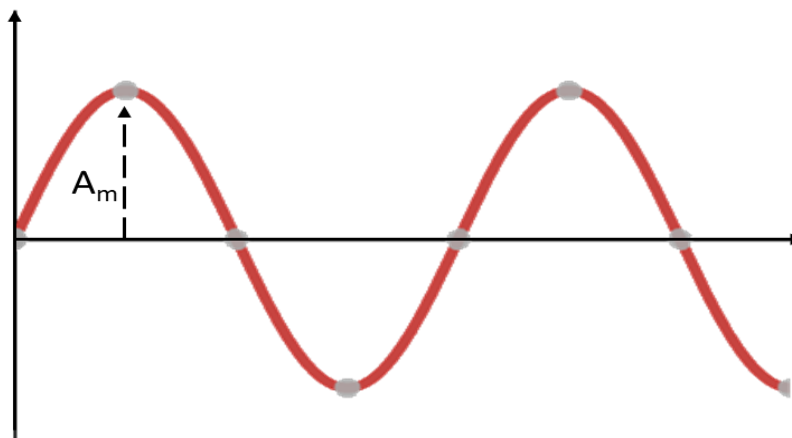


Figura 41 Onda sinusoidal

Donde A_m es el valor pico de la onda, f la frecuencia y t el tiempo. Para cantidades eléctricas como la corriente, el formato general es como se presenta en la Ec. 31.

$$i = I_m \text{ seno}(2\pi ft)$$

Ec. 31

Debido a que después del proceso de rectificado de AC a DC por utilizar un puente de diodos la corriente se presenta como en la Figura 42, entonces se procede a integrar

bajo la curva de solamente medio ciclo (como se aprecia en el segundo ciclo de la Figura 42).

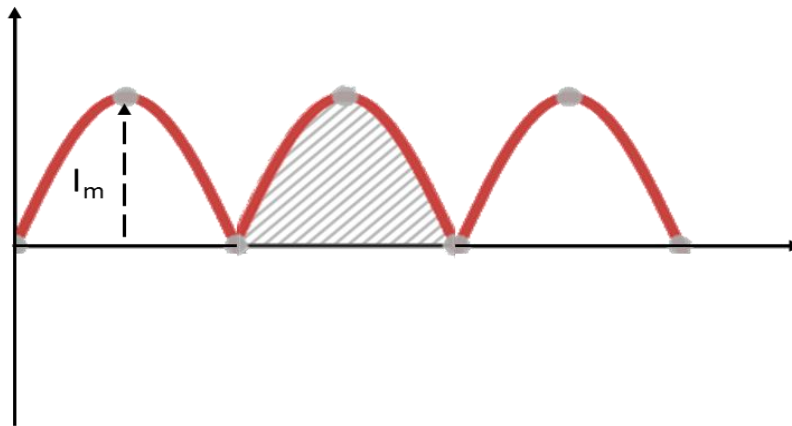


Figura 42 Rectificación AC - DC

Ya que la frecuencia es 99.8Hz, el medio periodo cubre un tiempo de 5 milisegundos, y por lo tanto la integral queda definida de 0 a 5 milisegundos. Por lo tanto, se integra la Ec. 31, y se presenta el resultado en la Ec. 32.

$$0.65 * \int_0^{0.005} \text{seno}(2\pi ft) dt = 0.002073161 \text{ [mAs]} \quad \text{Ec. 32}$$

Entonces, se deduce que en un tiempo de 5 milisegundos se obtienen 0.002073161 mAs. Si se desea cargar una batería de 20 mAh (72,000 mAs), se dividen tal cantidad por 0.002073161 mAs resultando en un total de 34,729,581.8 de medios ciclos que tienen que suceder para que se alcancen esos 20 mAh, asumiendo que no existan pérdidas de energía. Multiplicando esa cantidad de medios ciclos por el tiempo en que sucede cada uno se obtienen 173,647.909 segundos o 48.23 horas. Por lo tanto, se puede decir a partir de este cálculo que el dispositivo en condiciones óptimas tardaría en cargar una batería de 20mAh un tiempo de 17.92 horas, mientras que a una aceleración de 2g, realizando el mismo cálculo, tardaría solamente 24.42 horas para cargar la misma batería, presentándose nuevamente la linealidad.

