



CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATERIALES AVANZADOS S.C.

DIVISIÓN DE ESTUDIO DE POSGRADO

**"CARACTERIZACIÓN Y SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO
ELASTOPLÁSTICO DE ADHESIVOS SUJETOS A TORSIÓN Y CARGA AXIAL"**

TESIS

QUE COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIA DE LOS MATERIALES

PRESENTA

EDUIN IVAN GONZÁLEZ CASTILLO

Asesor:

Dr. Alberto Díaz Díaz

Chihuahua Chih. a noviembre del 2010



RECONOCIMIENTOS

Quiero agradecer de manera muy especial al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado a lo largo de la maestría, así como a la Fuerza Aérea de los Estados Unidos para la realización de la presente tesis.

RESUMEN

Se elaboraron probetas cilíndricas de adhesivo de diferentes tamaños, según las dimensiones establecidas en la norma ASTM E8, para dos tipos de adhesivos epóxicos comerciales. Las propiedades mecánicas de ambos materiales se obtuvieron por medio de pruebas de tensión y torsión. Durante los ensayos de laboratorio se efectuaron ciclos de carga y descarga para cuantificar las deformaciones plásticas alcanzadas. Se analizó el impacto de la velocidad de deformación y el efecto de escala en los resultados.

Fue establecido un modelo matemático para determinar la distribución de esfuerzos y deformaciones en la sección transversal de la probeta, así como un método numérico de resolución que exige un costo computacional mucho menor en comparación a los programas de elementos finitos comerciales. Adicionalmente el método propuesto puede aceptar cualquier tipo de criterio de plasticidad, a diferencia de los comerciales en los cuales es complicado integrar nuevos modelos o en su defecto no lo permiten. Una variante del criterio de plasticidad de Drucker-Prager que incluye endurecimiento por plasticidad no lineal se utilizó para correlacionar las observaciones efectuadas en laboratorio con las predicciones teóricas.

ABSTRACT

Different sizes of cylindrical samples, according geometrical ASTM E8 standards dimensions, made of adhesive were essayed. Two commercial epoxy adhesives were used. Mechanical properties for both materials were obtained by tension and torsion tests. Load and unload cycles were carried out in mechanical tests to measure plastic strains reached. Strain velocity and scale effect were analyzed.

A mathematic model was defined to predict stress and strains distribution across sample section, so a numeric method for its solution which needs computer cost fewer than commercial finite elements software. Furthermore method proposed can accept any yielding plastic criteria, somewhat commercials programs are complicated introduce new models and considerations or unfortunately it is no possible in some cases. A variant Drucker-Prager yield criterion which includes no lineal strain hardness behavior was established to correlation laboratory measures with theory predictions.

INTRODUCCIÓN

Los adhesivos son polímeros y más específicamente polímeros termofijos, por tanto su comportamiento mecánico dependerá del esfuerzo hidrostático al que están sujetos (**Ward, I.M.; Hadley, D.W. 1993.**) y en consecuencia es necesario considerar un estado tridimensional de esfuerzos y deformaciones (**Wang y Rose, 1997**). Generalmente los polímeros termofijos son más frágiles que los denominados termoplásticos. No obstante, bajo ciertas condiciones de carga los termofijos pueden desarrollar antes de su falla un comportamiento plástico considerable. Lo anterior se presenta en pruebas de torsión en donde las deformaciones plásticas alcanzan valores mayores al 10%, en contraposición a las pruebas de tensión en las cuales prácticamente no existe plasticidad.

La naturaleza propia del fenómeno es compleja y es por ello que la gran mayoría de las investigaciones encaminadas a determinar un criterio de cedencia (**Lucas F.M. da Silva et al 2009**) recurren frecuentemente al uso de elementos finitos (**Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L. 1998.**). También es una práctica común delimitar la teoría a casos muy particulares para facilitar el análisis, lo que indudablemente reduce su aplicación. A pesar de los múltiples esfuerzos realizados con el propósito de lograr una comprensión más clara del comportamiento mecánico de los adhesivos, éste ha sido pobremente descrito y factores importantes como el efecto de escala no se han incluido como bases en el desarrollo de la teoría (**A. B. de Morais et al**).

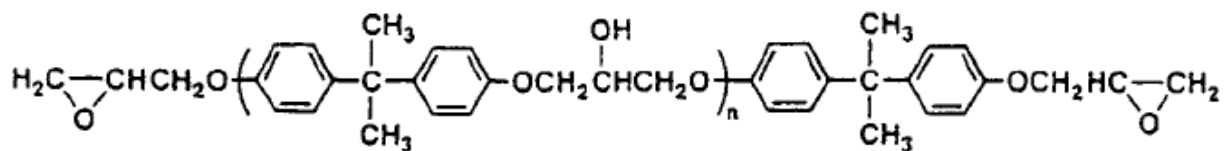
La presente investigación se encuentra enfocada a adhesivos epóxicos, ya que sus características químicas y físicas, bajo costo y disponibilidad en el mercado hacen que sean empleados más comúnmente. Los resultados obtenidos permitirán incrementar el uso de los adhesivos en diversas ramas de la industria, tal es el caso del de la aeronáutica, automotriz y de la construcción, por mencionar algunas.

ANTECEDENTES

El uso de soldadura, tornillos, remaches y sus combinaciones para unir los elementos que conforman una estructura es una práctica común en diversas áreas de la industria. Sin embargo su uso conlleva a modificar las propiedades mecánicas de los adherentes ya sea por cuestión de la temperatura o por la generación de esfuerzos residuales. En contraste los adhesivos no solo conservan las características mecánicas de los materiales, sino que además maximizan el área de contacto y por ende tienden a inhibir la concentración de esfuerzos.

En las últimas décadas las resinas epóxicas, han alcanzado una mayor aceptación en el mercado, ya que ofrecen amplias ventajas como son: producción en masa más sencilla, mayor adherencia, diferentes tipos de aplicación, amplio rango de temperaturas de curado, un buen desempeño mecánico y una gran resistencia a los factores adversos del medio ambiente, por mencionar algunas. El uso de resinas epóxicas no solo se limita a la fabricación de adhesivos, también se emplean en la elaboración de pinturas.

Químicamente los adhesivos epóxicos son el producto que resulta de mezclar una resina del grupo funcional epoxi, de ahí donde reciben su nombre, con un endurecedor; aunque en algunas ocasiones suelen agregarse pigmentadores a la mezcla. El monómero del grupo funcional epoxy es que se muestra a continuación:



La selección adecuada del endurecedor es de suma importancia para acentuar una o más propiedades deseables del producto, en tanto que los pigmentadores solo se emplean por cuestiones de estética. Como consecuencia de la gran variedad de endurecedores y pigmentadores que pueden ser utilizados las propiedades de un producto a otro varían considerablemente.

CRITERIO DE PLASTICIDAD

La expresión que relaciona el estado de esfuerzos y deformaciones de un material con sus propiedades mecánicas, permitiendo determinar si bajo la condición actual de carga el material plastifica, recibe el nombre de criterio de plasticidad. Existen diferentes criterios como lo son: el de Tresca, Huber-von Mises, Mohr-Coulomb y Druker-Prager por mencionar algunos, en donde cada uno de ellos se distingue del resto por dar énfasis a cierta propiedad del material, no obstante el criterio puede representarse de forma generalizada como sigue:

$$F = F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \Pi) \quad \text{(Ecuación E1)}$$

en donde Π es el conjunto de propiedades consideradas del material, por ejemplo el esfuerzo de cedencia, parámetro de endurecimiento, ángulo de fricción interna, cohesión, etc.

METODO DE NEWTON-RAPSON

La idea central sobre la cual se sustenta el método se muestra la figura 1.

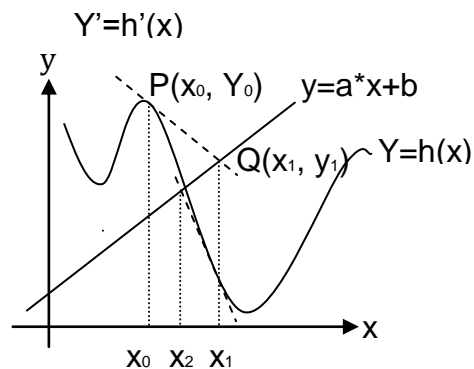


Figura 1. Procedimiento empleado por el método de Newton-Raphson

En la figura anterior Y representa una función no lineal de x, en tanto y es afín. Como paso inicial es necesario establecer un valor arbitrario de x, digamos x_0 y se determina el valor de la derivada en el punto $P(x_0, Y_0)$, entonces:

$$\left. \frac{dY}{dx} \right|_{x_0} = f'(x_0) = m \quad \text{(Ecuación E2)}$$

Siendo m la pendiente de la recta tangente a la curva Y, es decir:

$$m = \frac{y_1 - Y_0}{x_1 - x_0}$$

Siendo y_1 y x_1 las coordenadas del punto Q, que es la intersección de y que es la parte lineal del problema y Y' . Reescribiendo E2 en función del valor de m se obtiene:

$$\frac{y_1 - Y_0}{x_1 - x_0} = f'(x_0)$$

Despejando:

$$y_1 - f'(x_0) \cdot x_1 = Y_0 - f'(x_0) \cdot x_0 \quad \text{(Ecuación E3)}$$

Es de suma importancia señalar que el procedimiento anterior permite linealizar el sistema inicial de ecuaciones, por lo que la intersección de y y E2 puede ser determinado mediante un método del tipo Gauss-Jordan. La abscisa de Q que se obtenga será empleada como valor de entrada en la iteración posterior. Siguiendo la metodología descrita anteriormente es posible obtener x_3 y así sucesivamente hasta lograr que la solución converja con la precisión deseada.

Aunque el mecanismo seguido por el método resulta ser sencillo, existen ciertas condiciones suficientes pero no necesarias que garantizan la convergencia (**McCracken, D.D.; Dorin W.S. 1969.**), no obstante estas se satisfacen debido a que el fenómeno bajo estudio es continuo, los incrementos de carga son pequeños y el estado de esfuerzos y deformaciones es único.

V.II.I. MÉTODO DE SOLUCIÓN

Resulta ventajoso observar que las expresiones que integran el sistema de ecuaciones del comportamiento elastoplástico, pueden ser clasificadas como lineales y no lineales. El método de Newton-Raphson es una herramienta sumamente útil bajo estas circunstancias, ya que se adapta bien a las características anteriormente descritas, ofreciendo la convergencia de la solución con un menor número de iteraciones en comparación a otros métodos convencionales.

Una vez definidas las características del problema que permiten la convergencia y siguiendo lineamientos establecidos por el método, las ecuaciones del caso elastoplástico deben catalogarse como lineales y no lineales, los resultados obtenidos son mostrados en la **tabla 1**. Es importante indicar que el criterio de plasticidad se ha definido como una ecuación no lineal debido a que se desconoce su naturaleza.

Con la finalidad de linealizar la ley normal de flujo definamos a H, como sigue:

$$H_i = H_i(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \lambda); \forall i | i \in \{rr, \theta\theta, zz, \theta z\}$$

Siendo:

$$H_i = d\varepsilon_i^p - d\lambda \frac{\partial F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \Pi)}{\partial \sigma_i^D}; \forall i | i \in \{rr, \theta\theta, zz, \theta z\}, \quad \text{(Ecuación E2.20)}$$

Por tanto, la derivada total de H es:

$$dH_i = \sum_{k=rr, \theta\theta, zz, \theta z} \left[\frac{\partial H_i}{\partial \sigma_k} d\sigma_k + \frac{\partial H_i}{\partial \varepsilon_k^p} d\varepsilon_k^p \right] + \frac{\partial F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \Pi)}{\partial \sigma_i^D} d\lambda; \forall i | i \in \{rr, \theta\theta, zz, \theta z\}$$

(Ecuación E2.21)

Debido a que los pasos de carga son pequeños, dH puede reescribirse como:

$$dH_i = \sum_{k=rr, \theta\theta, zz, \theta z} \left[\frac{\partial H_i}{\partial \sigma_k} (\sigma_k|_{\xi} - \sigma_k|_{\xi-1}) + \frac{\partial H_i}{\partial \varepsilon_k^p} (\varepsilon_k|_{\xi} - \varepsilon_k|_{\xi-1}) \right] + \frac{\partial F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \Pi)}{\partial \sigma_i^D} d\lambda; \forall i | i \in \{rr, \theta\theta, zz, \theta z\}$$

(Ecuación E2.22)

En donde los valores de $\xi-1$ corresponden a datos conocidos del paso de carga anterior.

Partiendo de que $dH=0$ y reagrupando términos en **E2.22**, se concluye:

$$\sum_{k=rr, \theta\theta, zz, \theta z} \left[\frac{\partial H_i}{\partial \sigma_k} \sigma_k|_{\xi} + \frac{\partial H_i}{\partial \varepsilon_k^p} \varepsilon_k|_{\xi} \right] + \frac{\partial F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \Pi)}{\partial \sigma_i^D} d\lambda = \sum_{k=rr, \theta\theta, zz, \theta z} \left[\frac{\partial H_i}{\partial \sigma_k} \sigma_k|_{\xi-1} + \frac{\partial H_i}{\partial \varepsilon_k^p} \varepsilon_k|_{\xi-1} \right]; \forall i | i \in \{rr, \theta\theta, zz, \theta z\}$$

(Ecuación E2.23)

Ecuaciones lineales	Ecuaciones no lineales
$\sigma_{rr}^* = \alpha \cdot (\Psi' - \varepsilon_{rr}^p) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\}$	$F = F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \Pi)$

$\sigma_{\theta\theta}^* = \alpha \cdot \left(\frac{1}{r} \Psi - \varepsilon_{\theta\theta}^p \right) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\}$	$d\varepsilon_i^p = d\lambda \frac{\partial F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \Pi)}{\partial \sigma_i} \quad \forall i \in \{rr, \theta\theta, zz, \theta z\}$
$\sigma_{zz}^* = \alpha \cdot (h - \varepsilon_{zz}^p) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\}$	
$\sigma_{\theta z}^* = \sigma_{z\theta}^* = \alpha \left(\frac{1}{2} g \cdot r - \varepsilon_{\theta z}^p \right)$	
$\frac{\partial \sigma_{rr}^*}{\partial r} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^* - \sigma_{\theta\theta}^*) = 0$	
$(\alpha + \beta) \Psi'_R + \frac{\beta}{R} \Psi_R + \beta \cdot h = (\alpha + \beta) \cdot \varepsilon_{rr,R}^p + \beta (\varepsilon_{\theta\theta,R}^p + \varepsilon_{zz,R}^p)$	
$[2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c] \cdot r_0^2 + 2 \int_{r=r_0}^R \sigma_{zz}^* \cdot r \cdot dr = \frac{1}{\pi E} P(\xi)$	
$\frac{b}{4} r_0^4 + \frac{1}{4} g (R^4 - r_0^4) - 2 \int_{r=r_0}^R \varepsilon_{\theta z}^p \cdot r^2 \cdot dr = \frac{M(\xi)}{\pi \alpha E}$	
$\sigma_{rr}^* = (\alpha + 2\beta) \cdot a + \beta \cdot c$	
$\begin{bmatrix} \Psi_{r_0} \\ g \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot r_0 \\ b \\ c \end{bmatrix}$	

Tabla 1. Clasificación de las ecuaciones del caso elastoplástico

Finalmente **E2.17** ha quedado linealizada en **E2.23**, sin embargo los valores de $\sigma_k|_{\xi}$, $\varepsilon_k|_{\xi}$ y $\lambda|_{\xi}$ se sustituirán por σ_k , ε_k y λ respectivamente, para evitar complicar la notación. Entonces:

$$\sum_{k=rr, \theta\theta, zz, \theta z} \left[\frac{\partial H_i}{\partial \sigma_k} \sigma_k + \frac{\partial H_i}{\partial \varepsilon_k^p} \varepsilon_k \right] + \frac{\partial F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \Pi)}{\partial \sigma_i^p} d\lambda = \sum_{k=rr, \theta\theta, zz, \theta z} \left[\frac{\partial H_i}{\partial \sigma_k} \sigma_k \Big|_{\xi-1} + \frac{\partial H_i}{\partial \varepsilon_k^p} \varepsilon_k \Big|_{\xi-1} \right]; \forall i \in \{rr, \theta\theta, zz, \theta z\}$$

(Ecuación E2.24)

Para el caso del criterio de plasticidad se considerara que este es función de λ , en donde este último fungirá como un parámetro de endurecimiento. Entonces la derivada total de F, queda expresada como:

$$dF = \sum_{k=rr, \theta\theta, zz, \theta z} \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma_k} d\sigma_k + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_k^p} d\varepsilon_k^p \right] + \frac{\partial F}{\partial \lambda} d\lambda$$

(Ecuación E2.25)

Debido a que el paso de carga es pequeño:

$$dF = \sum_{k=rr,\theta\theta,zz,\theta z} \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma_k} (\sigma_k|_{\xi} - \sigma_k|_{\xi-1}) + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_k^p} (\varepsilon_k^p|_{\xi} - \varepsilon_k^p|_{\xi-1}) \right] + \frac{\partial F}{\partial \lambda} (\lambda|_{\xi} - \lambda|_{\xi-1})$$

(Ecuación E2.26)

El criterio de plasticidad se cumple si y solo si $F=0$. Adicionalmente las cualidades impuestas sobre el paso de carga permite escribir a **E2.26** como:

$$\sum_{k=rr,\theta\theta,zz,\theta z} \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma_k} \sigma_k|_{\xi} + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_k^p} \varepsilon_k^p|_{\xi} \right] + \frac{\partial F}{\partial \lambda} \lambda|_{\xi} = \sum_{k=rr,\theta\theta,zz,\theta z} \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma_k} \sigma_k|_{\xi-1} + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_k^p} \varepsilon_k^p|_{\xi-1} \right] + \frac{\partial F}{\partial \lambda} \lambda|_{\xi-1}$$

(Ecuación E2.27)

Las ecuaciones **E2.24** y **E2.27** son obtenidas a partir de las ecuaciones de la ley normal de flujo y criterio de plasticidad respectivamente, por lo que el problema ha quedado linealizado, dando lugar a la aplicación el método de Newton-Raphson.

