



Desarrollo de librería para mallado 2D mediante red neuronal

Claudio Ivan Martinez Morfin
Instituto Tecnológico de Chihuahua II
cimartinezmorfin@gmail.com

Rubén Castañeda Balderas
Centro de investigación en materiales
avanzados.
ruben.castaneda@cimav.edu.mx

Alberto Díaz Díaz
Centro de investigación en materiales
avanzados.
alberto.diaz@cimav.edu.mx

Hernán de la Garza Gutiérrez
Instituto Tecnológico de Chihuahua II
hdelagarza@itchihuahuaii.edu.mx

RESUMEN

En este trabajo se presenta una librería de software capaz de generar una malla optimizada requerida en el proceso de simulación mediante el método de los elementos finitos (MEF), la cual se obtiene empleando redes neuronales. Tomando como base criterios geométricos y la evaluación de condiciones de frontera, se determina la densidad de elementos de una malla por zona de importancia en un dominio 2D. El contenido de este artículo presenta la aplicación de la red neuronal en el campo del mallado obteniendo un resultado confiable optimizando los recursos de cómputo.

El permiso para hacer copias digitales o impresas en parte o en la totalidad de este artículo, se otorga sin tener que cubrir una contribución financiera, siempre y cuando sea para uso personal o en el aula, que las copias que se realicen o se distribuyan no sean con fines de lucro o ventaja comercial y que las copias conserven este aviso y los datos de la cita completa en la primera página. Para otro tipo de copias, o volver a publicar el artículo, para almacenarlos en servidores o redistribuirlo en listas de correo, se requiere una autorización previa de los autores y/o una posible cuota financiera.

6to. Congreso Internacional de Computación CICOM 2016, (24 al 29 de octubre del 2016), Ciudad y Puerto de Acapulco, Guerrero, México.
Copyright 2016 Universidad Autónoma de Guerrero

ABSTRACT

This paper presents a software library capable of generating an optimized mesh, which is required in the simulation process using the finite element method (FEM), by using neural networks. Based on geometric criteria and evaluation of boundary conditions, the density of mesh elements is determined by critical regions on a 2D domain. The content of this paper explains the application of the neural network in the field of meshing obtaining a reliable result optimizing computing resources.

Categorías y Descriptores Temáticos

Computing methodologies: Neural networks

Términos Generales

Programación, Redes neuronales, Inteligencia artificial.

Palabras clave

Método del elemento finito, mallado, redes neuronales, triangulación, inteligencia artificial.

INTRODUCCIÓN

La simulación de fenómenos físicos tiene diferentes implementaciones dentro del sector industrial y científico, donde

Tlamati Sabiduría, Volumen 7 Número Especial 3 (2016)

el MEF o método de los elementos finitos se ha convertido en uno de los métodos numéricos más utilizados con este fin. Para llevar a cabo un análisis mediante este método, es necesario tener en consideración diversos factores que pueden afectar la precisión del resultado, siendo el proceso de mallado uno de los pasos más relevantes [1][2].

El proceso de mallado 2D consiste en discretizar el dominio bidimensional en elementos de geometría simple, en general triángulos o cuadriláteros, en los cuales se interpola la solución de las ecuaciones mediante polinomios de las variables de espacio x y y . Para aumentar la precisión de la solución y la calidad de la malla, un procedimiento habitual es el refinamiento total del mallado, lo que se logra disminuyendo el tamaño de cada elemento e incrementado su número. Sin embargo, el aumento de elementos en una malla repercute directamente en los costos computacionales [1][3].

Otra alternativa para obtener una malla de calidad, consiste en determinar las zonas del dominio que mayor relevancia tienen y refinar exclusivamente estas áreas. El proceso para determinar áreas de interés y refinamiento requieren de un amplio conocimiento del fenómeno a resolver y del software a utilizar.

Sin embargo, el análisis y el refinamiento del mallado pueden ser realizados de manera automática empleando como solución una red neuronal, la cual determina el grado de elementos que deben presentarse en diferentes áreas del dominio[4], tomando como base los datos relevantes que posea cada zona. En este artículo se expone el desarrollo de un modelo de red neuronal capaz de analizar las características geométricas y el condicionamiento de un problema, para con ello determinar las zonas que deben de tener una mayor población de elementos de la malla en relación a su relevancia y proponer una distribución de puntos acorde.