No se ha encontrado en la literatura un trabajo que aborde el tema de la carga de baterías desde la simulación computacional. Sin embargo, hay un sinnúmero de trabajos experimentales. En la Tabla 8 se presentan los tiempos de carga para baterías de diferentes capacidades con dos dispositivos diferentes, en resonancia y con excitación aleatoria.

Tabla 8 Tiempo requerido para cargar baterías con piezoeléctricos [38].

Battery Size (mAh)	Resonant Charge Time (hours)		Random Signal Charge Time (hours)	
	PZT	Quick Pack	PZT	Quick Pack
40	1.62	0.75	1.6	7
80	1.2	2.9	2	12.5
200	4	3	1.2	20
300	6	10.8	9.8	22
750	7	8.7	8.6	25
1000	22	>50	32	>50

Si bien la energía capturada con este tipo de dispositivos no es de las magnitudes que podrían capturarse con un panel solar, por ejemplo, es suficiente para operar dispositivos de bajo consumo energético como sensores inalámbricos, además que éstos, la mayor parte del tiempo se mantienen en estado de hibernación pues algunos funcionan sensando las variables en intervalos específicos de tiempo.

CONCLUSIONES

6.1 Conclusiones

De este trabajo se destacan las siguientes conclusiones:

- El dispositivo cosechador de energía con la sustitución parcial de materiales base plomo por titanato de Bario ha resultado ser una alternativa aceptable para aplicaciones de transducción de energía ambiental, como ruido o vibraciones, en energía eléctrica útil. Si bien, el plomo es uno de los materiales más eficientes en dispositivos ferroeléctricos como medio de transducción de energía, las preocupaciones ambientales y por consecuencia, las regulaciones gubernamentales, exigen el desarrollo de soluciones que reemplacen o reduzcan el uso de plomo en los cerámicos piezoeléctricos, como en otras aplicaciones.
- El dispositivo tomado como base generaba una potencia máxima de 79uW a una aceleración de 1g y con una resistencia de carga de 33kohm, mientras que la configuración del dispositivo propuesta en este trabajo genera 74.8uW de potencia máxima a una aceleración de 1g y con una resistencia óptima de carga de 70.6kohm, lo cual se presenta muy aceptable.
- El dispositivo con una geometría rectangular resulto ser mejor al dispositivo con una geometría triangular o cualquier variación de la misma.
- Se logra reducir en un 50% la cantidad de componentes con plomo.
- Es posible obtener un dispositivo casi tan eficiente como aquellos con componentes con plomo, pero solamente reduciendo la cantidad del mismo, no eliminándolo, como en este caso.
- El software COMSOL® resulta ser una herramienta muy efectiva para el análisis de fenómenos multifísicos como la piezoelectricidad.

Se verifica la hipótesis de esta tesis, pues al combinar un material cerámico piezoeléctrico libre de plomo con un PZT y obteniendo la geometría óptima, se logran resultados muy aceptables en cuanto a la respuesta de potencia.

Al menos durante el tiempo transcurrido en esta investigación, no se encontró en la literatura un estudio experimental o una simulación computacional que combinara el uso de dos materiales piezoeléctricos distintos. Este trabajo demuestra que esta alternativa de solución es factible combinando un material base plomo (PZT) y uno libre de plomo (BaTiO_3).

6.2 Recomendaciones para trabajos futuros

Este dispositivo fue desarrollado con una frecuencia en específico y con unas restricciones de diseño específicas (volumen). Sin embargo, la energía ambiental se puede presentar en un rango de frecuencias completamente aleatorias. Por ello, este dispositivo está restringido a trabajar en un rango muy limitado de frecuencias, por lo que una proporción significativa de la energía queda desperdiciada. Sería ideal aprovechar la mayor cantidad de energía posible, sin embargo, diseñar un dispositivo con una banda ancha de operación es de pronto muy complejo. Dado que el futuro de estos dispositivos cosechadores de energía es proveer energía a dispositivos micro electromecánicos, no resulta impensable diseñar un arreglo de dispositivos en serie en el que cada uno de éstos responda ante un rango específico de frecuencias de excitación. De esta manera, el arreglo en sí sería un cosechador de energía de banda ancha, aunque siempre encontrándose las limitaciones de volumen de operación.