V.II.II. ALGORITMO

Con el propósito de facilitar la resolución del problema, la localización del frente de plasticidad se establecerá arbitrariamente en r_0 , por consiguiente será necesario determinar la magnitud del momento requerido para situarlo en dicha posición. La **figura 4** muestra el mallado que se obtiene considerando N puntos. El punto $n=1$ se ubica justo sobre el borde de la barra y el frente de plasticidad en $N-2$. En la región elástica $0 \leq r < r_0$ se considera únicamente un punto en $r=r_0/2$ ya que establecer puntos adicionales no es necesario, a raíz de la relación lineal que guardan las variables σ_{23} y ε_{23}^e con respecto a la coordenada radial. La distribución de los puntos en la región plástica $r_0 \leq r < R$, se define por medio de una serie cuya razón puede ser modificada para obtener un mallado más fino.

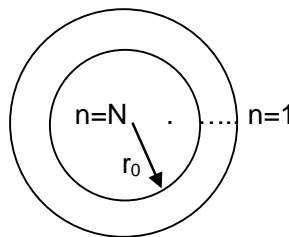


Figura 4. División de la sección transversal en N-1 partes.

Para la obtención Ψ' se utiliza una aproximación de tercer grado de la serie de Taylor, por tal motivo, es necesario proporcionar información de por lo menos dos

puntos adicionales próximos al punto en el que se evalúa la derivada. A partir de la **figura 4**, es claro que se presenten dos situaciones para el calculo de Ψ' : la primera corresponde al borde, cuando $n=1$, deben involucrarse los puntos posteriores $n=2$ y $n=3$; y la segunda con $n>1$, son utilizados el punto siguiente $n+1$ y el anterior $n-1$. El último caso mencionado es aplicado también en el frente de plasticidad debido a que los desplazamientos son continuos.

La serie de Taylor permite determinar los valores de Ψ' en los puntos $n=2$ y $n=3$, de modo que:

$$\Psi_{r_2} = \Psi_{r_1} + (r_2 - r_1)\Psi'_{r_1} + \frac{1}{2}(r_2 - r_1)^2\Psi''_{r_1} \quad \text{(Ecuación E3.1)}$$

$$\Psi_{r_3} = \Psi_{r_1} + (r_3 - r_1)\Psi'_{r_1} + \frac{1}{2}(r_3 - r_1)^2\Psi''_{r_1} \quad \text{(Ecuación E3.2)}$$

Igualando los valores de Ψ''_{r_1} en **E3.1** y **E3.2**

$$\frac{\Psi_{r_2} - \Psi_{r_1}}{(r_2 - r_1)^2} - \frac{\Psi'_{r_1}}{(r_2 - r_1)} = \frac{\Psi_{r_3} - \Psi_{r_1}}{(r_3 - r_1)^2} - \frac{\Psi'_{r_1}}{(r_3 - r_1)}$$

Agrupando términos semejantes en la ecuación anterior

$$\frac{(r_2 - r_3)}{(r_3 - r_1)(r_2 - r_1)}\Psi'_{r_1} = (r_3 - r_1)^{-2}\Psi_{r_3} - (r_2 - r_1)^{-2}\Psi_{r_2} + \frac{[(r_2 - r_1)^2 - (r_3 - r_1)^2]}{(r_3 - r_1)^2(r_2 - r_1)^2}\Psi_{r_1}$$

Por último despejando Ψ'_{r_1} , se obtiene el resultado deseado.

$$\Psi'_{r_1} = \frac{(r_2 - r_1)}{(r_2 - r_3)(r_3 - r_1)}\Psi_{r_3} - \frac{(r_3 - r_1)}{(r_2 - r_3)(r_2 - r_1)}\Psi_{r_2} + \frac{[(r_2 - r_1)^2 - (r_3 - r_1)^2]}{(r_2 - r_3)(r_3 - r_1)(r_2 - r_1)}\Psi_{r_1}$$

(Ecuación E3.3)

Al sustituir r_2 y r_3 por los valores de r_{n-1} y r_{n+1} respectivamente, en **E3.3** se deduce la derivada para $n>1$. Entonces:

$$\Psi'_n = \frac{(r_{n-1} - r_n)}{(r_{n-1} - r_{n+1})(r_{n+1} - r_n)}\Psi_{n+1} - \frac{(r_{n+1} - r_n)}{(r_{n-1} - r_{n+1})(r_{n-1} - r_n)}\Psi_{n-1} + \frac{[(r_{n-1} - r_n)^2 - (r_{n+1} - r_n)^2]}{(r_{n-1} - r_{n+1})(r_{n+1} - r_n)(r_{n-1} - r_n)}\Psi_n$$

(Ecuación E3.4)

La lógica empleada en la elaboración del algoritmo es sencilla, el diagrama de flujo correspondiente se representa en **figura 5** y la escritura del algoritmo en el apéndice 1.

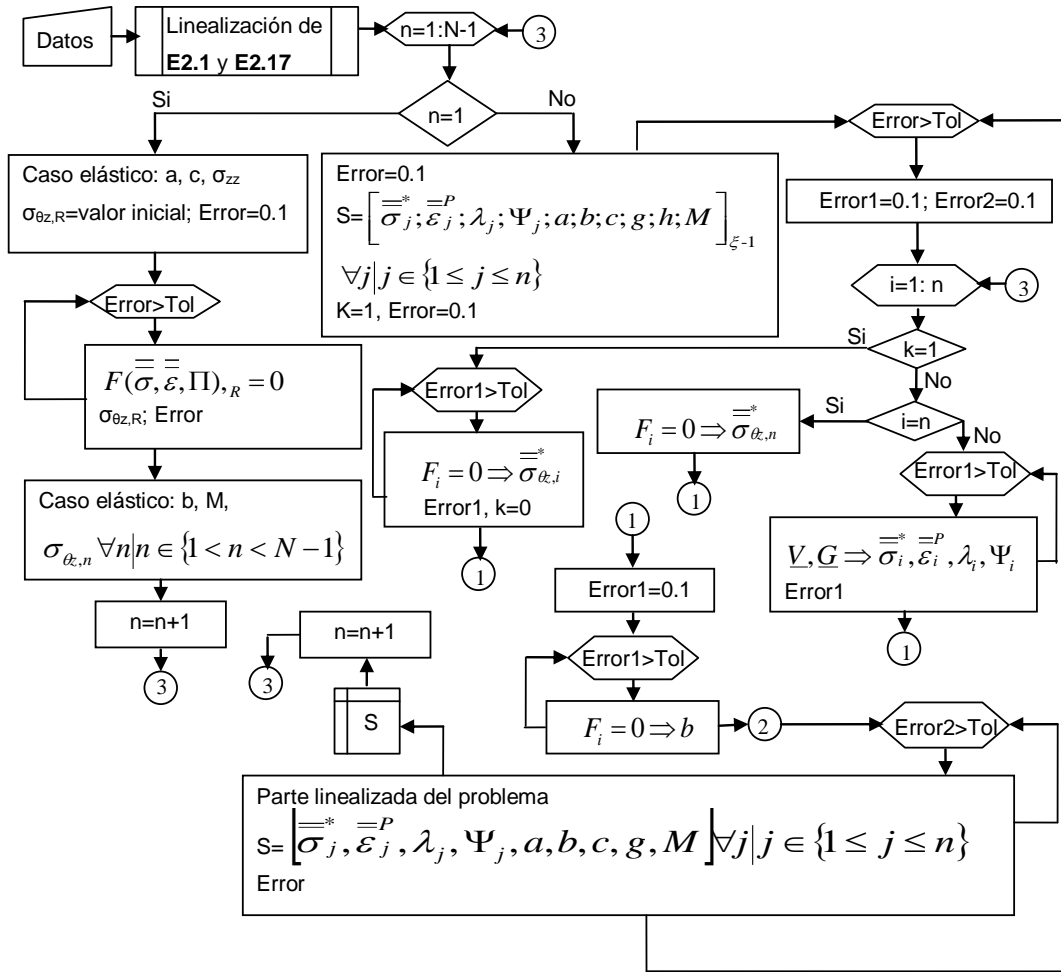


Figura 5. Diagrama de flujo del algoritmo empleado

El primer paso consiste en proporcionar los datos generales del problema, ésta información aparece resumida en la **tabla 2**.

Variable	Simbología	Dimensiones
Radio	R	mm
Longitud	L	mm
Modulo de elasticidad	E	MPa
Coficiente de Poisson	v	Adimensional
Fuerza axial aplicada	Fz	N
Número total de	N	

puntos del mallado (N>4)		
Tolerancia	Tol	
Razón de la serie geométrica	razon	
Posición final del frente de plasticidad	posfrentefi nal	mm
Criterio de plasticidad	F	

Tabla 2. Datos de entrada

Inicialmente el frente de plasticidad es ubicado en $n=1$ y se aplican las ecuaciones del caso puramente elástico para encontrar σ_{33} , a y c . Posteriormente se realizan iteraciones sucesivas para determinar el valor de σ_{23} que satisfaga el criterio de plasticidad en el borde. Una vez conocida la magnitud de σ_{23} en $r=R$, se calculan b , m y $\sigma_{23,n} \forall n | 1 < n < N$. Concluidas las operaciones anteriores el frente de plasticidad es desplazado al punto $n=2$.

Entre más pequeños sean los incrementos de las cargas aplicadas, la diferencia entre las soluciones del paso de carga actual y anterior también se reduce, es por ello que ésta última sirve como primer aproximación de la solución para $n > 1$. No obstante, los esfuerzos $\sigma_{\theta z}$ pertenecientes al paso de carga anterior, tienen que ser ajustados para plastificar toda la zona de la barra delimitada por su borde y la nueva posición del frente de plasticidad. Considerando que la prueba de laboratorio consiste en ciclos de carga y descarga como el ilustrado en la **figura 6**, se observa que una vez que se aparecen las deformaciones plásticas, el esfuerzo mínimo solicitado para plastificar nuevamente el material es proporcional al requerido en la carga anterior con el mismo propósito. Por lo tanto, es posible definir una relación lineal entre ambos introduciendo un factor Ω como sigue:

$$\sigma_{\theta z,n} = \Omega * \sigma_{\theta z,n}^{\text{anterior}}$$

(Ecuación E3.5)

En **E3.5** $\sigma_{\theta z,n}^{\text{anterior}}$ representa el esfuerzo propuesto para el punto n , por lo que es un dato conocido; en tanto que $\sigma_{\theta z,n}$ corresponde al esfuerzo cortante en la dirección θz que verifica el criterio de plasticidad en el mismo punto n , cuando el resto de las variables no modifican el valor que fue propuesto a partir del paso anterior de carga. Bajo estas circunstancias el criterio de plasticidad puede reescribirse como:

$$F = F(\Omega)$$

Derivando F se obtiene

$$dF = F'(\Omega) \cdot d\Omega$$

Si las variaciones son pequeñas

$$F - F^{anterior} = F'(\Omega) \cdot (\Omega - \Omega^{anterior})$$

(Ecuación

E3.6)

En donde tanto $F^{anterior}$ y $\Omega^{anterior}$ son conocidos.

Se presenta plasticidad si y solo si $F=0$, entonces sustituyendo el valor de F en **E3.6** y despejando Ω se obtiene la expresión empleada en el ajuste de $\sigma_{\theta z, n}$.

$$\Omega = \Omega^{anterior} - \frac{F^{anterior}}{F'(\Omega)}$$

(Ecuación

E3.7)

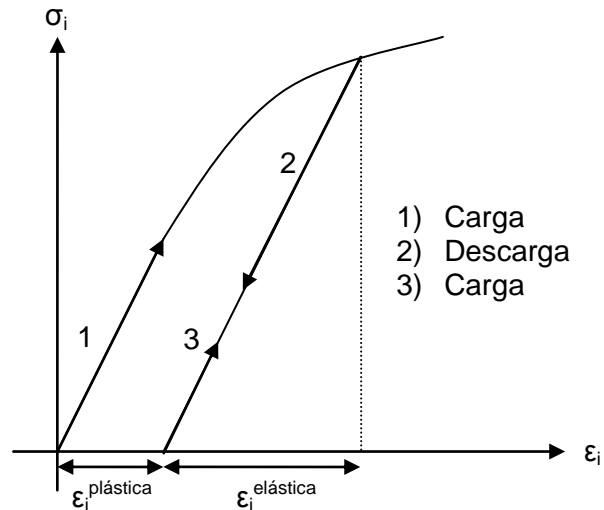


Figura 6. Ciclos de carga y descarga empleadas en ensayo de laboratorio.

El procedimiento descrito para el ajuste de $\sigma_{\theta z}$ crea las condiciones necesarias para plastificar la zona comprendida entre $r_0 \leq r < R$, pero también la función criterio F debe cumplirse en $r=r_0$ al ser evaluada con las ecuaciones validas en la zona elástica, conduciendo a la posibilidad de realizar una segunda aproximación. Puede apreciarse que la componente θz del tensor de esfuerzos obtenido para $0 < r < r_0$ guarda una estrecha relación con b , por lo que la selección de esta constante para realizar un segundo ajuste no resulta al azar. En este nuevo cálculo de b las constantes a y c no modifican su valor, en tanto que σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ y σ_{zz} se determinan mediante las ecuaciones de comportamiento. Posteriormente se sigue la misma secuencia de pasos para el ajuste de $\sigma_{\theta z}$ y se dictamina el nuevo valor de b . Cabe mencionar que todos estos cálculos se llevan a cabo una sola vez por cada nueva posición del frente de plasticidad.

Una vez realizados los ajustes sobre el resultado perteneciente al paso de carga anterior, se inyecta sobre en la parte linealizada del problema, conduciendo a una mejor aproximación de la solución. Si la tolerancia se cumple entonces los resultados son almacenados y se procede a desplazar el frente de plasticidad al

próximo punto del mallado; en caso contrario se realizan tres nuevos ajustes a la solución resultante de la parte linealizada con el fin de garantizar nuevamente que los valores propuestos pertenezcan a la región definida por la parte no lineal del problema. Los dos primeros corresponden a $\sigma_{\theta z}$ y b en el frente de plasticidad en la forma descrita anteriormente; en tanto para todo el conjunto de puntos restantes se realiza una mejor aproximación de las demás variables, en base a lo señalado a continuación:

Sean \underline{V} y \underline{G} funciones vectoriales como sigue

$$\underline{V} = [\sigma_{rr}^* \quad \sigma_{\theta\theta}^* \quad \sigma_{zz}^* \quad \sigma_{\theta z}^* \quad \varepsilon_{rr}^p \quad \varepsilon_{\theta\theta}^p \quad \varepsilon_{zz}^p \quad \varepsilon_{\theta z}^p \quad \lambda]^T \quad \text{(Ecuación E3.6)}$$

$$\underline{G} = \begin{bmatrix} \sigma_{rr}^* - \alpha \cdot (\Psi' - \varepsilon_{rr}^p) - \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\} \\ \sigma_{\theta\theta}^* - \alpha \cdot \left(\frac{1}{r} \Psi - \varepsilon_{\theta\theta}^p \right) - \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\} \\ \sigma_{zz}^* - \alpha \cdot (h - \varepsilon_{zz}^p) - \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\} \\ \sigma_{\theta z}^* - \alpha \left(\frac{1}{2} g \cdot r - \varepsilon_{\theta z}^p \right) \\ d\varepsilon_{rr}^p - d\lambda \frac{\partial F(\bar{\bar{\sigma}}, \bar{\bar{\varepsilon}}, \bar{\bar{\Pi}})}{\partial \sigma_{rr}^D} \\ d\varepsilon_{\theta\theta}^p - d\lambda \frac{\partial F(\bar{\bar{\sigma}}, \bar{\bar{\varepsilon}}, \bar{\bar{\Pi}})}{\partial \sigma_{\theta\theta}^D} \\ d\varepsilon_{zz}^p - d\lambda \frac{\partial F(\bar{\bar{\sigma}}, \bar{\bar{\varepsilon}}, \bar{\bar{\Pi}})}{\partial \sigma_{zz}^D} \\ d\varepsilon_{\theta z}^p - d\lambda \frac{\partial F(\bar{\bar{\sigma}}, \bar{\bar{\varepsilon}}, \bar{\bar{\Pi}})}{\partial \sigma_{\theta z}^D} \\ F(\bar{\bar{\sigma}}, \bar{\bar{\varepsilon}}, \bar{\bar{\Pi}}) \end{bmatrix} \quad \text{(Ecuación E3.7)}$$

Entonces

$$d\underline{G} = \bar{\bar{\text{div}}}\underline{G} \cdot d\underline{V} \quad \text{(Ecuación E3.8)}$$

Cuando las variaciones son pequeñas

$$\underline{G} - \underline{G}^{anterior} = \bar{\bar{\text{div}}}\underline{G} \cdot [\underline{V} - \underline{V}^{anterior}]$$

Debido a que el valor deseado de \underline{G} es $\underline{0}$, es posible determinar el valor de \underline{V} a partir de la relación anterior, quedando como:

$$\underline{V} = \underline{V}^{anterior} - \overline{\overline{div}} \underline{G}^{-1} \cdot \underline{G}^{anterior}$$

(Ecuación

E3.9)

Lo anterior no solo logra ajustar los valores que posteriormente serán empleados en la parte linealizada, sino que además sin duda acelera la convergencia. Si la solución obtenida cumple con la tolerancia deseada al ser comparados con los datos de entrada estos son almacenados; en caso contrario se realiza otra iteración hasta lograr que la solución converja.

V. MATERIALES Y METODOLOGÍA TEÓRICA-EXPERIMENTAL

1. MODELO MATEMÁTICO

1.2. OBJETIVO

Definir las ecuaciones que describen el comportamiento elastoplástico de una barra sujeta a la acción combinada o no, de una carga axial y torsión, aplicados en uno de sus extremos; en tanto que en el otro se permite únicamente el desplazamiento en la dirección perpendicular al eje longitudinal de la barra. Para ello será necesario determinar para cada paso de carga ξ y las componentes de los tensores $\overline{\overline{\sigma}}$, $\overline{\overline{\varepsilon}}$ y $\overline{\overline{\varepsilon^p}}$.

La notación empleada para cada una de las variables que intervienen en el marco teórico, aparecen de manera condensada en el apéndice I.

1.3. CONSIDERACIONES

El desarrollo del análisis se sustentara en las bases señaladas a continuación:

- a) El material es isotrópico y presenta plasticidad asociada.
- b) Inicialmente la barra se encuentra completamente aislada y no presenta deformación, por lo tanto, para $\xi=0$: $\overline{\overline{\sigma}} = \overline{\overline{\varepsilon}} = \overline{\overline{\varepsilon^p}} = \overline{\overline{0}}$.
- c) Las componentes del tensor de deformaciones serán pequeñas, menores al 10%, lo que permite aplicar la Hipótesis de Pequeñas Perturbaciones (HPP).