OBJETIVOS

El objetivo principal de este trabajo es presentar una herramienta para generar de manera automática una malla optimizada empleando para ello una red neuronal. Esta red deberá considerar las siguientes variables en cada punto de la figura con el fin de determinar la concentración de elementos alrededor de cada uno de ellos:

- Ángulos iguales o menores a 90° .
- Longitud más corta entre los vértices conectados al punto de interés.
- Continuidad en las condiciones de frontera entre los segmentos.
- Existencia o no de una condición inicial o de frontera en el punto de interés.
- Proximidad con orificios.

METODOLOGIA Y PROCESOS DE DESARROLLO

Consideraciones para generar una malla

Para poder generar una malla optimizada independiente del fenómeno físico es necesario dejar de lado las condiciones particulares de cada fenómeno y centrarse en la base operativa del MEF. Tomando como base esto último, existen dos perspectivas

desde donde se puede atacar la optimización del proceso de mallado:

a) Elementos con buena calidad:

Los elementos de una malla deben tener las siguientes consideraciones:

- Considerando el área de cada elemento: El área de cada elemento no debe exceder dos veces el área de los elementos contiguos.
- Considerando el ángulo de los elementos: los ángulos internos de cada elemento deben ser los más similares entre ellos ($\pm 5^\circ$).[3]

b) Elementos concentrados en las zonas que son más relevantes:

Las zonas de la figura que deberían de tener una mayor concentración de elementos se evalúan considerando regiones donde la solución puede cambiar de manera abrupta [2]:

- Esquinas o quiebres en el contorno de la geometría.
- Puntos donde existen cambios sobre las condiciones de frontera.
- Existencia o no de una condición inicial o de frontera.

Considerando todos los puntos anteriores es posible entonces determinar si una malla es de calidad evaluando los elementos que la componen, así como estimando las zonas en donde debería existir una mayor concentración de estos mismos.

Actualmente el proceso de optimización del mallado se puede llevar a cabo de manera automática mediante el uso de la inteligencia artificial [5], sin embargo, la mayoría de los estudios realizados presentan enfoques muy específicos, por lo cual los parámetros de evaluación que consideran diferentes herramientas de software no están contempladas para un uso general [6][7].

Análisis de la geometría

Se creó una estructura de datos capaz de representar fácilmente una geometría cualquiera. A continuación se muestran los diagramas de clase para dicha estructura. Cabe mencionar que los diagramas solo muestran los atributos que cada clase posee, los constructores y métodos para acceder a la información de cada clase son omitidos en esta representación:



Figura 1. Diagrama de clases para la representación de un polígono.

Sobre cada objeto “punto” se almacena gran parte de la información que posteriormente evalúa la red neuronal, tales como:

- El ángulo interior más agudo que se forme entre los segmentos que se conecta al punto.
- La existencia de diferentes condiciones de frontera almacenados en los segmentos que se conectan al punto.
- La existencia o no de una condición inicial propia del MEF en ese punto.
- La longitud del segmento más corto conectado al punto.
- Si está o no cerca de un orificio.

En la Figura 2 se puede ver un polígono que ejemplifica la información anterior.

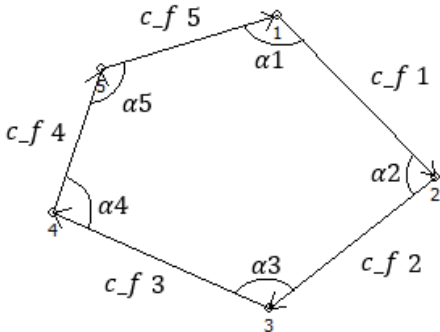


Figura 2. Ejemplo de datos recabados de una geometría.

La librería cuenta con una serie de rutinas con las cuales es posible extraer la información anterior de cualquier polígono que se represente mediante las clases mostradas anteriormente.

Diseño de la red neuronal y análisis de la información

Una red neuronal típicamente se representa como un conjunto de nodos o neuronas de entrada, que evalúan los datos y pasan la información a una serie de capas intermedias de procesamiento hasta terminar en la capa de salida donde se presenta el resultado.