Se recomienda analizar o replicar un dispositivo que anteriormente haya sido probado experimentalmente, de preferencia en la microescala, mediante el software COMSOL®. Desafortunadamente, los trabajos actuales no presentan en su totalidad las variables o condiciones de trabajo actuales como para poder ser replicados. Una vez se encuentre uno, sería ideal trabajar a partir de la escala micrométrica y determinar las capacidades de los dispositivos, así como la optimización de los mismos.

REFERENCIAS

- [1] J. Song, G. Zhao, B. Li, and J. Wang, "Design optimization of PVDF-based piezoelectric energy harvesters," *Heliyon*, vol. 3, no. 9, 2017.
- [2] R. Ahmed, F. Mir, and S. Banerjee, "A review on energy harvesting approaches for renewable energies from ambient vibrations and acoustic waves using piezoelectricity," *Smart Mater. Struct.*, vol. 26, no. 8, p. 085031, 2017.
- [3] S. Kaur, P. Graak, A. Gupta, P. Chhabra, D. Kumar, and A. Shetty, "Effect of various shapes and materials on the generated power for piezoelectric energy harvesting system," *AIP Conf. Proc.*, vol. 1724, 2016.
- [4] S. Shevtsov and M. Flek, "Random Vibration Energy Harvesting by Piezoelectric Stack Charging the Battery," *Procedia Eng.*, vol. 144, pp. 645–652, 2016.
- [5] C. A. Howells, "Piezoelectric energy harvesting," *Energy Convers. Manag.*, vol. 50, no. 7, pp. 1847–1850, 2009.
- [6] Y. Tian, G. Li, Z. Yi, J. Liu, and B. Yang, "A low-frequency MEMS piezoelectric energy harvester with a rectangular hole based on bulk PZT film," *J. Phys. Chem. Solids*, vol. 117, no. December 2017, pp. 21–27, 2018.
- [7] S. Du *et al.*, "A new electrode design method in piezoelectric vibration energy harvesters to maximize output power," *Sensors Actuators A Phys.*, vol. 263, pp. 693–701, 2017.
- [8] S. P. Beeby, M. J. Tudor, and N. M. White, "Energy harvesting vibration sources for microsystems applications," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 17, no. 12, 2006.
- [9] S. Roundy, P. K. Wright, and J. Rabaey, "A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes," *Comput. Commun.*, vol. 26, no. 11, pp. 1131–1144, 2003.
- [10] S. Priya and D. J. Inman, *Energy harvesting technologies*. 2009.
- [11] A. Erturk and D. J. Inman, "On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 19, no. 11, pp.

- 1311–1325, 2008.
- [12] P. K. Sharma and P. V. Baredar, "Analysis on piezoelectric energy harvesting small scale device - a review," *J. King Saud Univ. - Sci.*, 2017.
- [13] R. Calìò *et al.*, "Piezoelectric Energy Harvesting Solutions," *Sensors*, vol. 14, no. 3, pp. 4755–4790, 2014.
- [14] W. G. Ali and G. Nagib, "Design considerations for piezoelectric energy harvesting systems," *2012 Int. Conf. Eng. Technol.*, no. October, pp. 1–6, 2012.
- [15] M. Farnsworth, A. Tiwari, and R. Dorey, "Modelling, simulation and optimisation of a piezoelectric energy harvester," *Procedia CIRP*, vol. 22, no. 1, pp. 142–147, 2014.
- [16] A. G. A. Muthalif and N. H. D. Nordin, "Optimal piezoelectric beam shape for single and broadband vibration energy harvesting: Modeling, simulation and experimental results," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 54, pp. 417–426, 2015.
- [17] R. Usharani, G. Uma, M. Umapathy, and S. B. Choi, "A new piezoelectric-patched cantilever beam with a step section for high performance of energy harvesting," *Sensors Actuators, A Phys.*, vol. 265, pp. 47–61, 2017.
- [18] L. Jin, S. Gao, X. Zhou, and G. Zhang, "The effect of different shapes of cantilever beam in piezoelectric energy harvesters on their electrical output," *Microsyst. Technol.*, vol. 23, no. 10, pp. 4805–4814, 2017.
- [19] P. Graak, A. Gupta, S. Kaur, P. Chhabra, D. Kumar, and A. Shetty, "Design and Simulation of Various Shapes of Cantilever for Piezoelectric Power Generator by Using Comsol," 2015.
- [20] A. Sharma, O. Z. Olszewski, J. Torres, A. Mathewson, and R. Houlihan, "Fabrication, simulation and characterisation of MEMS piezoelectric vibration energy harvester for low frequency," *Procedia Eng.*, vol. 120, pp. 645–650, 2015.
- [21] Q. Zhao, Y. Liu, L. Wang, H. Yang, and D. Cao, "Design method for piezoelectric cantilever beam structure under low frequency condition," *Int. J. Pavement Res.*