- d) Si el momento torsionante se hace acompañar de una carga axial, la magnitud de esta última será de constatación y no originará plasticidad en la barra $\forall \xi > 0$.
- e) El peso propio de la barra es despreciable en comparación con las cargas aplicadas.

1.4. PLANTEAMIENTO

Sea una barra prismática circular de radio R y longitud L , con uno de sus extremos en el origen del sistema de coordenadas cilíndricas y su eje longitudinal coincidiendo con el eje z , tal y como se muestra en la figura 1.

Denotemos por Γ al conjunto de puntos geométricos, que relacionan la superficie del cuerpo en estudio con el sistema de ejes en el instante de referencia. Entonces Γ puede ser expresado como:

$$\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$$

En donde:

$$\Gamma_1 = \{P(r, \theta, z); 0 \leq r < R, 0 \leq \theta \leq 2\pi, z = 0\}$$

$$\Gamma_2 = \{P(r, \theta, z); r = R, 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 < z < L\}$$

$$\Gamma_3 = \{P(r, \theta, z); 0 \leq r \leq R, 0 \leq \theta \leq 2\pi, z = L\}$$

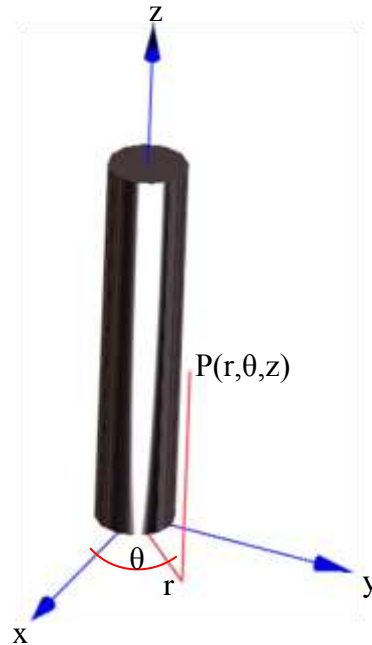


Figura 1. Referencia de la barra prismática circular al sistema de coordenadas.

De acuerdo con la definición anterior, Γ_1 constituye la superficie donde el desplazamiento se encuentra restringido en cualquier dirección diferente al vector unitario \underline{e}_r , Γ_2 conforma un borde libre de esfuerzos y Γ_3 está sometido a la acción del momento \underline{M} y la fuerza axial \underline{P} , quedando estos expresados como:

$$\underline{M} = M(\xi) \cdot \underline{e}_r \times \underline{e}_\theta \qquad \underline{P} = P(\xi) \cdot \underline{e}_z$$

siendo $M(\xi)$ y $P(\xi)$ funciones del paso de carga.

De acuerdo a las consideraciones empleadas para la solución del problema, es claro que en el caso de torsión actuando conjuntamente con carga axial, será la magnitud del momento torsionante quien dictamine en mayor medida el comportamiento mecánico de la barra. Sin embargo para la situación anterior la complejidad del problema se acentúa, por lo que se abordara la elasticidad y elastoplasticidad por separado con el propósito hacer más sencillo el análisis. Para aquellas circunstancias en que la barra es sometida únicamente a la acción de la carga axial, el problema elastoplástico se abordara sin más preámbulos, ya que su modelo matemático para el caso elástico es una simplificación del que se obtiene considerando torsión.

1.5.1 MODELO MATEMÁTICO PARA TORSION Y CARGA AXIAL APLICADOS SIMULTÁNEAMENTE.

1.5.1.1 COMPORTAMIENTO ELÁSTICO

Sea \underline{u} el campo de desplazamiento para el caso elástico y que resulta de la aplicación de las cargas \underline{M} y \underline{P} , de manera que:

$$\underline{u} = [a \cdot r \quad b \cdot r \cdot z \quad c \cdot z]^t \quad \text{(Ecuación E1)}$$

con las constantes a , b y c por determinar.

A partir de la HPP se deduce

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left\{ \overline{\text{grad}}(\underline{u}) + \overline{\text{grad}}^t(\underline{u}) \right\} \quad \text{(Ecuación E2)}$$

En donde:

$$\overline{\text{grad}}(\underline{u}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - u_\theta \right) & \frac{\partial u_r}{\partial z} \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) & \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Evaluated \underline{u} en la expresión anterior se obtiene:

$$\overline{\text{grad}}(\underline{u}) = \begin{bmatrix} a & -b \cdot z & 0 \\ b \cdot z & a & b \cdot r \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

Empleando E2 se concluye:

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & \frac{b}{2}r \\ 0 & \frac{b}{2}r & c \end{bmatrix} \quad \text{(Ecuación E3)}$$

El tensor de esfuerzos $\bar{\bar{\sigma}}$ se relaciona con el de deformaciones elásticas $\bar{\bar{\varepsilon}}^e$ de la forma indicada a continuación:

$$\bar{\bar{\sigma}} = \frac{E}{1+\nu} \cdot \bar{\bar{\varepsilon}}^e + \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot \left(\text{tr} \bar{\bar{\varepsilon}}^e \right) \cdot \bar{\bar{1}} \quad \text{(Ecuación E4)}$$

La normalización del tensor de deformaciones resulta ampliamente útil, ya que permite que los valores de las incógnitas sean aproximadamente del mismo orden y por ende facilita los cálculos numéricos posteriores. En consecuencia:

Haciendo $\bar{\sigma}^* = \frac{1}{E} \bar{\sigma}$, $\alpha = \frac{1}{1+\nu}$ y $\beta = \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, E4 se reduce a:

$$\bar{\sigma}^* = \alpha \cdot \bar{\varepsilon}^e + \beta \cdot (\text{tr} \bar{\varepsilon}^e) \cdot \bar{\mathbf{1}} \quad \text{(Ecuación E5)}$$

Para el comportamiento completamente elástico el tensor de deformaciones totales $\bar{\varepsilon}$ es igual al de las deformaciones elásticas $\bar{\varepsilon}^e$, entonces:

$$\bar{\sigma}^* = \alpha \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & \frac{b}{2}r \\ 0 & \frac{b}{2}r & c \end{bmatrix} + \beta \cdot (2a+c) \bar{\mathbf{1}}$$

Simplificando la relación anterior se obtiene:

$$\bar{\sigma}^* = \begin{bmatrix} (\alpha+2\beta) \cdot a + \beta \cdot c & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha+2\beta) \cdot a + \beta \cdot c & \frac{\alpha}{2} b \cdot r \\ 0 & \frac{\alpha}{2} b \cdot r & 2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c \end{bmatrix} \quad \text{(Ecuación E6)}$$

Otra condición que se debe cumplir debido a que el sistema se encuentra en equilibrio es:

$$\text{div}(\bar{\sigma}) + \underline{f_V} = \underline{0} \quad \text{(Ecuación E7)}$$

en donde $\underline{f_V}$ representa las fuerzas de volumen. Es necesario mencionar que a esta conjunto pertenece el peso propio de la barra y este es despreciable, lo que conduce a que $\underline{f_V} = \underline{0}$. Dado que:

$$\text{div}(\bar{\sigma}) = E \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{rr}^*}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \sigma_{r\theta}^*}{\partial \theta} + \sigma_{rr}^* - \sigma_{\theta\theta}^* \right) + \frac{\partial \sigma_{rz}^*}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{\theta r}^*}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^*}{\partial \theta} + \sigma_{r\theta}^* + \sigma_{\theta r}^* \right) + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^*}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{zr}^*}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \sigma_{z\theta}^*}{\partial \theta} + \sigma_{zr}^* \right) + \frac{\partial \sigma_{zz}^*}{\partial z} \end{bmatrix} = \underline{0}$$

Se observa que **E6** verifica **E7**, sin embargo, no proporciona información adicional.

Con el propósito de evaluar las condiciones de frontera impuestas sobre Γ , definamos al vector esfuerzo \underline{T} de la manera siguiente:

$$\underline{T} = \overline{\overline{\sigma}} \cdot \underline{n}$$

En función del tensor normalizado de esfuerzos:

$$\underline{T} = E \cdot \overline{\overline{\sigma}}^* \cdot \underline{n} \quad \text{(Ecuación E8)}$$

donde \underline{n} es el vector unitario perpendicular a la superficie en estudio y apunta hacia el exterior de la misma.

La condición de frontera sobre Γ_2 es:

$$\underline{T}(\overline{\overline{\sigma}}^*, \Gamma_2, \underline{n} = \underline{e}_r) = \underline{0}$$

Realizando las operaciones correspondientes se deduce:

$$E \begin{bmatrix} (\alpha + 2\beta) \cdot a + \beta \cdot c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{0} \quad \text{(Ecuación E9)}$$

A partir de E9 es evidente que:

$$(\alpha + 2\beta) \cdot a + \beta \cdot c = 0$$

$$\therefore c = -\frac{(\alpha + 2\beta)}{\beta} \cdot a \quad \text{(Ecuación E10)}$$

De manera similar en Γ_3 deben verificarse dos condiciones de frontera:

a) Primera condición $\int_{\Gamma_3} \underline{T}(\overline{\overline{\sigma}}^*, \Gamma_3, \underline{n} = \underline{e}_z) \cdot dA = P(\xi) \cdot \underline{e}_z$

Hasta este punto la referencia de los vectores \underline{e}_r y \underline{e}_θ con respecto al sistema de coordenadas cartesianas no ha sido necesaria, sin embargo la correcta aplicación de la integración así lo exige, de modo que:

$$\underline{e}_r = \text{Cos}(\theta) \cdot \underline{e}_x + \text{Sen}(\theta) \cdot \underline{e}_y \quad \text{(Ecuación E11)}$$

$$\underline{e}_\theta = -\text{Sen}(\theta) \cdot \underline{e}_x + \text{Cos}(\theta) \cdot \underline{e}_y \quad \text{(Ecuación E12)}$$

siendo \underline{e}_x y \underline{e}_y los vectores unitarios en la dirección positiva de los ejes x y y, respectivamente.

Empleando las ecuaciones E11 y E12, E10 queda en función del sistema de ejes cartesianos x, y y z de la manera siguiente:

$$E \cdot \int_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2} b \cdot r \cdot \text{Sen}(\theta) \\ \frac{\alpha}{2} b \cdot r \cdot \text{Cos}(\theta) \\ 2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c \end{bmatrix} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = P(\xi) \cdot \underline{e}_z \quad \text{(Ecuación E13)}$$

$\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$

donde el subíndice $\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$ indica que el sistema de referencia es el cartesiano.

Realizando la integración sobre θ en E13 obtenemos:

$$\int_{r=0}^R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\pi \cdot \{2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c\} \end{bmatrix} \cdot r \cdot dr = \frac{P(\xi)}{E} \cdot \underline{e}_z$$

$\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$

La integración de las componentes del vector obtenido establece:

$$\pi \cdot \{2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c\} \cdot R^2 \cdot \underline{e}_z = \frac{P(\xi)}{E} \cdot \underline{e}_z$$

O bien, de acuerdo al modulo del vector:

$$2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c = \frac{P(\xi)}{\pi \cdot R^2 \cdot E} \quad \text{(Ecuación E14)}$$

Sustituyendo E10 en E14 y agrupando términos, se concluye que:

$$\frac{2\beta^2 - (\alpha + \beta)(\alpha + 2\beta)}{\beta} \cdot a = \frac{P(\xi)}{\pi \cdot R^2 \cdot E}$$

Despejando la expresión anterior y simplificando, conduce a:

$$a = -\frac{\beta}{\pi \cdot \alpha \cdot (\alpha + 3\beta) \cdot R^2 \cdot E} P(\xi) \quad \text{(Ecuación E15)}$$

Lo que deja como resultado:

$$c = \frac{(\alpha + 2\beta)}{\pi \cdot \alpha \cdot (\alpha + 3\beta) \cdot R^2 \cdot E} \cdot P(\xi) \quad \text{(Ecuación E16)}$$

b) Segunda condición: $\int_{\Gamma_3} \underline{r} \cdot \underline{e}_r \times \underline{T} \left(\underline{\underline{\sigma}}^*, \Gamma_3, \underline{n} = \underline{e}_z \right) \cdot dA = \underline{M}$

Dado que

$$\underline{T} = E \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\alpha}{2} b \cdot r \\ 2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c \end{bmatrix}$$

Entonces

$$\underline{e}_r \times \underline{T} = E \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -2\beta \cdot a - (\alpha + \beta) \cdot c \\ \frac{\alpha}{2} b \cdot r \end{bmatrix}$$

En función de $\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$ obtenemos:

$$E \cdot \int_{r=0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} r \cdot \begin{bmatrix} \{2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c\} \cdot \text{Sen}(\theta) \\ -\{2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c\} \cdot \text{Cos}(\theta) \\ \frac{\alpha}{2} b \cdot r \end{bmatrix} \cdot \underline{e}_x \cdot \underline{e}_y \cdot \underline{e}_z \cdot r \cdot d\theta \cdot dr = \underline{M}$$

Integrando en términos de θ y r y simplificando:

$$E \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\pi}{4} \alpha \cdot b \cdot R^4 \end{bmatrix} \cdot \underline{e}_x \cdot \underline{e}_y \cdot \underline{e}_z = \underline{M}$$

De acuerdo al modulo:

$$E \cdot \frac{\pi}{4} \alpha \cdot b \cdot R^4 = M(\xi)$$

Resolviendo para b se concluye:

$$b = \frac{4}{\pi \cdot \alpha \cdot E \cdot R^4} \cdot M(\xi) \quad \text{(Ecuación E17)}$$

Por último en Γ_1 los desplazamientos están restringidos excepto en la dirección e_r , entonces:

$\underline{u} = [a \cdot r \ 0 \ 0]^t$ cumple con la condición impuesta sobre Γ_1 debido a que todas las componentes son igual a cero excepto en la dirección radial.

A manera de resumen las expresiones pertenecientes al comportamiento puramente elástico de la barra bajo las condiciones descritas y consideraciones efectuadas aparecen en el apéndice II.

1.5.1.2 COMPORTAMIENTO ELASTOPLÁSTICO

El estado de esfuerzos y deformaciones evidentemente depende de la configuración de las cargas aplicadas. Sin embargo para esta situación en particular, $|P(\xi)|$ no logra plastificar el material y en consecuencia una vez que $|M(\xi)|$ sobrepasa cierto valor umbral, digamos M_{\max} , aparecen dos zonas con comportamiento mecánico distintos tal y como se muestra en la siguiente figura.

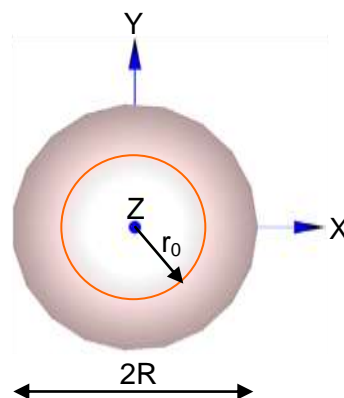


Figura 2. Intersección de la barra con el plano $f(x,y,z)=z$, $\{z \in 0 \leq z \leq L\}$ en la que se muestra la distribución de las regiones elástica y plástica.

En la figura 2 es posible apreciar que la zona elástica se encuentra limitada a valores de $0 \leq r < r_0$; en tanto zona plástica está comprendida en $r_0 \leq r \leq R$. La circunferencia de radio r_0 recibe el nombre de frente de plasticidad ya que se encuentra constituida por el conjunto de puntos para los cuales el criterio de plasticidad apenas logra verificarse bajo las condiciones impuestas en el paso de carga ξ .

Aunque las ecuaciones del comportamiento puramente elástico son aplicables en cierta medida para este caso en particular, es necesario determinar nuevamente los valores de las constantes a , b y c , razón por la cual se procederá a obtener primeramente las relaciones que son validas en la zona plástica y posteriormente se analizará la continuidad en el frente de plasticidad.

Definamos a \underline{U} como el campo de desplazamiento en la región plástica de modo que

$$\underline{U} = [\psi \quad g \cdot r \cdot z \quad h \cdot z]^t$$

siendo g y h son constantes a determinar y $\Psi = \Psi(r)$.