Cada dato de entrada es multiplicado por un “peso”, el cual es un valor numérico se emplea aumentar o disminuir el valor de una entrada; la sumatoria de todas las entradas multiplicadas por sus respectivos pesos es evaluada por la “función de activación”[8], la salida de la función pasa a la siguiente capa de neuronas como la entrada, como se ve en la siguiente figura:

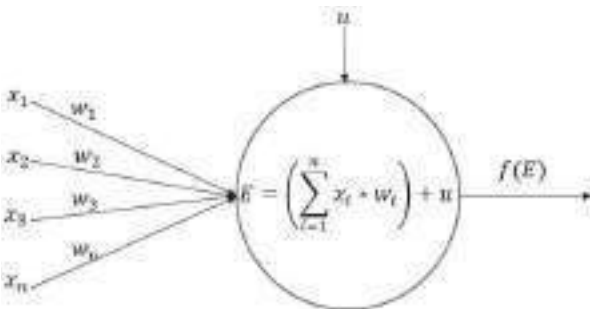


Figura 3. Diagrama básico de una neurona

La función de activación varía según su intención, para este caso se optó por una función tangencial mostrada a continuación:

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (1)$$

De tal modo, la estructura de datos para representar una neurona se compone de un vector de entradas, un vector de pesos, un valor de umbral “u” empleado para el entrenamiento y pruebas sobre la red y finalmente la función de evaluación.

Toda red neuronal requiere de un proceso de entrenamiento, mediante el cual se estiman los valores que los pesos deben tener para que la red cumpla con su función. Existen diversas mecánicas para entrenar una red, pero comúnmente se dividen en dos grupos: entrenamiento supervisado y no supervisado. El entrenamiento no supervisado fue seleccionado para esta red neuronal debido a la naturaleza del problema que se planteó (determinar la concentración de elementos).

Dentro del entrenamiento no supervisado se encuentra la topología de red conocidas como “Mapas de auto organizado” o “Mapas de Kohonen”[8], los cuales se caracterizan por que las neuronas de una misma capa están conectadas entre sí.

La red neuronal empleada para este trabajo está constituida por una capa de entrada, tres capas intermedias de procesamiento y una capa de salida como se puede ver en la Figura 4.

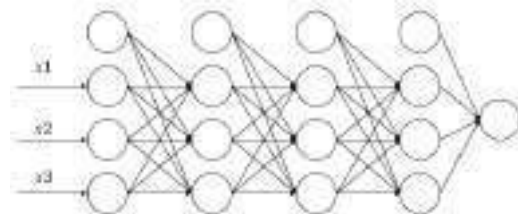


Figura 4. Diagrama de la red neuronal empleada. x1 corresponde a la existencia de un cambio en las condiciones de frontera o condiciones iniciales, x2 corresponde a la esquinas, x3 representa la proximidad con algún agujero u orificio.

La red neuronal evalúa cada punto de manera independiente obteniendo como resultado de su operación un valor que es almacenado en el mismo nodo que se analizó. Este valor resultante es la *tasa de crecimiento* que se emplea para generar nodos en los segmentos que se conectan al punto evaluado (en el contorno de la figura). Cada nuevo nodo es generado separado del anterior según la tasa de crecimiento, por ello, una tasa de crecimiento pequeña genera una mayor concentración de elementos cerca de la esquina del segmento ya que la distancia entre los elementos no es tan creciente (caso de mayor relevancia en el punto evaluado). En el caso de que la tasa de crecimiento sea elevada, los nodos sobre el contorno de la figura aparecerán más distantes entre ellos (caso de menor relevancia en el punto evaluado)[4].

Al agregar los nodos anteriores en conjunto con los originales, se produce una primera “nube” o conjunto de puntos, los cuales serán empleados para generar las primeras etapas del proceso de triangulación.

Al crear una nube de puntos con una concentración de nodos que están próximos a los nodos donde se determinó que hay alguna condición de interés se propicia que durante el proceso de triangulación se genere una mayor cantidad de elementos en estas zonas.