- Technol.*, vol. 11, pp. 153–159, 2017.
- [22] S. Kundu and H. B. Nemade, “Modeling and Simulation of a Piezoelectric Vibration Energy Harvester,” *Procedia Eng.*, vol. 144, pp. 568–575, 2016.
- [23] G. R. Prakash, K. M. V. Swamy, S. Huddar, B. G. Sheeparamatti, and K. BB, “Study of Effect on Resonance Frequency of Piezoelectric Unimorph Cantilever for Energy Harvesting,” *Sspp*, vol. 2, no. 3, p. 4, 2012.
- [24] S. Zhang and Y. Chen, “Simulation and Experimental Verification of a Bimorph Beam Piezoelectric Energy Harvesting Devices,” vol. 154, no. Meees, pp. 325–328, 2018.
- [25] K. H. Sun, Y. C. Kim, and J. E. Kim, “A small-form-factor piezoelectric vibration energy harvester using a resonant frequency-down conversion,” *AIP Adv.*, vol. 4, no. 10, 2014.
- [26] A. Alomari and A. Batra, “Experimental and Modelling Study of a Piezoelectric Energy Harvester Unimorph Cantilever Arrays,” *Sensors & Transducers*, vol. 192, no. 9, pp. 37–43, 2015.
- [27] R. Nowak and M. Pietrzakowski, “Experimental and Simulation Investigations of the Cantilever Beam Energy Harvester,” *Solid State Phenom.*, vol. 248, pp. 249–255, 2016.
- [28] I. Kanno, “Piezoelectric MEMS for energy harvesting,” *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 660, no. 1, 2015.
- [29] K. Uchino, *Ferroelectric devices*. .
- [30] K. Uchino, *Piezoelectric ceramics for transducers*. Woodhead Publishing Limited, 2012.
- [31] A. Siraj, “Calculating the Logarithmic Decrement and Damping Factor for a Viscously Damped System,” 2017. [Online]. Available: <https://www.engineeringexamples.net/calculating-logarithmic-decrement-damping-factor-viscously-damped-system/>.

- [32] S. C. Hwang, C. S. Lynch, and R. M. McMeeking, "Ferroelectric/ferroelastic interactions and a polarization switching model," *Acta Metall. Mater.*, vol. 43, no. 5, pp. 2073–2084, 1995.
- [33] R. J. M. Vullers, R. van Schaijk, I. Doms, C. Van Hoof, and R. Mertens, "Micropower energy harvesting," *Solid. State. Electron.*, vol. 53, no. 7, pp. 684–693, 2009.
- [34] "Detailed Explanation of the Finite Element Method (FEM)." [Online]. Available: <https://www.comsol.com/multiphysics/finite-element-method>. [Accessed: 24-May-2018].
- [35] B.-H. Zienkiewicz, O., Taylor, R., & Zhu, J. (2013). The finite element method. Amsterdam: Elsevier, *The finite element method*. Amsterdam: Elsevier, Butterworth-Heinemann., 2013.
- [36] A. G. A. Muthalif and N. H. D. Nordin, "Optimal piezoelectric beam shape for single and broadband vibration energy harvesting: Modeling, simulation and experimental results," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 54, pp. 417–426, 2015.
- [37] J. H. Park, H. Y. Bae, Y. R. Oh, Y. J. Kim, H. Y. Kim, and Y. H. Huh, "Tensile test of lead zirconate titanate (PZT)/Platinum (Pt) thin film," *Materwiss. Werksttech.*, vol. 42, no. 5, pp. 478–484, 2011.
- [38] H. A. Sodano, D. J. Inman, and G. Park, "Comparison of Piezoelectric Energy Harvesting Devices for Recharging Batteries," vol. 16, no. 10, pp. 799–807, 2005.
- [39] J. R. Farmer, "A comparison of power harvesting techniques and related energy storage issues by A comparison of power harvesting techniques and related energy storage issues," *Mech. Eng.*, vol. 135, no. February, pp. 2930–46, 2007.