Evaluando E1.2 en términos de \underline{U} se obtiene:

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \Psi' & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r}\Psi & \frac{1}{2}g \cdot r \\ 0 & \frac{1}{2}g \cdot r & h \end{bmatrix} \quad \text{(Ecuación E2.2)}$$

Sin embargo en la zona plástica el tensor de deformación $\bar{\varepsilon}$ es igual a la sumatoria del tensor de deformaciones elásticas $\bar{\varepsilon}^e$ y plásticas $\bar{\varepsilon}^p$, de modo que E1.5 resulta:

$$\bar{\sigma}^* = \alpha \cdot (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^p) + \beta \cdot tr(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^p) \cdot \bar{1} \quad \text{(Ecuación E2.3)}$$

Por lo tanto las ecuaciones de comportamiento obtenidas a partir de **E2.3** son:

$$\sigma_{rr}^* = \alpha \cdot (\Psi' - \varepsilon_{rr}^p) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r}\Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\} \quad \text{(Ecuación E2.4)}$$

$$\sigma_{\theta\theta}^* = \alpha \cdot \left(\frac{1}{r} \Psi - \varepsilon_{\theta\theta}^p \right) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - \left(\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p \right) \right\} \quad \text{(Ecuación E2.5)}$$

$$\sigma_{zz}^* = \alpha \cdot \left(h - \varepsilon_{zz}^p \right) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - \left(\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p \right) \right\} \quad \text{(Ecuación E2.6)}$$

$$\sigma_{\theta z}^* = \sigma_{z\theta}^* = \alpha \left(\frac{1}{2} g \cdot r - \varepsilon_{\theta z}^p \right) \quad \text{(Ecuación E2.7)}$$

Además se debe cumplir E1.7 ya que el sistema se encuentra en equilibrio, entonces:

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = E \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{rr}^*}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \sigma_{r\theta}^*}{\partial \theta} + \sigma_{rr}^* - \sigma_{\theta\theta}^* \right) + \frac{\partial \sigma_{rz}^*}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{\theta r}^*}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^*}{\partial \theta} + \sigma_{r\theta}^* + \sigma_{\theta r}^* \right) + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^*}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{zr}^*}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \sigma_{z\theta}^*}{\partial \theta} + \sigma_{zr}^* \right) + \frac{\partial \sigma_{zz}^*}{\partial z} \end{bmatrix} = \underline{\underline{0}}$$

Simplificado:

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = E \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{rr}^*}{\partial r} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^* - \sigma_{\theta\theta}^*) \\ \frac{\partial \sigma_{\theta z}^*}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^*}{\partial z} \end{bmatrix} = \underline{\underline{0}}$$

De la anterior se concluye que:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^*}{\partial r} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^* - \sigma_{\theta\theta}^*) = 0 \quad \text{(Ecuación E2.8)}$$

Como es posible observar $\frac{\partial \sigma_{\theta z}^*}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_{zz}^*}{\partial z} = 0$ y también son independientes de θ , entonces:

$$\sigma_{\theta z}^* = \sigma_{\theta z}^*(r) \quad \text{(Ecuación E2.9)}$$

$$\sigma_{zz}^* = \sigma_{zz}^*(r) \quad \text{(Ecuación E2.10)}$$

La condición de frontera impuestas sobre Γ_2 exige:

$$\underline{T}(\underline{\bar{\sigma}}^*, \Gamma_2, \underline{n} = \underline{e}_r) = \underline{0}$$

O bien

$$E \begin{bmatrix} \alpha \cdot (\Psi'_R - \varepsilon_{rr,R}^p) + \beta \cdot \left\{ \Psi'_R + \frac{1}{R} \Psi_R + h - (\varepsilon_{rr,R}^p + \varepsilon_{\theta\theta,R}^p + \varepsilon_{zz,R}^p) \right\} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{0}$$

Agrupando términos semejantes para la componente radial:

$$(\alpha + \beta) \Psi'_R + \frac{\beta}{R} \Psi_R + \beta \cdot h = (\alpha + \beta) \cdot \varepsilon_{rr,R}^p + \beta (\varepsilon_{\theta\theta,R}^p + \varepsilon_{zz,R}^p) \quad \text{(Ecuación E2.11)}$$

el subíndice R indica que la función es evaluada en r=R

En tanto las condiciones a satisfacer en Γ_3 son:

a) Primera condición de frontera $\int_{\Gamma_3} \underline{T}(\underline{\bar{\sigma}}^*, \Gamma_3, \underline{n} = \underline{e}_z) \cdot dA = P(\xi) \cdot \underline{e}_z$

En términos de \underline{e}_x , \underline{e}_y y \underline{e}_z :

$$E \int_{r=0}^{r_0} \int_{\theta=0}^{2\pi} \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2} b \cdot r \cdot \text{Sen}(\theta) \\ \frac{\alpha}{2} b \cdot r \cdot \text{Cos}(\theta) \\ 2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c \end{bmatrix} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta + E \int_{r=r_0}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} \begin{bmatrix} -\sigma_{\theta z}^* \cdot \text{Sen}(\theta) \\ \sigma_{\theta z}^* \cdot \text{Cos}(\theta) \\ \sigma_{zz}^* \end{bmatrix} \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = \underline{P}$$

$\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$

Efectuando las integraciones correspondientes en la expresión anterior y simplificando se concluye:

$$[2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c] \cdot r_0^2 + 2 \int_{r=r_0}^R \sigma_{zz}^* \cdot r \cdot dr = \frac{1}{\pi E} P(\xi) \quad \text{(Ecuación E2.12)}$$

b) Segunda condición de frontera: $\int_{\Gamma_3} r \cdot \underline{e}_r \times \underline{T}(\underline{\bar{\sigma}}^*, \Gamma_3, \underline{n} = \underline{e}_z) \cdot dA = \underline{M}$

El vector normal de esfuerzos es:

$$\underline{T} = E \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \left(\frac{1}{2} g \cdot r - \varepsilon_{\theta z}^p \right) \\ \alpha \cdot (h - \varepsilon_{zz}^p) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\} \end{bmatrix}$$

De lo cual resulta:

$$\underline{e}_r \times \underline{T} = E \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \left\langle \alpha \cdot (h - \varepsilon_{zz}^p) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\} \right\rangle \\ \alpha \left(\frac{1}{2} g \cdot r - \varepsilon_{\theta z}^p \right) \end{bmatrix}$$

Nuevamente es necesario referir la relación obtenida previamente al sistema \underline{e}_x , \underline{e}_y y \underline{e}_z , obteniéndose:

$$\int_{r=0}^{r_i} \int_{\theta=0}^{2\pi} r^2 \begin{bmatrix} \{2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c\} \cdot \text{Sen}(\theta) \\ - \{2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c\} \cdot \text{Cos}(\theta) \\ \frac{\alpha}{2} b \cdot r \end{bmatrix} d\theta \cdot dr \Big|_{\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z}$$

$$+ \int_{r=r_i}^R \int_{\theta=0}^{2\pi} r^2 \begin{bmatrix} \left\langle \alpha \cdot (h - \varepsilon_{zz}^p) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\} \right\rangle \cdot \text{Sen}(\theta) \\ - \left\langle \alpha \cdot (h - \varepsilon_{zz}^p) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\} \right\rangle \cdot \text{Cos}(\theta) \\ \alpha \left(\frac{1}{2} g \cdot r - \varepsilon_{\theta z}^p \right) \end{bmatrix} d\theta \cdot dr = \frac{M}{E} \Big|_{\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z}$$

La integración sobre θ con lleva a:

$$\int_{r=0}^{r_i} \alpha \cdot \pi \cdot b \cdot r^3 \cdot dr \cdot \underline{e}_z + 2\pi \int_{r=r_i}^R \alpha \left(\frac{1}{2} g \cdot r - \varepsilon_{\theta z}^p \right) \cdot r^2 \cdot dr \cdot \underline{e}_z = \frac{M}{E}$$

Sin embargo

$$\underline{M} = M(\xi) \cdot \underline{e}_r \times \underline{e}_\theta$$

Sustituyendo en la ecuación que resulta de la integración sobre θ

$$\alpha \cdot b \int_{r=0}^{r_0} r^3 \cdot dr + 2 \int_{r=r_0}^R \alpha \left(\frac{1}{2} g \cdot r - \varepsilon_{\theta z}^p \right) \cdot r^2 \cdot dr = \frac{M(\xi)}{\pi E}$$

Integrando respecto a r y simplificando

$$\frac{b}{4} r_0^4 + \frac{1}{4} g (R^4 - r_0^4) - 2 \int_{r=r_0}^R \varepsilon_{\theta z}^p \cdot r^2 \cdot dr = \frac{M(\xi)}{\pi \alpha E} \quad \text{(Ecuación E2.13)}$$

Es importante señalar que el esfuerzo así como las deformaciones en la dirección radial están obligados a ser continuos en el frente de plasticidad, es por ello que las expresiones obtenidas para la zona elástica y las propias de la zona plástica pueden ser igualadas. Entonces:

$$\sigma_{rr}^* = (\alpha + 2\beta) \cdot a + \beta \cdot c \quad \text{(Ecuación E2.14)}$$

Análogamente también se debe verificar continuidad en el campo de desplazamiento en $r=r_0$.

$$\underline{U}|_{r=r_0} = \underline{u}|_{r=r_0}$$

En término de sus componentes y simplificando:

$$\begin{bmatrix} \psi_{r_0} \\ g \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot r_0 \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad \text{(Ecuación E2.15)}$$

resultando que $g=b$, $h=c$ y $\psi_{r_0} = a \cdot r_0$

El incremento de la deformación plástica esta relacionado con la configuración del estado de esfuerzos y deformaciones actuales en la denominada regla de flujo, de modo que:

$$d\varepsilon_i^p = d\lambda \frac{\partial Q(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \Pi)}{\partial \sigma_i} \quad \forall i \in \{rr, \theta\theta, zz, \theta z\} \quad \text{(Ecuación E2.16)}$$

No obstante el potencial plástico Q es igual al criterio de plasticidad F, por tratarse de plasticidad asociada. Entonces resulta que:

$$d\varepsilon_i^p = d\lambda \frac{\partial F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \Pi)}{\partial \sigma_i} \quad \forall i \in \{rr, \theta\theta, zz, \theta z\} \quad \text{(Ecuación E2.17)}$$

El conjunto de ecuaciones a resolver se presenta en el apéndice III. El sistema de ecuaciones que resultan del comportamiento elastoplástico es más complejo en comparación a las correspondientes al caso elástico. Es evidente que la forma más apropiada de resolver este conjunto de ecuaciones sea mediante el uso de un método numérico apropiado que permita encontrar un valor aproximado de la solución.

2. ELABORACIÓN DE PROBETAS

La geometría y dimensiones de las probetas, quedaron sujetas a la norma ASTM E8 (**figura 19**) y los pasos seguidos para su obtención son los que a continuación se enlistan:

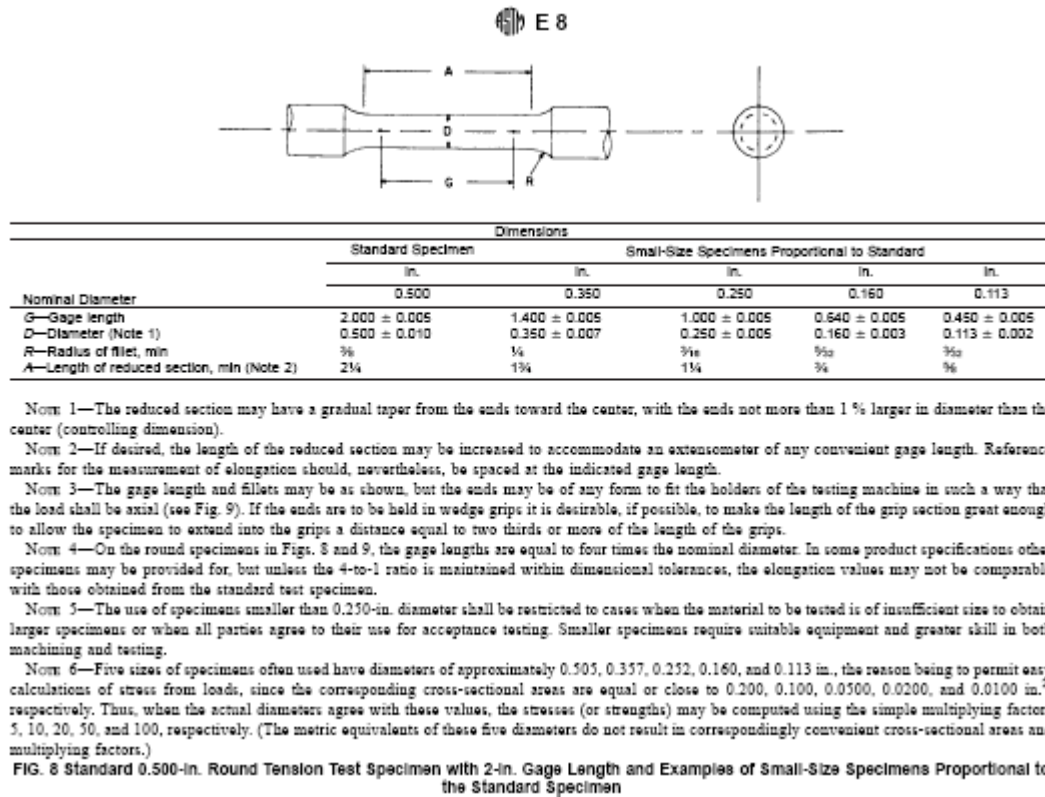


Figura 19. Dimensiones para probetas cilíndricas de acuerdo a la norma ASTM E8

1) Se maquinaron estándares para cada uno de los diámetros establecidos en la norma ASTM E8 (**figura 20**).



Figura 20. Estándares maquinados

2) Se realizaron moldes de poliuretano ya que las probetas se adhieren de forma mínima a su superficie y además es sumamente flexible, lo que prolonga la vida útil de los moldes y permite que la extracción de las probetas sea más sencilla

3) Para conformar el recipiente que contendrá al poliuretano durante su etapa de curado, se cortaron tramos de 15 cm de longitud de tubería de PVC de dos pulgadas de diámetro. El material excedente producto del corte se retiró empleando una lija (**figura 21**).



Figura 21. Corte y limpieza del tramo de PVC.

4) El tramo de PVC, niple y tapón son cubiertos en su interior con grasa automotriz para facilitar la extracción del molde (**figura 22**).



Figura 22. Engrasado de las piezas que conforman el recipiente.

5) Una vez que el estándar es adherido al tapón por medio de algún adhesivo comercial de secado rápido (**figura 23**), se procede al ensamblaje de las piezas (**figuras 24 a figura 26**). Cabe mencionar que la calidad del recipiente es tal que no requiere emplear silicón para evitar derrames del material.



Figura 23. Adherencia del estándar al tapón de PVC.



Figura 24. Colocación del niple al tapón.



Figura 25. Ensamble del tramo de tubería al niple y tapón.



Figura 26. Recipiente utilizado para la elaboración de los moldes.

6) La relación de las componentes A y B del poliuretano es de 1:1 en peso, los cuales son mezclados durante un lapso de 5 minutos y después son vertidos dentro del recipiente, el cual ya tiene el estándar adherido a su fondo.

7) El material permanece en reposo dentro del recipiente por un lapso de 48 horas para permitir que el curado y una vez transcurrido se extrae el molde (**figura 27**).



Figura 27. Extracción del molde.

8) La recuperación del estándar se logra realizando un corte en el sentido longitudinal del molde mediante un bisturí (**figura 28**).



Figura 28. Corte longitudinal del molde para la extracción del estándar.

9) Se seleccionaron dos tipos de adhesivos comerciales D609 y el E20HP.

10) La resina que conforma el adhesivo bicomponente es extraída de su envase y se le adiciona 1% en peso de inhibidor de aire. El peso del material se realiza por medio de una balanza analítica. La resina y el inhibidor son mezclados durante 5 minutos con una espátula y después son colocados de nuevamente dentro del cartucho, permaneciendo en reposo por un lapso de 48 horas para permitir que la mayor cantidad de aire atrapado durante el proceso de mezclado se elimine (**figuras 29 y 30**).



Figura 29. Extracción de la resina del cartucho de adhesivo.



Figura 30. Adición del inhibidor de aire a la resina.

11) El cartucho de adhesivo es sellado con su respectiva tapa y se ensambla un mezclador en el extremo del cartucho. Finalmente el envase del adhesivo es introducido dentro de una pistola empleada para facilitar la aplicación del material (**figuras 31 y 32**).



Figura 31. Ensamblaje del mezclador al cartucho de adhesivo.



Figura 32. Colocación del cartucho de adhesivo en la pistola

12) Los moldes son cubiertos en su interior con desmoldante y se dejan transcurrir 15 minutos para que este último seque por completo (figura 33).



Figura 33. A la izquierda aparece el desmoldante empleado y a la derecha los moldes en su proceso de secado dentro de la campana una vez aplicado el desmoldante.

13) Para la producción de probetas con diámetros mayores a 0.25 in, el molde se coloca sobre una tapadera y se adhiere con silicón para evitar fugas. Posteriormente el adhesivo es inyectado dentro del molde, para lo cual se recomienda que el molde se coloque en posición horizontal, con el fin de lograr una mejor calidad en las probetas que se pretenden obtener.

14) Para diámetros menores o iguales a 0.25 in, el adhesivo se inyecta hasta que el material comienza a fluir por el lado opuesto del molde, después este se coloca sobre un niple que ha sido cubierto con manta, para hacer mas eficiente la inyección del material. Este procedimiento en particular permite reducir en gran manera, la mala inyección asociada con la viscosidad del material y el diámetro en la parte central de la probeta.

15) Para lograr un mejor acomodo del material confinado dentro del molde, éste se levanta verticalmente hasta una altura aproximada de 5 cm y se deja caer, golpeándolo sobre una superficie rígida. Este procedimiento se repite 100 veces para diámetros menores o iguales 0.25 in y 50 veces para diámetros mayores.

16) El material es colocado dentro de una cámara de vacío (**figuras 34 y 35**), siguiendo las indicaciones señaladas en la **tabla 4**.

Adhesivo	Vacío (KPa)		Tiempo (min)
	Diámetros mayores a 0.25 in	Diámetros menores o iguales a 0.25 in	
E20HP	-40	-60	10
D609	-40	-60	6

Tabla 4. Condiciones del vacío



Figura 34. Cámara de vacío.



Figura 35. Muestras dentro de la cámara de vacío.

17) Después de 24 hrs las probetas son retiradas del molde, abriendo este último por el corte que sirvió para rescatar el estándar (las probetas se muestran en la **figura 37**).

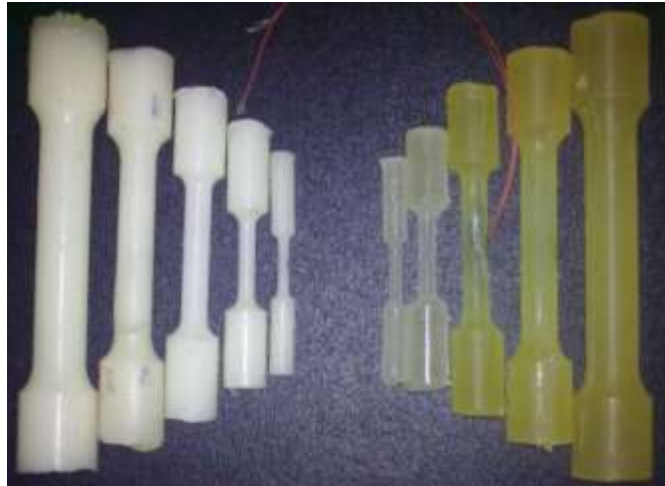


Figura 37. A la derecha aparecen las probetas para el D609 y a la izquierda las correspondientes al E20HP.

- 18) Como paso final se colocaron galgas a las probetas para medir el efecto de las cargas aplicadas (**figuras 38 y 39**). Cabe mencionar que las galgas para la carga axial se colocaron a 45 grados del eje longitudinal de la probeta para las pruebas de torsión acompañada o no de carga axial, en tanto que para la carga axial se colocaron a 0 y 90 grados del mismo eje para medir la deformación axial y transversal.