Desarrollo de malla por elementos triangulares

En la implementación de la red se optó por utilizar elementos de tipo triangular, aun cuando no existe un estándar que especifique el tipo de polígono para generar una malla según las normas del MEF. –Para llevar a cabo el proceso de generar elementos triangulares se optó por implementar la triangulación Delaunay la cual genera de manera automática elementos con características útiles para el MEF[3][9]. La triangulación se efectúa siguiendo la metodología del refinado de Ruppert y de Chew, los cuales pretenden mantener las dimensiones originales de la figura [10][4].

Para solventar tiempos de desarrollo, el módulo de triangulación que actualmente se está usando, es una librería de licencia “open source” que coincide con la filosofía que tiene la herramienta aquí presentada, que tiene por nombre “Triangle”, fue desarrollada por Jonathan Richard Shewchuk y es capaz de implementar ambos tipos de refinado mencionados en el párrafo anterior [9].

Resultados

Los resultados obtenidos al término de este proyecto contemplan los siguientes apartados, primeramente los resultados del entrenamiento de la red, seguido de ello se presenta una comparativa entre mallados, utilizando como unidad de medida el número total de elementos y nodos, finalmente se muestran los resultados de la aplicación del mallado en un estudio de mecánica de fractura.

Resultados de la red neuronal

A continuación se muestran los pesos sinápticos alcanzados en el proceso de entrenamiento de la red, para cada neurona en cada capa (ver Tabla 1).

Tabla 1. Pesos de entrada en la red neuronal.

Capa	Neuronas	Entrada 1	Entrada 2	Entrada 3	Entrada 4
1	1	5.4382	-1.9128	-2.1686	1.7371
	2	2.2614	-1.2361	-0.9313	-1.8058
	3	0.5736	-0.2807	0.9444	0.141
	4	0.8272	1.136	0.8158	0.1105
2	5	4.6067	2.5694	-0.3258	0.3038
	6	-0.4612	-1.0387	0.2471	0.2384
	7	-0.8412	-3.3495	0.4057	-0.458
3	8	0.286	-2.25036	-0.3113	-1.2202
	9	1.4039	0.0349	-1.0954	1.1398

4	10	0.6336	0.4479	1.5362	0.3927
---	----	--------	--------	--------	--------

Prueba de funcionalidad.

Se realizaron pruebas sobre diferentes tipos de geometrías, haciendo una comparativa entre una malla homogénea fina y la obtenida a través de la red neuronal. En el mallado homogéneo se buscó generar elementos con áreas similares al tamaño más pequeño obtenido por la red neuronal.

La Figura 55 muestra cada una de las pruebas de mallado, en las cuales se puede observar la diferencia en el número de elementos obtenidos por los dos métodos.

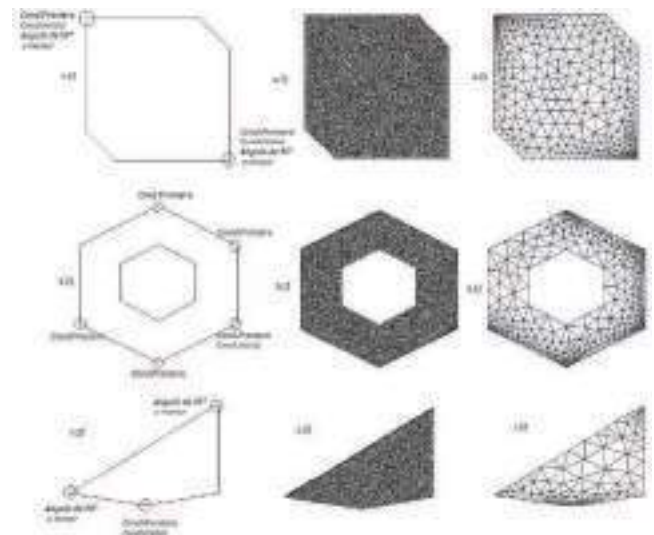


Figura 5. Muestra de figuras empleadas para pruebas de la red neuronal, a.1) figura original, a.2) figura con malla homogénea fina, a.3) figura con malla de la herramienta presentada. Para las figuras b) y c) la numeración maneja la misma mecánica.