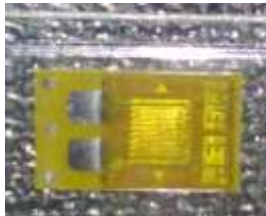


Figura 38. Galga empleada para medir micro deformaciones

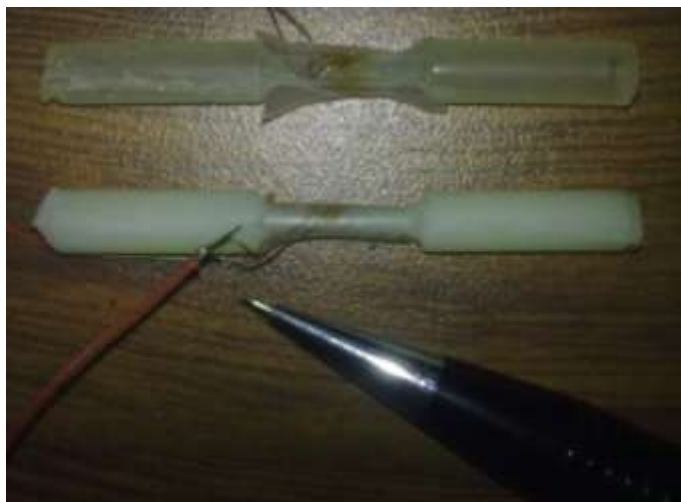


Figura 39. Galgas colocadas a las probetas antes de la prueba mecánica. Nótese el diminuto tamaño de la galga utilizada para las probetas de 0.113 in de diámetro.

2. EXPERIMENTACIÓN

Consistió en la efectuar pruebas de carga axial y torsión, con la el fin de caracterizar las propiedades mecánicas y cuantificar las deformaciones plásticas. Para el desarrollo de la parte experimental se empleó un equipo Instron con capacidad de carga axial de 5 toneladas, así como una maquina de la misma marca para pruebas de torsión con un torque máximo de 220 N-m (figuras 40 a 42).



Figura 40. En la imagen de la izquierda se muestra la maquina Instron para pruebas de carga axial, en tanto que en la derecha aparece la maquina para pruebas de torsión.



Figura 41. Probeta sometida a una prueba de carga axial



Figura 42. Ensayo de torsión.

VI. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La programación se llevó a cabo en MATLAB versión 6 y la justificación de los resultados se realizó mediante COMSOL 3.3. La escritura del algoritmo se muestra en el anexo 1 y los datos de entrada aparecen en la tabla 3

Variable	Simbología	Valor
Radio	R	4.265 mm
Longitud	L	5 mm
Módulo de elasticidad	E	800 MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.33
Deformación longitudinal	h	1.598×10^{-3}
Número de puntos del mallado	N	30
Tolerancia	Tol	1×10^{-6}
Razón de la serie geométrica	razon	0.9
Posición final del frente de plasticidad	posfrentefinal	2.02 mm
Criterio de plasticidad	F	$F = \sigma^{eq} - K$ <p>Donde :</p> $\sigma^{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\overset{=D}{\sigma} : \overset{=D}{\sigma} \right)}$ $K = 20MPa$

Tabla 3. Datos considerados para la validación

La figura 7a ilustra el mallado de la sección transversal de la barra propuesto en el algoritmo. La circunferencia en color rojo indica la posición final del frente de plasticidad ubicado a una distancia $r_0 = 2.02$ mm del centro. El mallado empleado en COMSOL se aprecia en la figura 7b.

La condición de frontera impuesta sobre σ_{rr} en $r=R$ exige que su valor sea nulo ya que se trata de un borde libre de esfuerzos (figura 8). El punto en color rojo corresponde al frente de plasticidad.

En la figura 9a se muestra el esfuerzo σ_{yz} calculado a partir del algoritmo propuesto, en tanto la grafica 9b el resultado obtenido del COMSOL. En ambos casos la magnitud del esfuerzo en cuestión es la misma.

Debido a que el criterio de plasticidad empleado es del tipo Von-Mises no debe existir cambios de volumen, es decir, la sumatoria de las deformaciones totales principales y en consecuencia las deformaciones plásticas principales deben ser nulas (figura 10). Los resultados oscilan entre 2×10^{-18} y -3×10^{-18} los cuales prácticamente son cero.

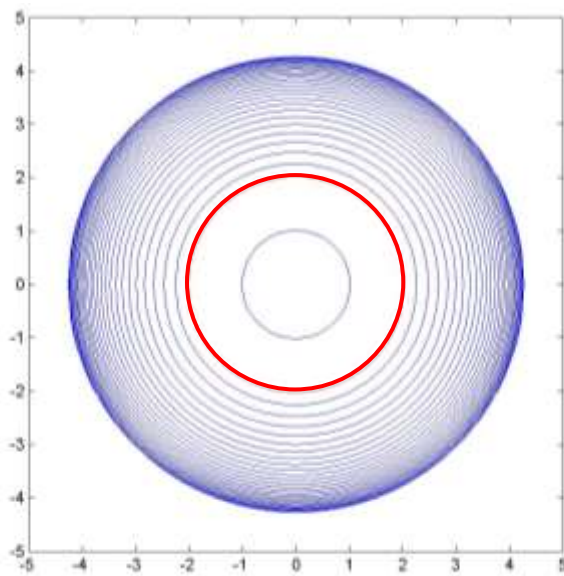


Figura 7a. Mallado de la sección transversal de la barra utilizada en el algoritmo

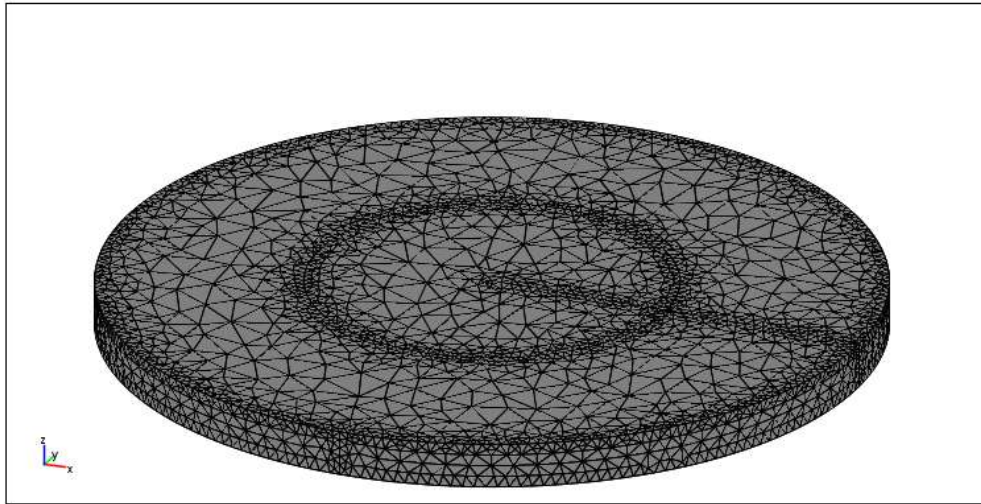


Figura 7b. Mallado empleado para la solución en el COMSOL

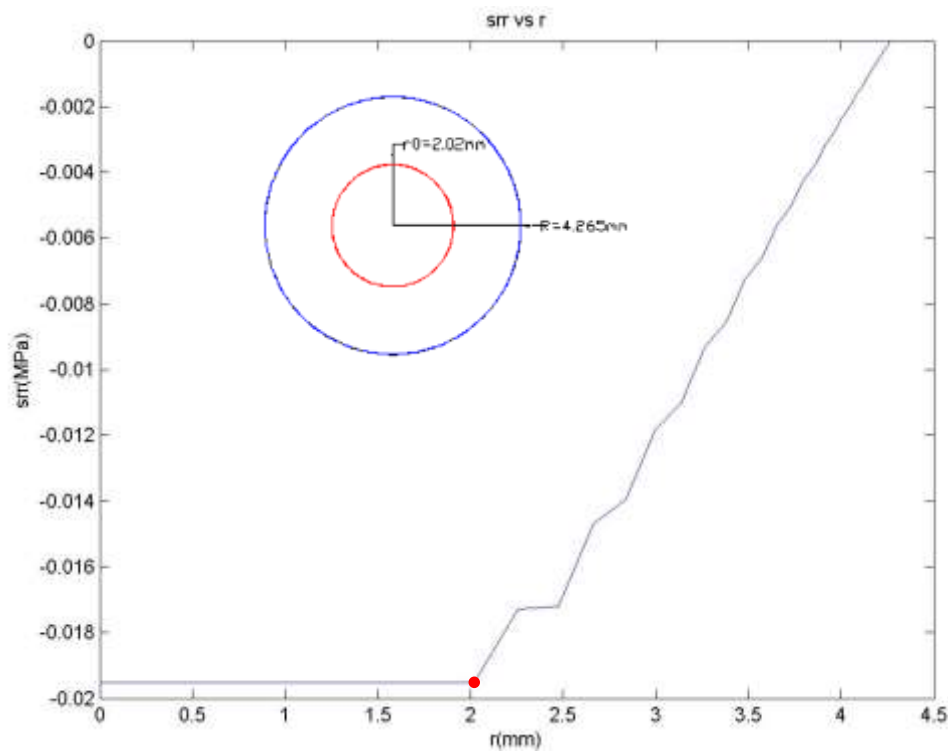


Figura 8. Distribución teórica del esfuerzo σ_{rr} en la sección transversal

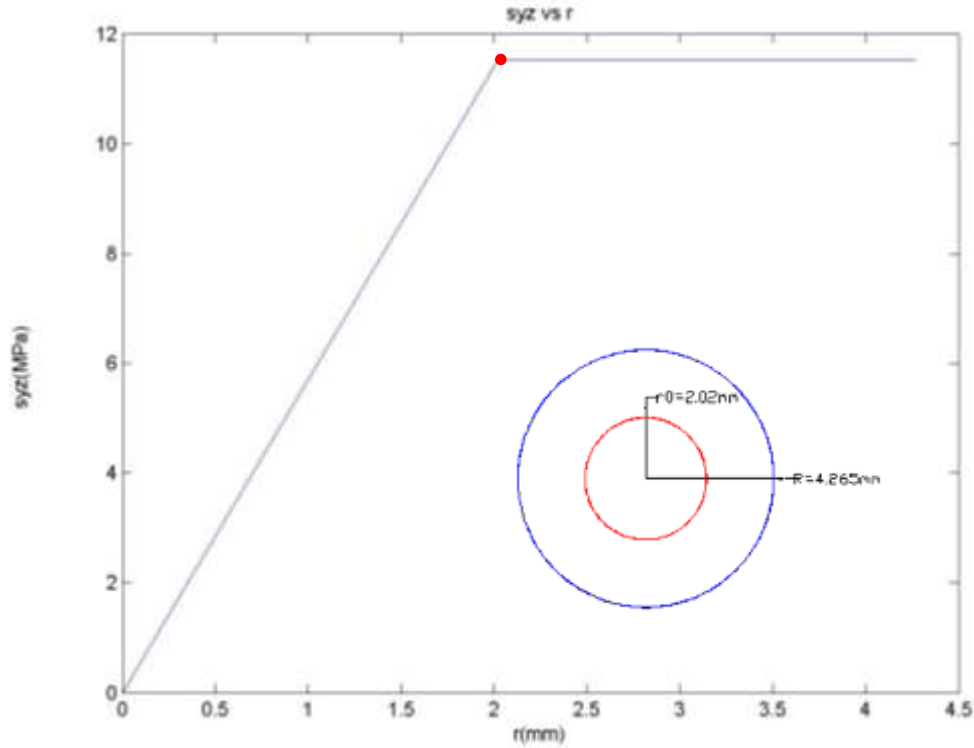


Figura 9a. Distribución teórica del esfuerzo σ_{yz} en la sección transversal

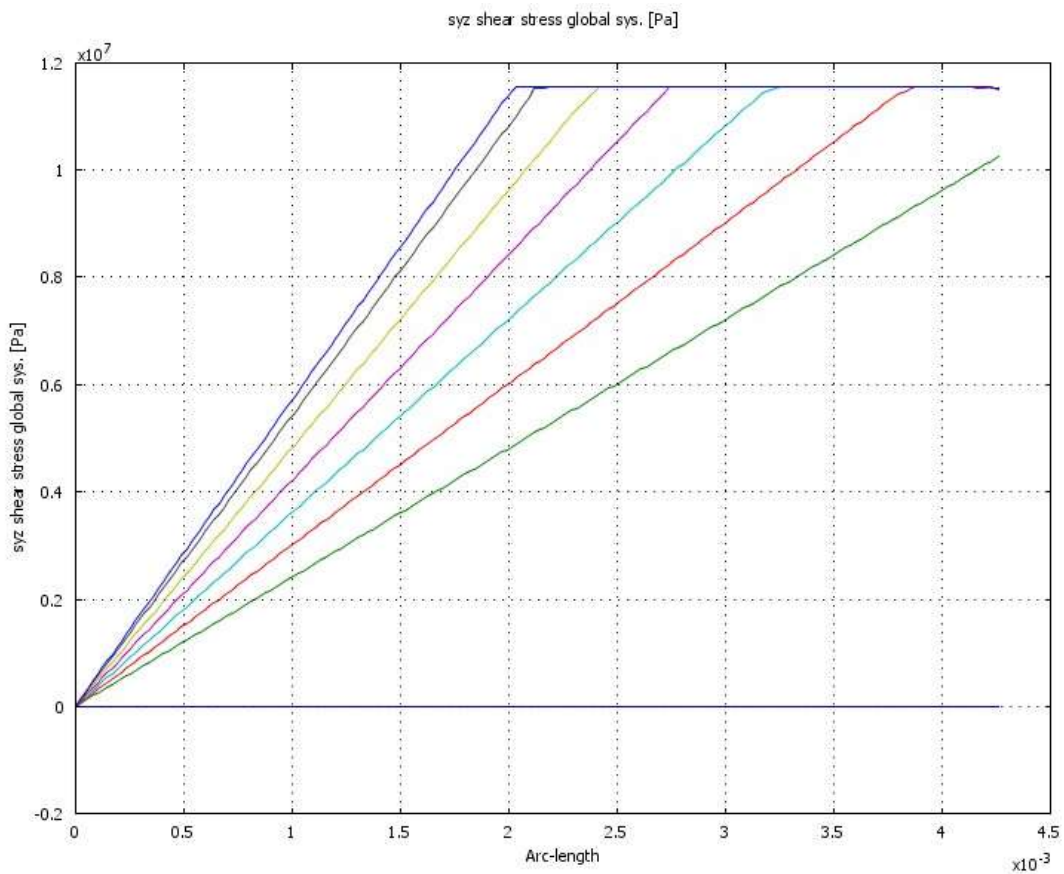


Figura 9b. Distribución teórica del esfuerzo σ_{yz} obtenida con COMSOL

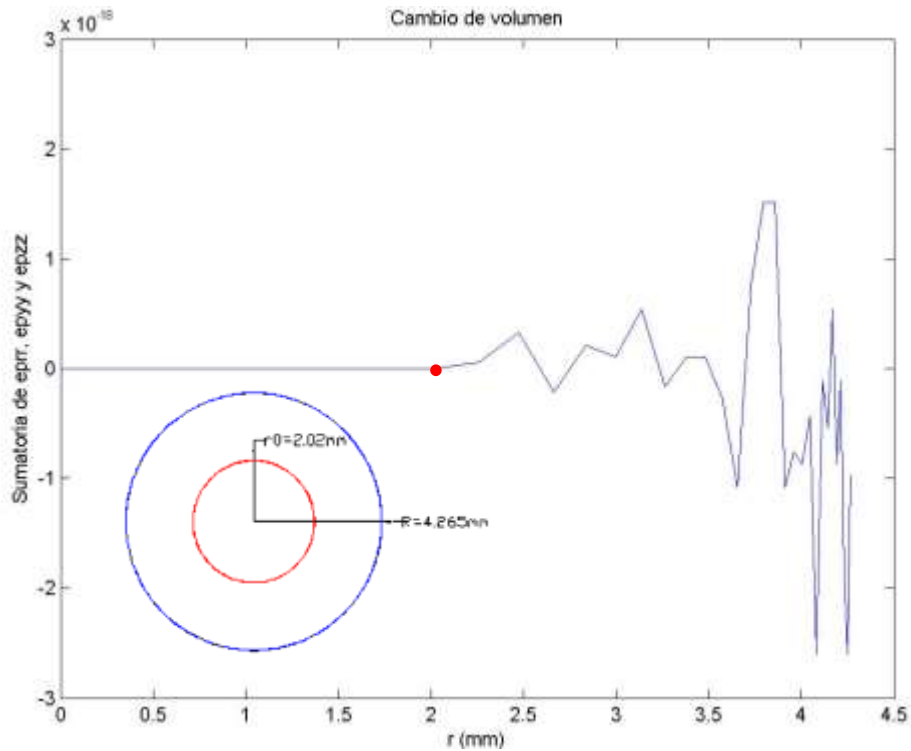


Figura 10. Sumatoria de las deformaciones plásticas principales.

El tiempo empleado para cada iteración se muestra en la figura 18, con un tiempo de cómputo total de 1 minuto 45 segundos, que en comparación con COMSOL es aproximadamente unas 100 veces más rápido.

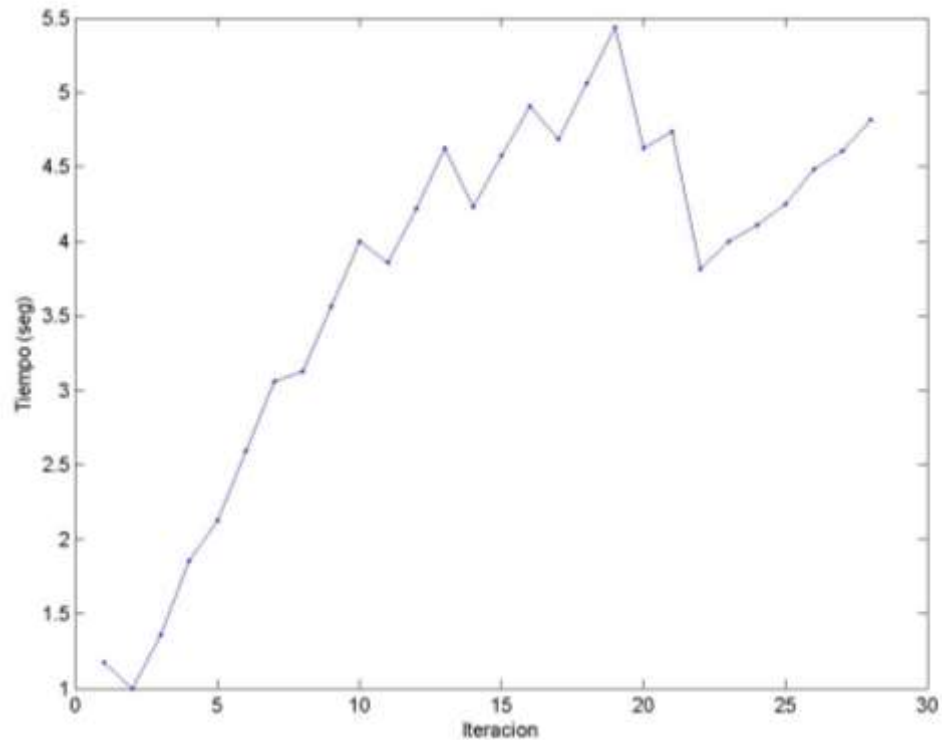


Figura 18. Tiempo empleado en cada iteracion

3. MODELO MATEMÁTICO CONSIDERANDO ÚNICAMENTE CARGA AXIAL

VI.I. COMPORTAMIENTO PLÁSTICO

Bajo esta configuración de carga, el desplazamiento angular es nulo, por lo que el campo de desplazamiento y el tensor de deformaciones totales se pueden obtener haciendo $b=0$ en las ecuaciones **E1.1** y **E1.3**:

$$\underline{U} = [a \cdot r \quad 0 \quad c \cdot z]^t$$

(Ecuación E3.1)

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

(Ecuación E3.2)

en donde a y c son nuevamente constantes a determinar.

Las componentes del tensor de esfuerzos se encuentran relacionadas con las propias del tensor de deformación elástica, de la manera siguiente:

$$\sigma_{rr}^* = \alpha \cdot (a - \varepsilon_{rr}^p) + \beta \cdot \{2a + c - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p)\} \quad \text{(Ecuación)}$$

E3.3)

$$\sigma_{\theta\theta}^* = \alpha \cdot (a - \varepsilon_{\theta\theta}^p) + \beta \cdot \{2a + c - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p)\} \quad \text{(Ecuación)}$$

E3.4)

$$\sigma_{zz}^* = \alpha \cdot (c - \varepsilon_{zz}^p) + \beta \cdot \{2a + c - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p)\} \quad \text{(Ecuación)}$$

E3.5)

Nuevamente la región definida por $\Gamma_2 = \{P(r, \theta, z); r = R, 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 < z < L\}$, constituye un borde libre de esfuerzos de modo que:

$$\underline{T}(\underline{\underline{\sigma}}^*, \Gamma_2, \underline{n} = \underline{e}_r) = \underline{0}$$

O bien

$$E \begin{bmatrix} \sigma_{rr}^* & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta}^* & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^t = \underline{0}$$

De la operación anterior resulta $\sigma_{rr}^* = 0$ y en consecuencia:

$$\alpha \cdot (a - \varepsilon_{rr}^p) + \beta \cdot \{2a + c - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p)\} = 0 \quad \text{(Ecuación)}$$

E3.6)

En $z=0$ se encuentra actuando \underline{P} , por lo tanto:

$$\int_{\Gamma_3} \underline{T}(\underline{\underline{\sigma}}^*, \Gamma_3, \underline{n} = \underline{e}_z) \cdot dA = P(\xi) \cdot \underline{e}_z$$

que en forma matricial queda expresada como

$$\int_{\Gamma_3} E \begin{bmatrix} \sigma_{rr}^* & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta}^* & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^t dA = \underline{P} \quad \text{(Ecuación)}$$

E3.7)

Integrando **E3.7** y despejando el valor de σ_{zz}^*

$$\sigma_{zz}^* = \frac{P}{EA}$$

(Ecuación E3.8)

Aplicando la ecuación de equilibrio local y ya que las fuerzas de volumen son despreciables se concluye que:

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = E \begin{bmatrix} \frac{1}{r}(-\alpha \cdot \varepsilon_{rr}^p + \alpha \cdot \varepsilon_{\theta\theta}^p) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{0}$$

Entonces resulta que

$$\varepsilon_{rr}^p = \varepsilon_{\theta\theta}^p$$

(Ecuación E3.9)

y en consecuencia

$$\sigma_{\theta\theta}^* = 0$$

(Ecuación E3.10)

Empleando **E3.6** y **E3.5**, es posible determinar los valores de ε_{rr}^p , ε_{zz}^p y $\varepsilon_{\theta\theta}^p$ como sigue:

Reagrupando términos

$$(\alpha + 2\beta)\varepsilon_{rr}^p + \beta\varepsilon_{zz}^p = \alpha \cdot a + \beta(2a + c)$$

$$2\beta \cdot \varepsilon_{rr}^p + (\alpha + \beta)\varepsilon_{zz}^p = \alpha \cdot c + \beta(2a + c) - \sigma_{zz}^*$$

Multiplicando la primera ecuación por -2β y la segunda por $\alpha + 2\beta$

$$-2\beta(\alpha + 2\beta)\varepsilon_{rr}^p - 2\beta^2\varepsilon_{zz}^p = -2\beta[\alpha \cdot a + \beta(2a + c)]$$

$$2\beta(\alpha + 2\beta)\varepsilon_{rr}^p + (\alpha + 2\beta)(\alpha + \beta)\varepsilon_{zz}^p = (\alpha + 2\beta)[\alpha \cdot c + \beta(2a + c) - \sigma_{zz}^*]$$

Sumando ambas expresiones y despejando ε_{zz}^p

$$\varepsilon_{zz}^p = c - \sigma_{zz}^*$$

(Ecuación E3.11)

Por lo tanto el valor de ε_{rr}^p queda

$$\varepsilon_{rr}^p = \frac{\beta}{\alpha(\alpha + 2\beta)} \sigma_{zz}^* + a$$

(Ecuación E3.12)

Considerando que la función criterio de plasticidad es del tipo Drucker-Prager, F se define de la manera siguiente:

$$F = \alpha^* \text{tr}(\bar{\bar{\sigma}}) + \sqrt{\frac{3}{2} \left(\bar{\bar{\sigma}}^D : \bar{\bar{\sigma}}^D \right)} - K \quad \text{(Ecuación E3.13)}$$

E3.13)

donde α^* y K son propiedades del material.

Expresando la función criterio F en términos de σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ y σ_{zz}

$$F = \alpha^* \text{tr}(\bar{\bar{\sigma}}) + \sqrt{\frac{3}{2} \left[\left(\sigma_{rr} - \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\bar{\sigma}}) \right)^2 + \left(\sigma_{\theta\theta} - \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\bar{\sigma}}) \right)^2 + \left(\sigma_{zz} - \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\bar{\sigma}}) \right)^2 \right]} - K$$

$$F = \alpha^* (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) + \sqrt{\frac{3}{2} \left[\left(\frac{2}{3} \sigma_{rr} - \frac{1}{3} (\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \sigma_{\theta\theta} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{zz}) \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \sigma_{zz} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) \right)^2 \right]} - K$$

(Ecuación E3.14)

Al evaluar la ley normal de flujo considerando **E3.14** se concluye:

$$d\varepsilon_{rr}^p = d\varepsilon_{\theta\theta}^p = \left[\alpha^* + \frac{\frac{3}{4} \left\{ \frac{4}{3} \left(\frac{2}{3} \sigma_{rr} - \frac{1}{3} (\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} \sigma_{\theta\theta} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{zz}) \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} \sigma_{zz} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) \right) \right\}}{\sqrt{\frac{3}{2} \left[\left(\frac{2}{3} \sigma_{rr} - \frac{1}{3} (\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \sigma_{\theta\theta} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{zz}) \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \sigma_{zz} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) \right)^2 \right]}} \right] d\lambda$$

(Ecuación E3.15)

$$d\varepsilon_{zz}^p = E \left[\alpha^* + \frac{3 \left\{ -\frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} \sigma_{rr} - \frac{1}{3} (\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} \sigma_{\theta\theta} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{zz}) \right) + \frac{4}{3} \left(\frac{2}{3} \sigma_{zz} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) \right) \right\}}{\sqrt{\frac{3}{2} \left[\left(\frac{2}{3} \sigma_{rr} - \frac{1}{3} (\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \sigma_{\theta\theta} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{zz}) \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \sigma_{zz} - \frac{1}{3} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) \right)^2 \right]}} \right] d\lambda$$

(Ecuación E3.16)

No obstante $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{rr} = 0$ en **E3.15** y **E3.16**:

$$d\varepsilon_{\theta\theta}^p = d\varepsilon_{rr}^p = \left(\alpha^* - \frac{1}{2} \right) d\lambda \quad \text{(Ecuación E3.17)}$$

E3.17)

$$d\varepsilon_{zz}^p = (\alpha^* + 1) d\lambda$$

(Ecuación E3.18)

La integración de **E3.17** y **E3.18** conduce a:

$$\varepsilon_{\theta\theta}^p = \varepsilon_{rr}^p = \left(\alpha^* - \frac{1}{2} \right) \lambda$$

(Ecuación E3.19)

$$\varepsilon_{zz}^p = (\alpha^* + 1) \lambda$$

(Ecuación E3.20)

Nótese que las constantes de integración para las dos relaciones anteriores son igual a cero, ya que como valor inicial $\varepsilon_{ij}^p = 0$ para $\lambda = 0$.

Realizando el cociente de **E3.19** y **E3.20**, se puede eliminar λ de modo que:

$$\frac{\varepsilon_{rr}^p}{\varepsilon_{zz}^p} = \frac{\left(\alpha^* - \frac{1}{2} \right)}{(\alpha^* + 1)}$$

(Ecuación E3.21)

Sin embargo el valor de la relación de las deformaciones plásticas en **E3.21** debe tener una similitud con el valor el cociente de Poisson ν , por lo que se puede emplear este valor como una aproximación. Entonces el valor de α^* queda como:

$$\alpha^* = \frac{1}{1-\nu} + \frac{\nu}{2}$$

(Ecuación E3.22)

Por lo tanto el valor de λ queda de la manera siguiente:

$$\lambda = \frac{\varepsilon_{zz}^p}{(\alpha^* + 1)}$$

(Ecuación E3.23)

Adicionalmente **E3.13** se verifica si y solo si $F=0$, entonces:

$$E(\alpha^* + 1) \cdot \sigma_{rr}^* - K = 0$$

Entonces

$$K = E(\alpha^* + 1) \cdot \sigma_{rr}^*$$

(Ecuación E3.24)

Cabe mencionar que el valor de K , puede o no ser una función de la plasticidad, esto para considerar diferentes comportamientos de los materiales.

A manera resumida las ecuaciones a resolver son las siguientes:

$$\sigma_{zz}^* = \frac{P}{EA}$$

$$\varepsilon_{zz}^e = \sigma_{zz}^*$$

$$\varepsilon_{zz}^p = \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{zz}^e$$

$$\varepsilon_{rr}^p = \frac{\beta}{\alpha^2 + 3\alpha\beta} \sigma_{zz}^* + a$$

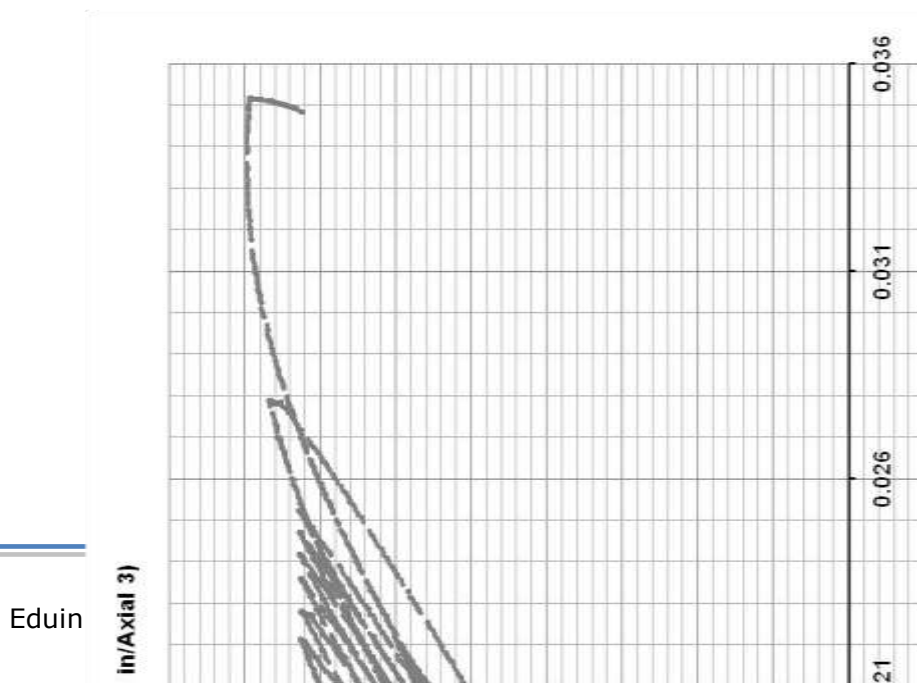
$$K = E(\alpha^* + 1) \cdot \sigma_{rr}^*$$

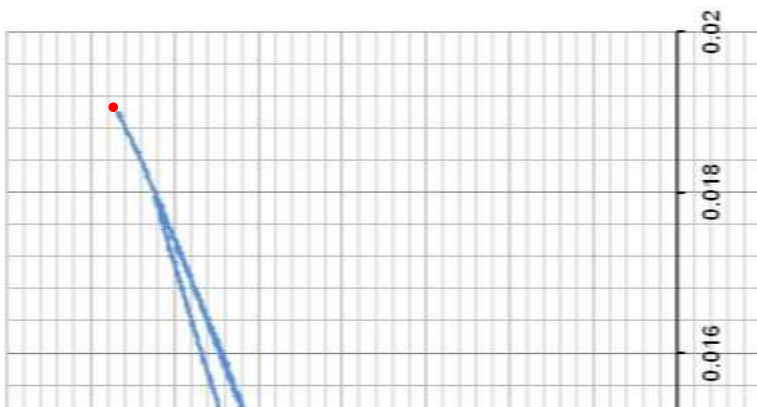
$$\lambda = \frac{\varepsilon_{zz}^p}{(\alpha^* + 1)}$$

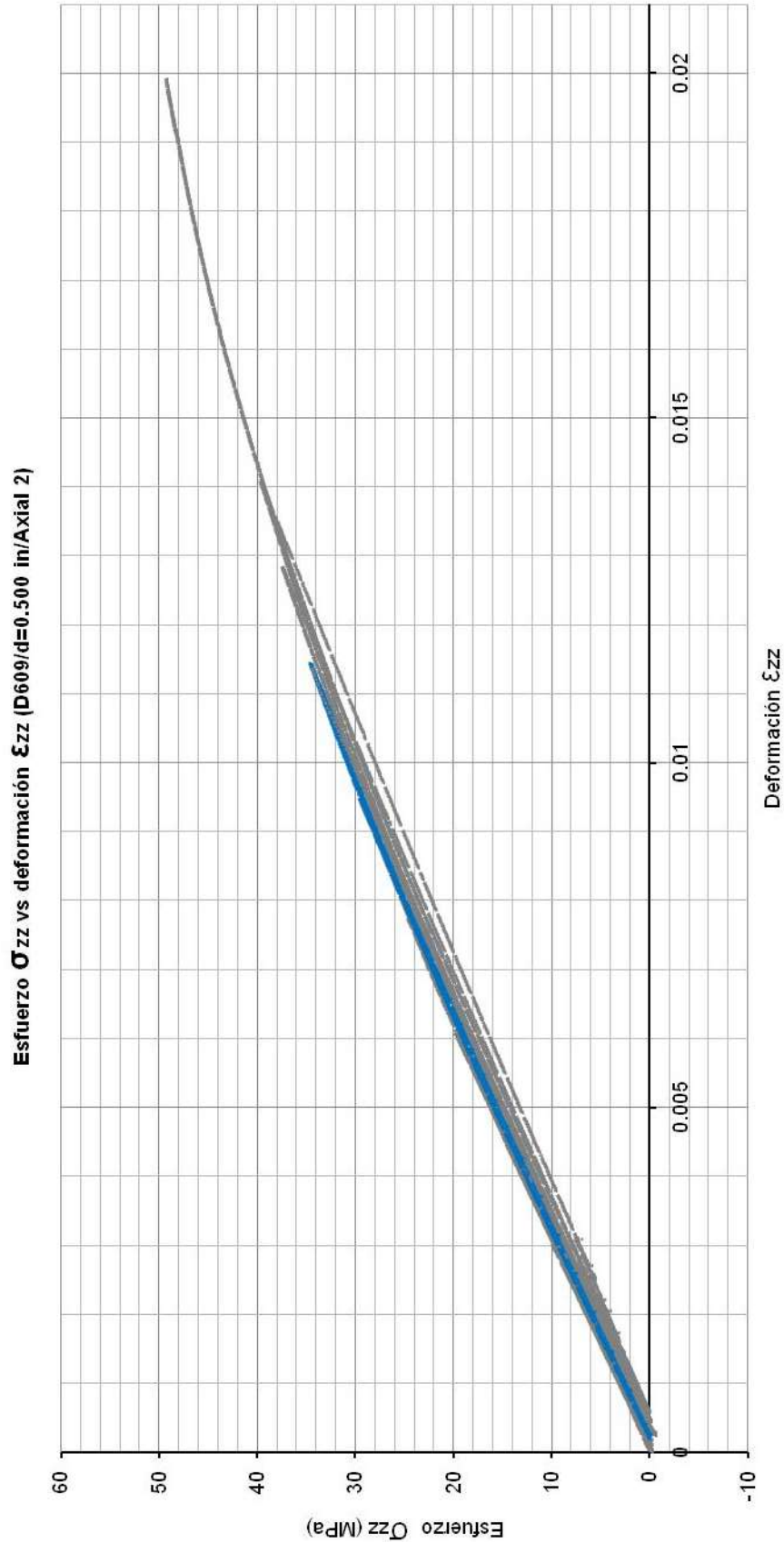
$$\alpha^* = \frac{1}{1-\nu} + \frac{\nu}{2}$$

VIII.I. RESPUESTA MECÁNICA DE LOS ADHESIVOS A LA MAGNITUD Y VELOCIDAD DE CARGA.