La comparación numérica entre los métodos respecto a los nodos generados por malla y los elementos de la misma, se puede observar en la siguiente tabla.

Tabla 2. Comparación entre resultados obtenidos.

Figura	Nodos en malla fina	Elementos en malla fina	Nodos con análisis RN	Elementos con análisis RN
A	2999	5717	358	102
B	2286	4141	423	713
C	1200	2203	132	195

El uso de la red neuronal permitió tener un menor número de elementos y nodo, que se traduce en un ahorro de recursos de memoria y tiempo de procesador. Además se validó que todos los elementos tuvieron mayor presencia en las zonas de mayor interés y con propiedades dentro de los estándares de calidad mencionados con anterioridad en el apartado de “Consideraciones para generar una malla”.

Prueba en simulación.

Se realizó una prueba en la cual se evalúa el resultado de una simulación considerando como única variable la malla del dominio.

El estudio representa un problema de mecánica de fractura, para lo cual se planteó la geometría que se observa en Figura 66.

Se considera que la figura tiene 0.1 metros de alto y de largo, además, el dominio esta hecho de acero estructural, el cual cuenta con un módulo de Young de $200e^9$ Pa, un coeficiente de Poisson de 0.33 y una densidad de 7850 kg/m^3 .

En esta prueba se evaluó la energía de fractura, considerando que se encuentra en un estado inicial a 0.04 metros a partir del borde y que crece hacia el interior de la figura con un incremento de $1e^{-5}$ metros en un siguiente instante de tiempo.

Las condiciones del problema permiten el uso de una simplificación por simetría quedando entonces como se ve en la Figura 77.

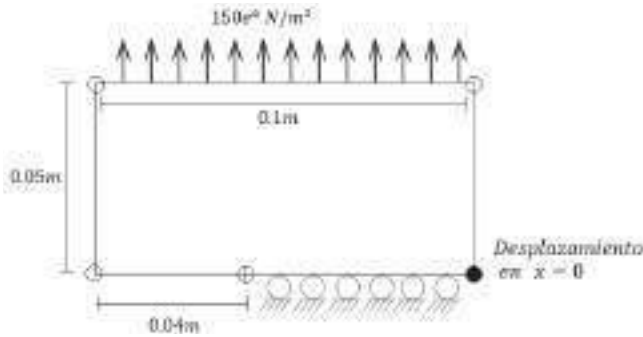


Figura 7. Condiciones de la prueba en dominio simplificado.

Para calcular la energía de fractura es preciso calcular la energía elástica del dominio en su estado inicial y la energía elástica con el incremento en la fractura. La diferencia de estos valores se divide entre el valor que incremento la fractura multiplicado por un centímetro hacia el exterior como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\frac{E_1 - E_2}{\Delta * 1cm} \quad (2)$$

donde E_1 es la energía elástica del dominio en el instante t_0 , E_2 es la energía elástica del dominio en el instante t_1 y Δ es incremento de la fractura ($1e^{-5}$) en metros.

Tabla 3. Resultados considerando como referencia.

Número de elementos	Resultado(J/m^2)
224	34272
644	33873
2222	33951
8366	33947

33153	33831
137846	33865

Empleando las opciones de mallado más básicas que tiene la

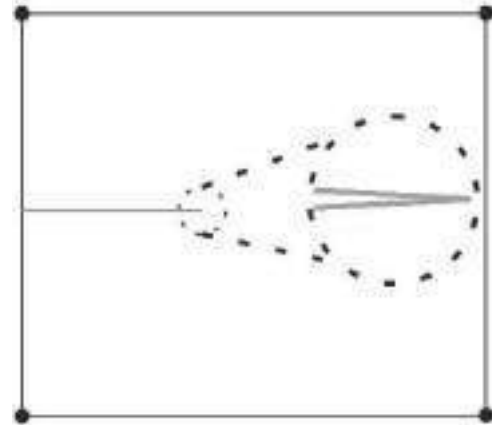


Figura 6. Dominios para prueba de mecánica de fractura, la línea azul representa la fractura sobre el dominio como se ve más a detalle en el acercamiento.

herramienta de software COMSOL, se realizaron pruebas cambiando la malla desde un tamaño considerado burdo hasta uno considerado fino. Por otra parte, se generó de manera asistida por la red neuronal una serie de mallas que se aproximan a la cantidad de elementos generados por el mallado automático, considerando dos casos específicos: el primero que solo considera como punto de interés el nodo al final de la fractura y el segundo caso, donde se consideran todos los parámetros establecidos en el caso general, expuesto en el apartado de “elementos concentrados en las zonas que tienen mayor relevancia”.