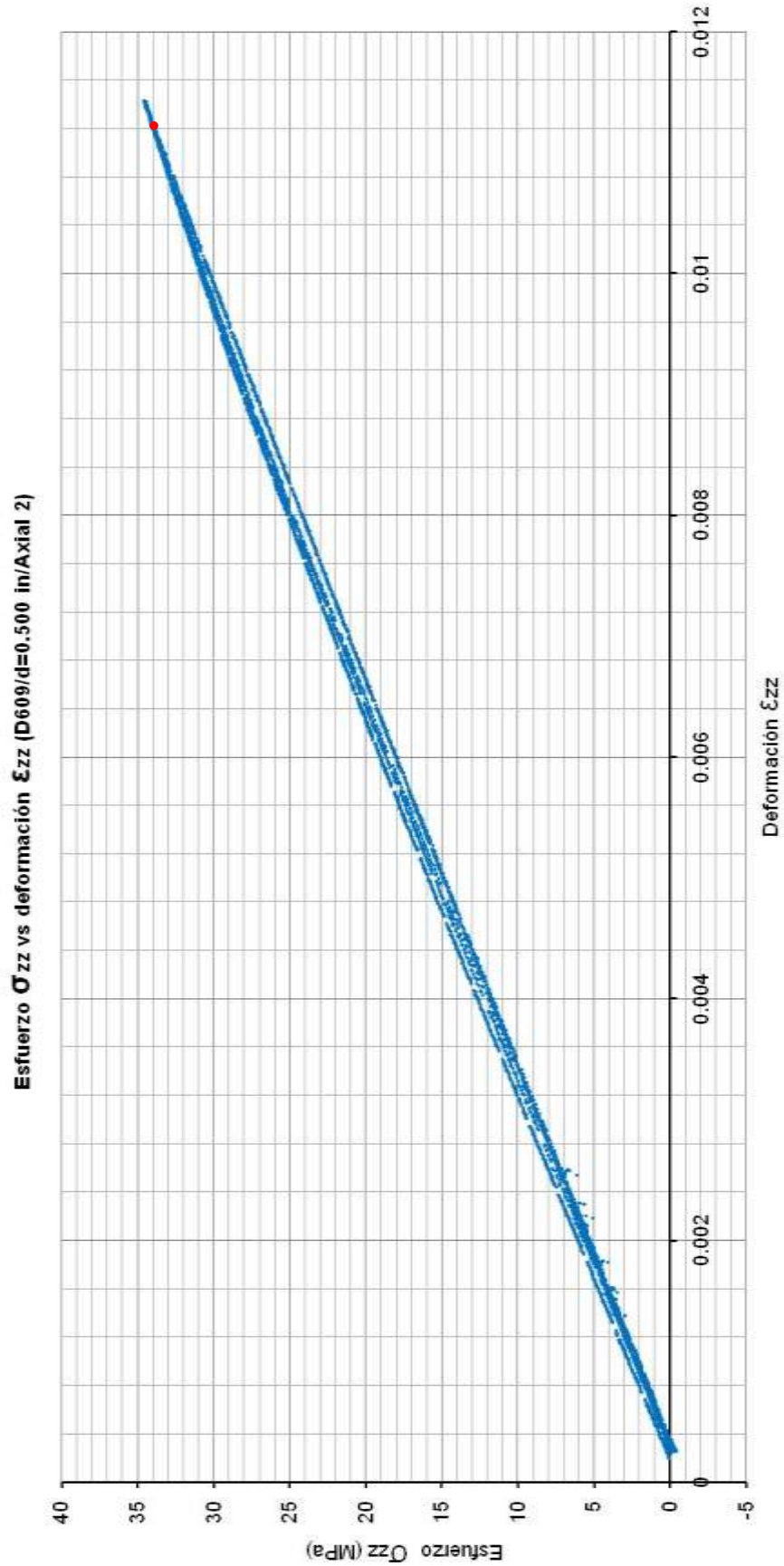
Con el propósito de establecer si el fenómeno corresponde al tipo viscoso, es decir depende de la velocidad con que la carga es impuesta, se llevo a cabo un ciclo de histéresis en una prueba de carga axial. El ciclo de histéresis comprendió tres ciclos de cargas y descargas a velocidades de deformación de 4, 8 y 12 mm/seg, respectivamente. Los resultados para los materiales E20HP y D609 se muestran en las gráficas 1 y 2, en donde el ciclo de histéresis en cada una de ellas se indica en color azul, en tanto las gráficas 1a y 2a son una ampliación del mismo y el punto en color rojo representa el esfuerzo máximo de referencia.







Gráfica 2. Prueba de carga axial para el adhesivo D609 (Diámetro de la probeta 0.500 in).



Gráfica 2a. Ciclo de histéresis para el adhesivo D609 (Diámetro de la probeta 0.500 in).

Gage de la probeta(in)		2	1.4	1	0.64	0.45
Velocidad (mm/seg)		0.508	0.3556	0.254	0.16256	0.1143
Diámetro (in)		0.5	0.35	0.25	0.16	0.113
Paso de carga	Esfuerzo (kg/m²)	Fuerza (kg)				
1	1.50	190	93.10	47.50	19.46	9.70
2	2.50	317	155.33	79.25	32.46	16.19
3	3.50	444	217.56	111.00	45.47	22.68
4	4.01	508	248.92	127.00	52.02	25.95

Tabla 5. Cargas aplicadas durante los ensayos.

Otra característica importancia se puede obtener a partir de graficar la parte lineal de la curva esfuerzo-deformación para cada una cargas efectuadas y comparando su modulo de elasticidad (graficas 2 y3). Es evidente que el modulo de elasticidad decae conforme la deformación aumenta. Al comparar la primera y la última lectura de el módulo de elasticidad para cada uno de los adhesivos empleados se encuentra que para el caso del E20HP existe una variación de aproximadamente 117 MPa en comparación de tan solo 19 MPa del D609 (gráficas 3 y 4). Éste fenómeno recibe el nombre de degradación y se debe a grietas que se propagan internamente en el material creando una distribución compleja de esfuerzos y deformaciones.

VIII.I. CARGA AXIAL

La propiedades mecánicas que más comúnmente se obtienen por medio de la realización de pruebas de éste tipo son el módulo de elasticidad E y el coeficiente de Poisson. Las graficas 5 a 8 muestran los resultados típicos obtenidos para cada uno de los materiales y los valores aproximados se encuentran de forma resumida en la tabla 6. Cabe destacar que las probetas con diámetro de 0.0160 in y 0.250 in no pudieron ensayarse a tensión debido a que no se contaba con las mordazas adecuadas para sujetar correctamente las muestras.

Propiedad mecánica	Adhesivo	
	E20HP	D609
Modulo de elasticidad (E)	2300 a 2400 MPa	3200 a 3300 MPa
Coeficiente de Poisson (v)	0.38 a 0.40	0.36 a 0.39

Tabla 6. Resumen de las propiedades mecánicas

Dado los valores de ν , ambos polímeros se pueden clasificar como polímeros semicristalinos, ya que ν oscila entre 0.3 a 0.4.

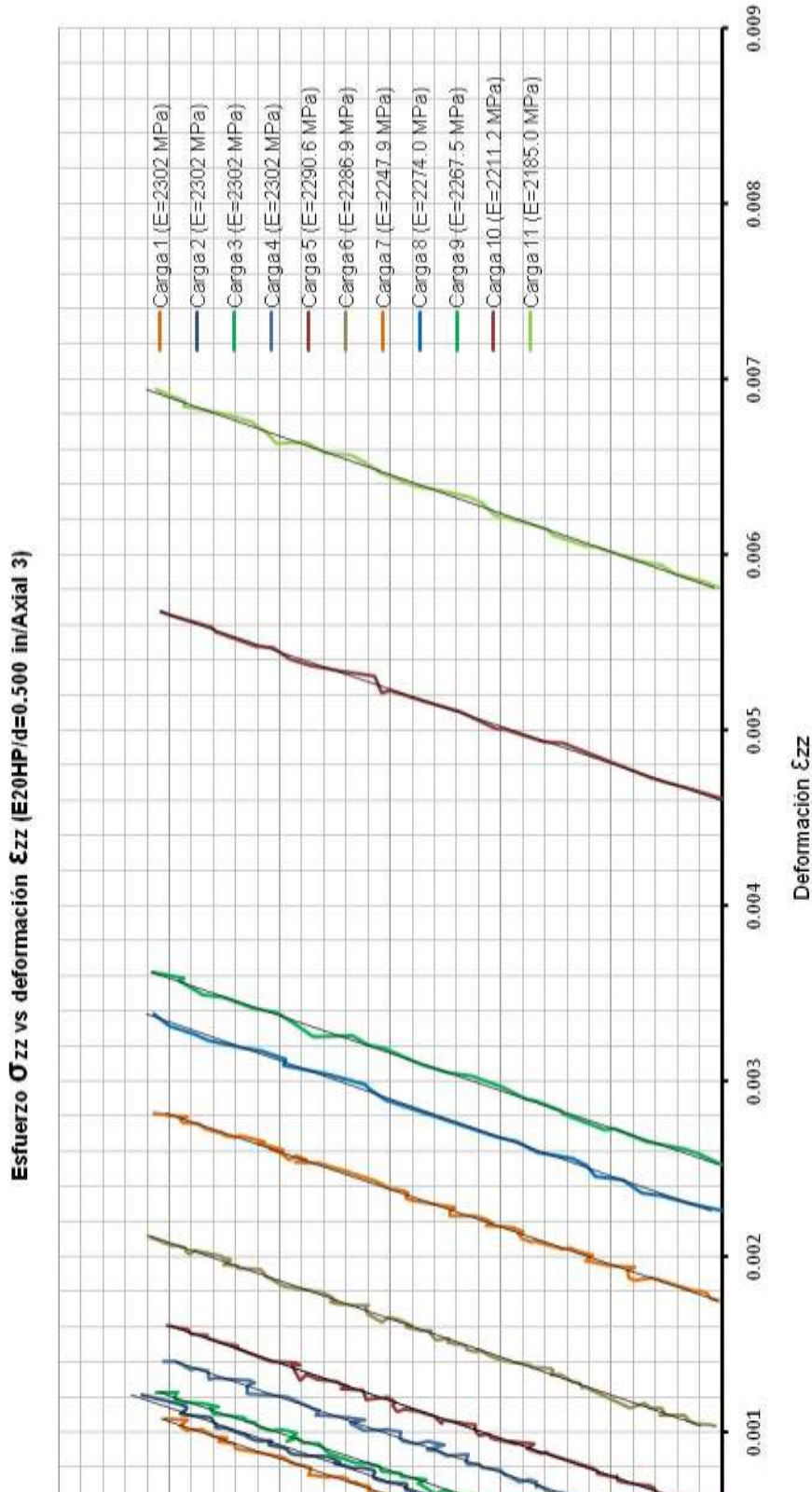
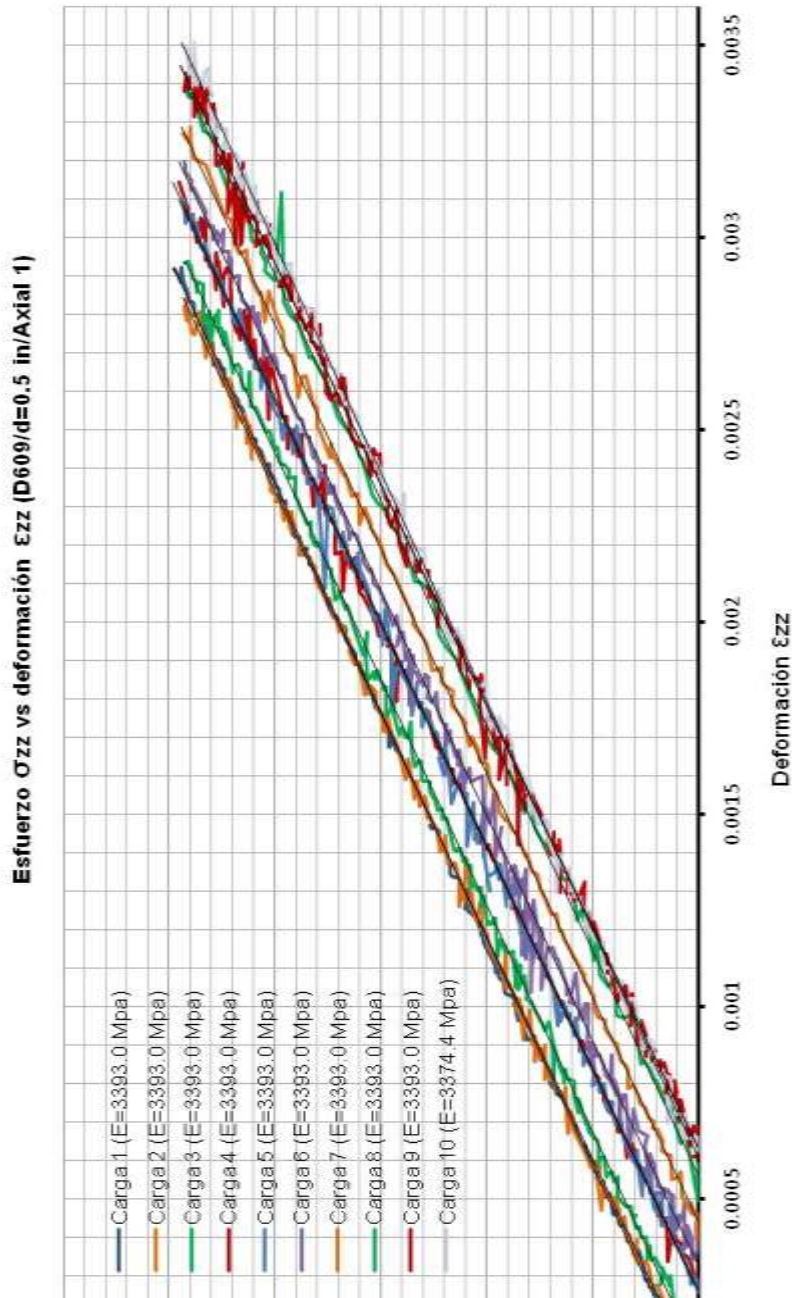
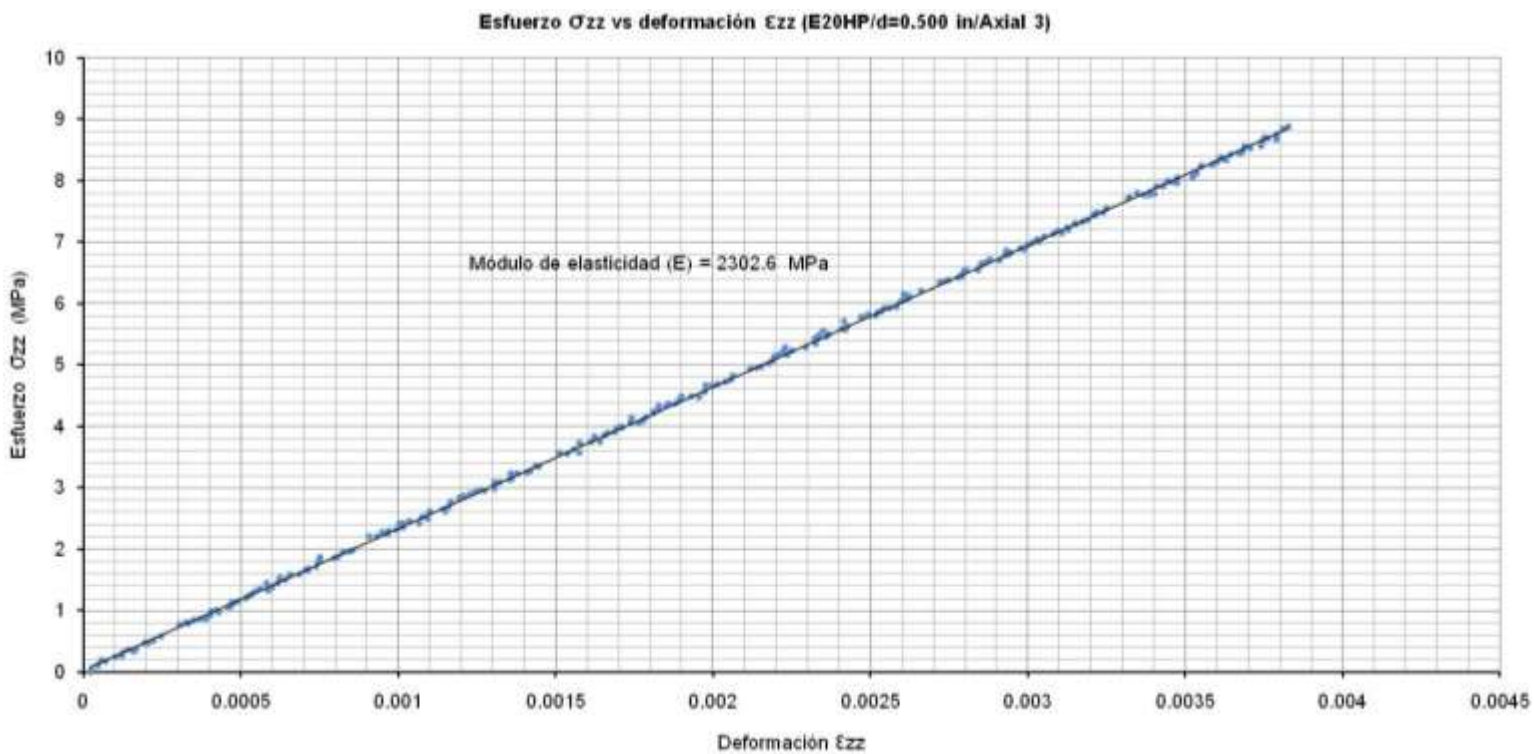