Los resultados obtenidos se muestran en las gráficas que aparecen en la Figura 8 y Figura 9 así como en la Tabla 4 y Tabla 5.

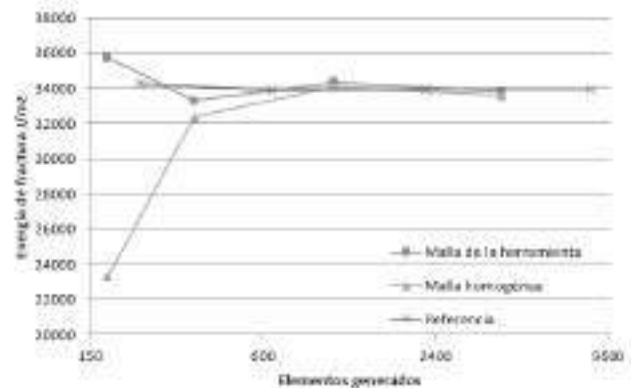


Figura 8. Gráfica de resultados considerando solo el punto de fractura.

Para obtener un valor de referencia con el cual comparar la diferencia entre una malla genérica y la obtenida por la red, se creó una malla muy fina que concentra la mayor cantidad de

elementos en el punto de la fractura y se resolvió el problema empleando una interpolación cúbica entre los nodos de los elementos; para el cálculo de la solución se empleó el software COMSOL Multiphysics®.

Tabla 4. Resultados considerando solo el punto de fractura.

Número de elementos	Resultado con malla homogénea(J/m ²)	Resultado con análisis de red neuronal(J/m ²)
58	30045	32348
114	5318	33478
172	35318	33478
346	32325	33292
1060	34100	34321
4068	33563	33831

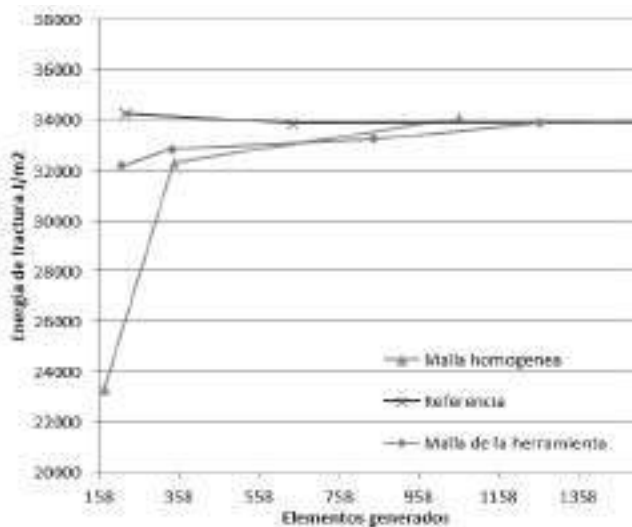


Figura 9. Gráfica de resultados considerando todos los parámetros.

Tabla 5. Resultados considerando solo el punto de fractura.

Elementos en malla homogénea	Resultado con malla homogénea(J/m ²)	Elementos con análisis de red neuronal	Resultado con análisis de red neuronal(J/m ²)
172	35318	340	32847
346	32325	846	33266
1060	34100	1260	33894

Adicionalmente se observó que el crecimiento de los elementos ubicados en áreas donde no existe algún criterio de interés afecta

el resultado obtenido (ver Figura 10), principalmente teniendo un impacto en la convergencia del modelo de mecánica de la fractura utilizado para validar la red neuronal. Una posible solución es utilizar una tasa de crecimiento menos abrupta entre elementos, obteniendo mejoras en los resultados de convergencia.

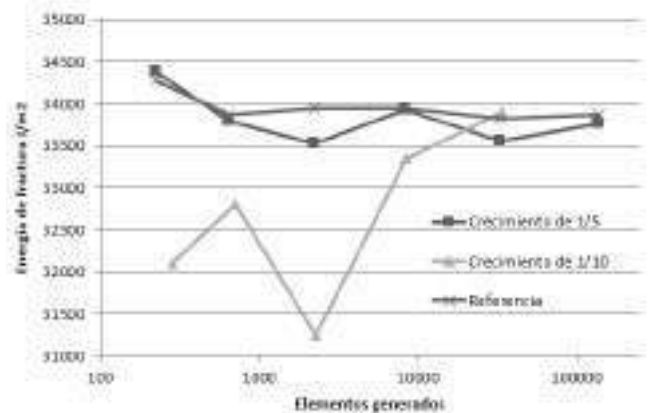


Figura 10. Gráfica de resultados considerando todos los parámetros.

CONCLUSIONES

Se logró cumplir con los objetivos planteados, la herramienta es capaz de determinar una tasa de crecimiento efectiva en cada zona donde se encuentre la existencia de los criterios de interés. Así mismo, la triangulación produce elementos con propiedades deseables para la malla.

De acuerdo a los resultados de simulación, la herramienta permite generar una malla que tiene un rango de convergencia más corto que el presentado por una malla genérica. Esto puede ser de gran ayuda para los usuarios no experimentados y una base de donde partir para aquellos que conocen a fondo su proceso de simulación.

Los resultados obtenidos concuerdan con la teoría que fundamenta este trabajo, “el concentrar elementos en zonas de mayor relevancia es mejor que generar una malla de manera uniforme”.

Se recomienda que para trabajos futuros se pueden considerar nuevos criterios a evaluar, lo que enriquecería el trabajo de la red neuronal. Adicionalmente es posible tomar los resultado adquiridos en este estudio para generar una herramienta de mallado específica para un caso más particular.

No se descarta ni se ponen en duda que los resultados recabados también pueden ser un punto de partida para la realización de sistemas inteligentes que generen un mallado, ya sea mediante la implementación de redes neuronales o mediante otro tipo de técnicas.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a Jonathan Richard Shewchuk por la publicación de la librería “Triangle” así como de la extensa documentación y ejemplos puestos a disposición del público.

REFERENCIAS

Tlamati Sabiduría, Volumen 7 Número Especial 3 (2016)

- [1] Dhatt, G. Touzot, G. Lefrançois, E. (2012). *Finite Element Method*. Hoboken, US:Wiley.
- [2] Manevitz, L. Yousef, M. Givoli, D. (1997). Finite-Element Mesh Generation Using. *Microcomputers in Civil Engineering*. Volumen(12) pags. 233-250
- [3] Frey, P.J. George, P.L.(2000). *Mesh generation: Application to finite elements*. Hoboken, US:Wiley.
- [4] Chedid R. Najjar.N(1996). Automatic Finite-Element Mesh Generation Using Artificial Neural Networks-Part I: Prediction of Mesh Density. IEE Transactions On Magnetics. Volumen(32).No.5.5173
- [5] Dimitris, G, T. Dimitri P,L.(2002). A Finite-Element Mesh Generator Based on Growing Neural Networks. IEEE Transactions On Neural Networks, Vol. 13, No. 6. 1482
- [6] Alfonzetti.S(1998).A Finite Element Mesh Generator base on an Adaptative Neural network. IEE Transactions On Magnetics. Volumen(34).No.3. 33363
- [7] Srasuay, K.; Chumthong, A.; Ruangsinchaiwanich, S. Mesh generation of FEM by ANN on iron—Core transformer. En *Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, 2010 International Conference on. IEEE, 2010. p. 1885-1890.
- [8] Kriesel, D (2007). *A Brief Introduction to Neural Networks*. Bonn, Germany: Germany.
- [9] Shewchuk, J.R. Triangle: Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator. *Applied Computational Geometry: Towards Geometric Engineering*. volume (1148) of *Lecture Notes in Computer Science*. 203-222
- [10] Ruppert, J. (1994). A Delaunay Refinement Algorithm for quality 2-Dimensional Mesh Generation. *Journal of algorithms*.