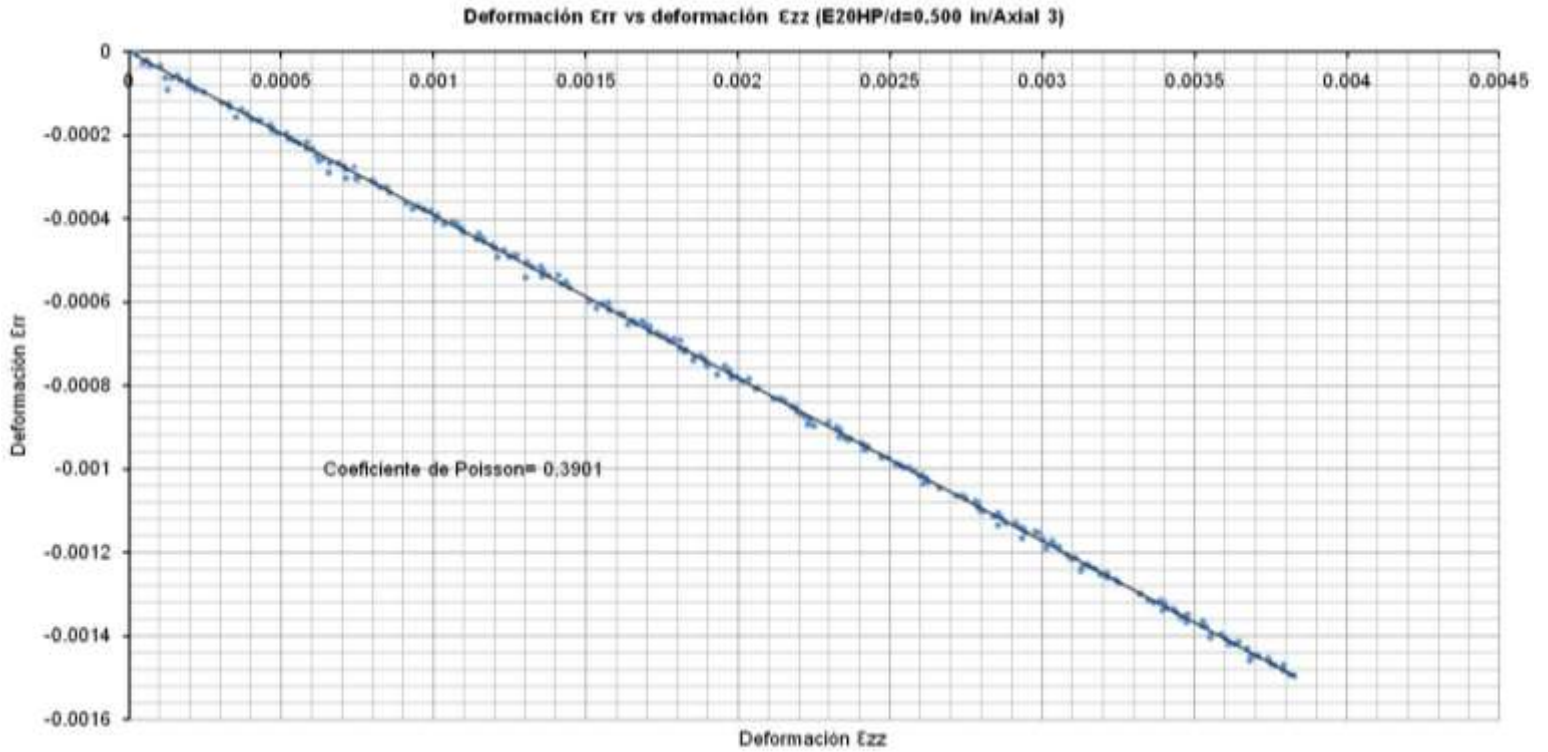
Figura 3. Cambio del módulo de elasticidad durante el transcurso de la prueba del adhesivo E20HP (Diámetro de la probeta 0.5 in).



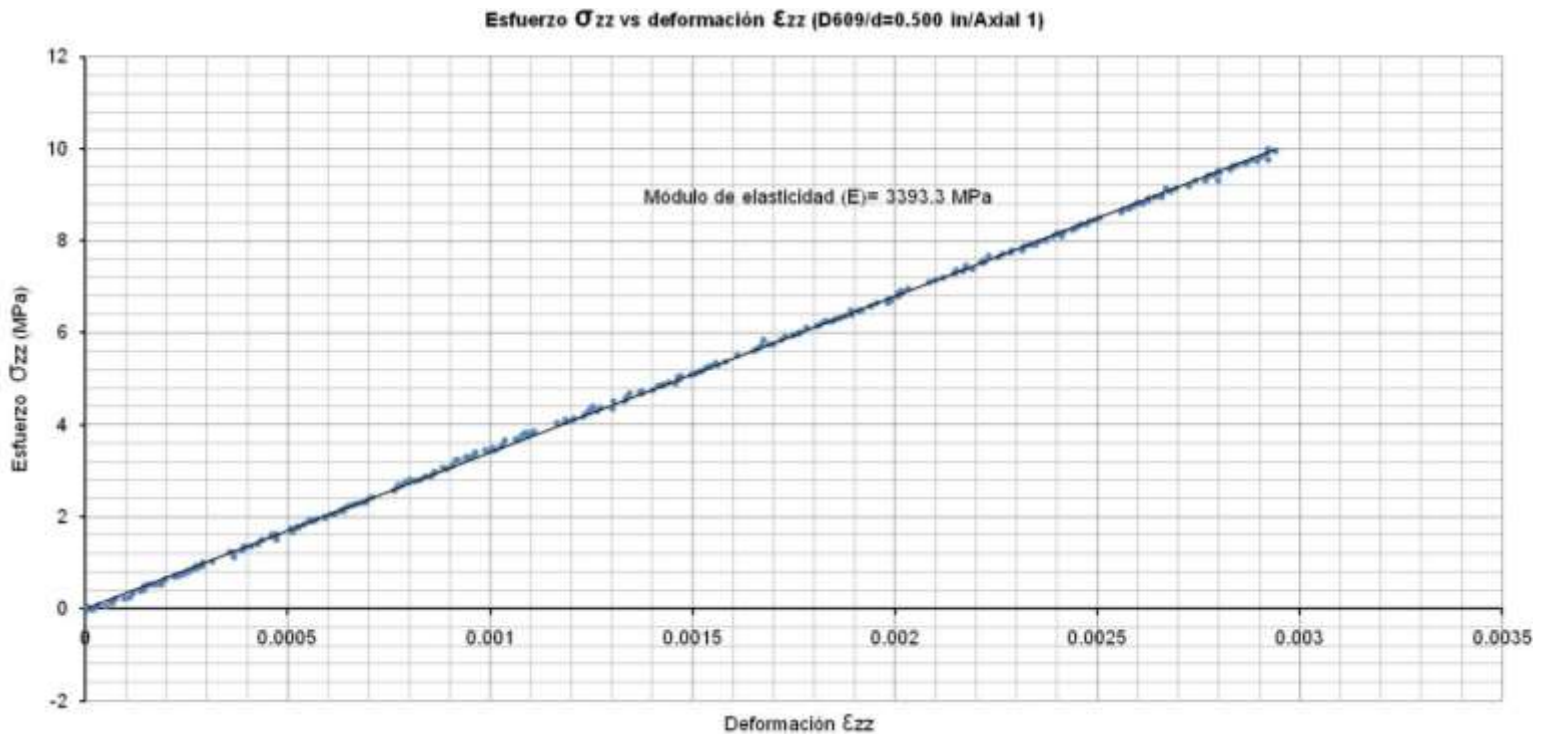
Gráfica 4. Cambio del módulo de elasticidad durante el transcurso de la prueba del adhesivo D609 (diámetro de la probeta 0.5 in).



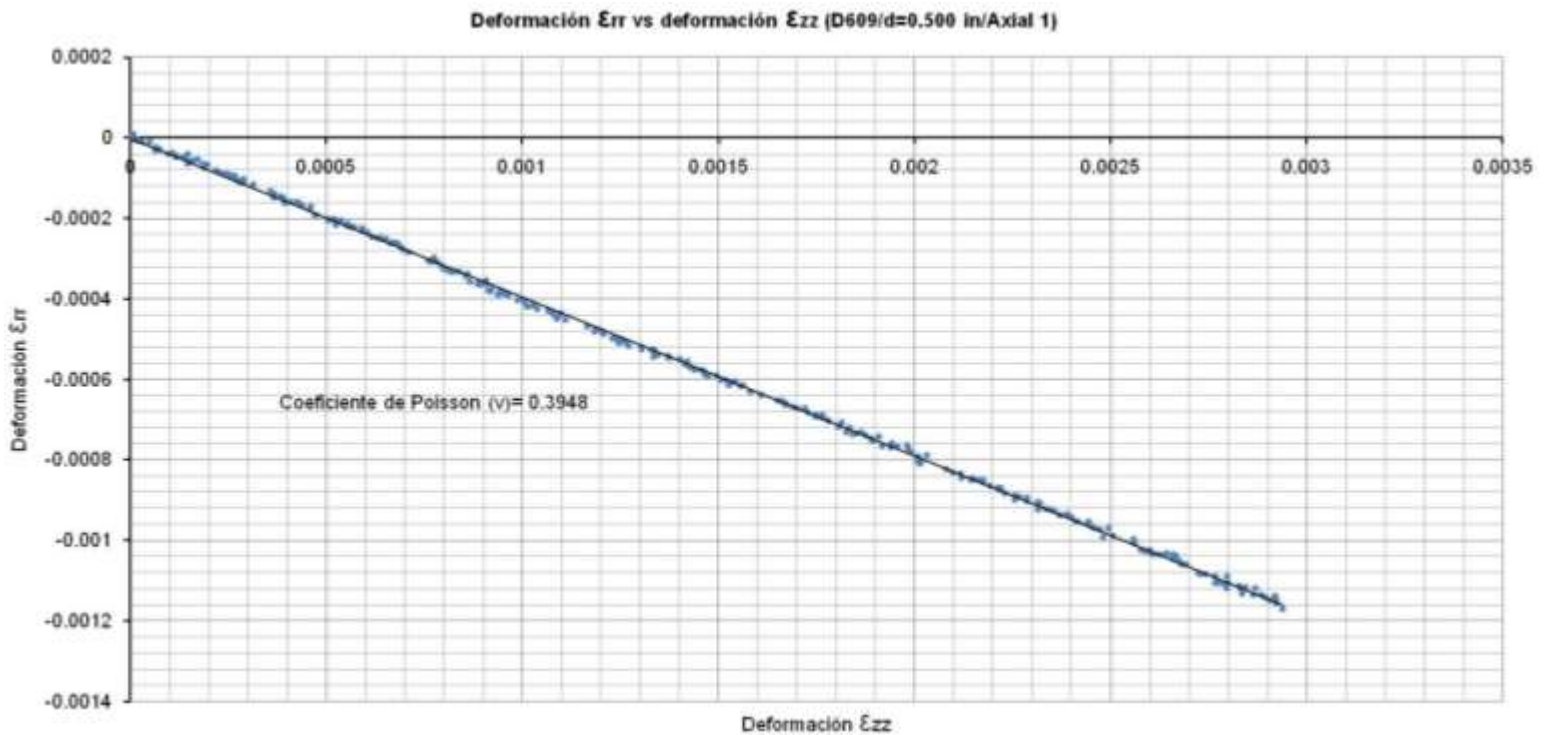
Gráfica 5. Módulo de elasticidad E del adhesivo E20HP (Diámetro de la probeta 0.500 in)



Gráfica 6. Coeficiente de Poisson del adhesivo E20HP (Diámetro de la probeta 0.500 in)

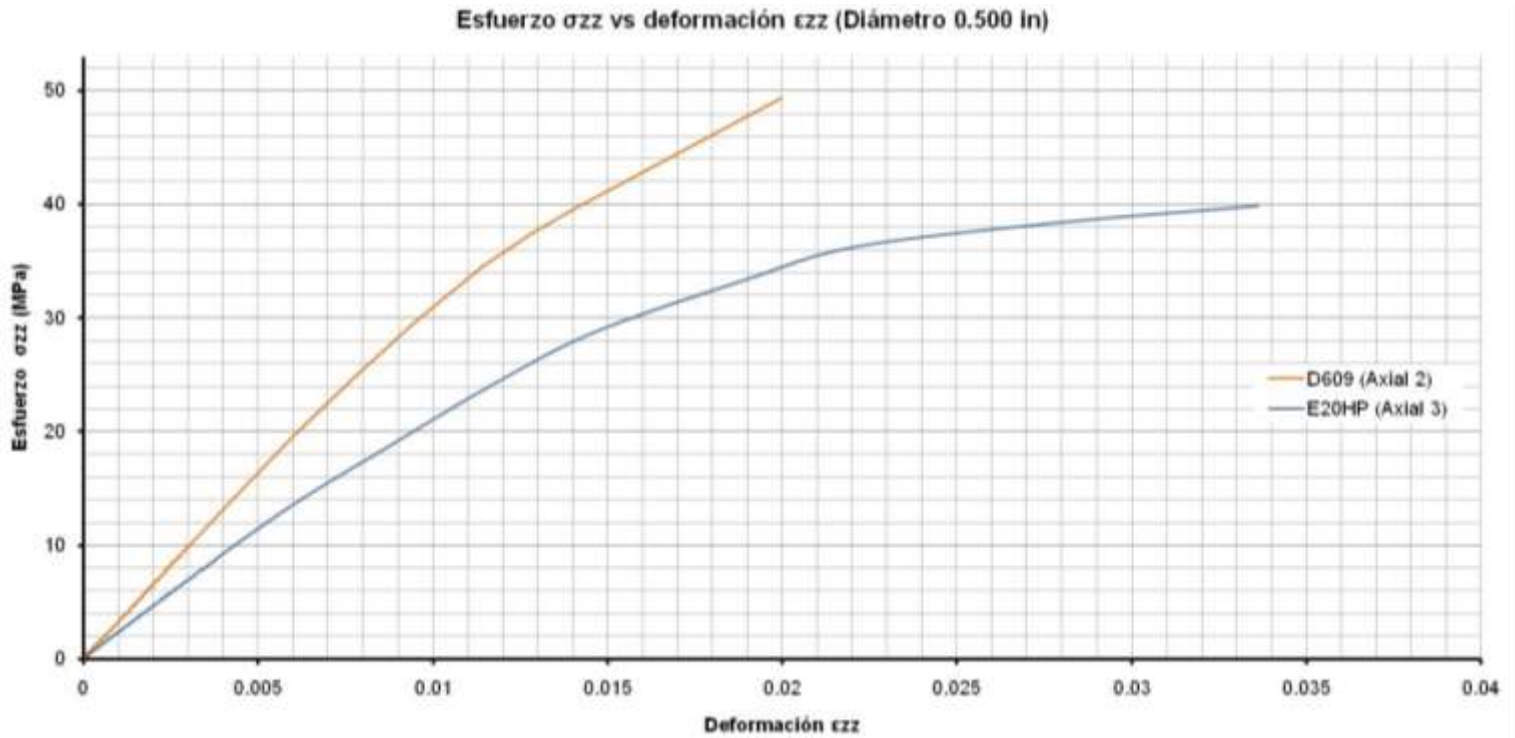


Gráfica 7. Módulo de elasticidad E del adhesivo D609 (Diámetro de la probeta 0.500 in)

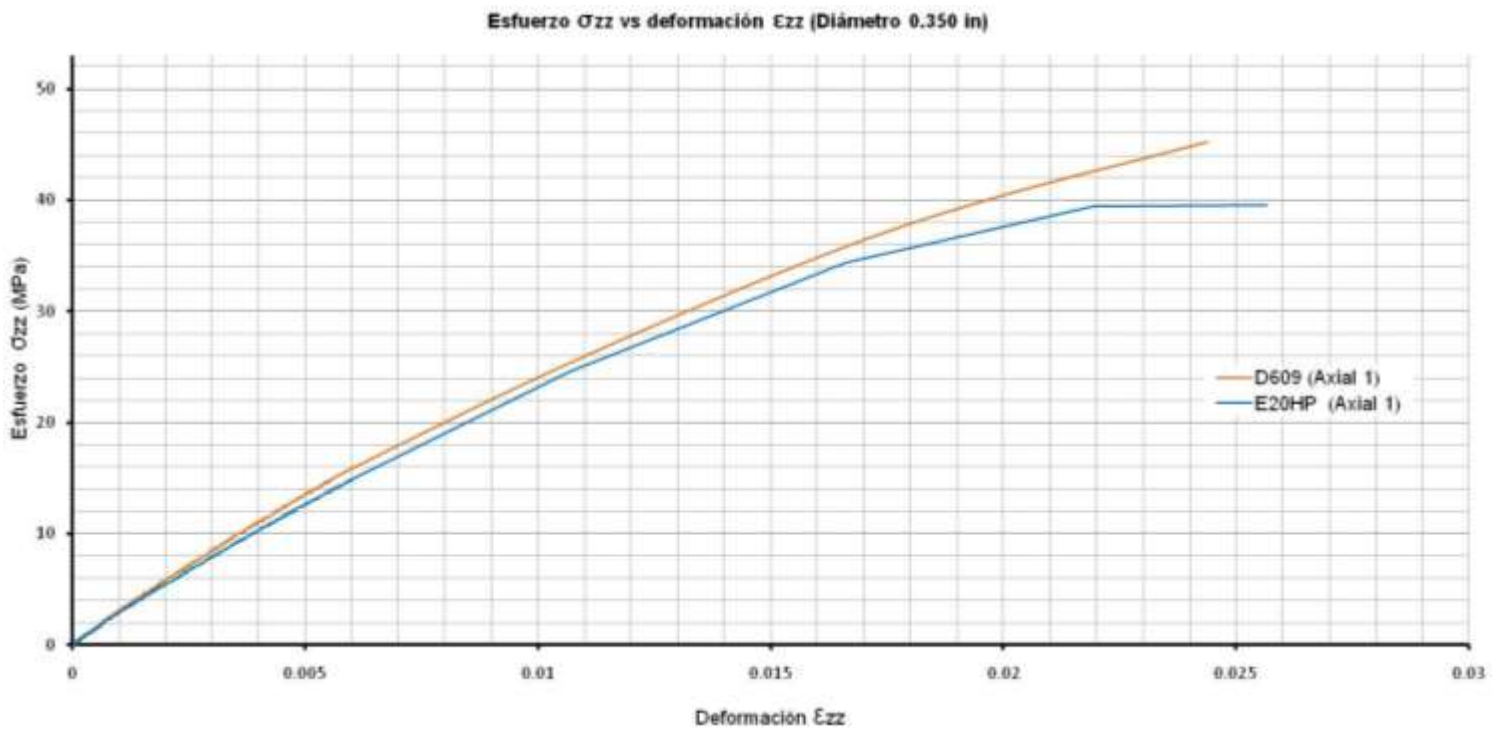


Gráfica 8. Coeficiente de Poisson del adhesivo D609 (Diámetro de la probeta 0.500 in)

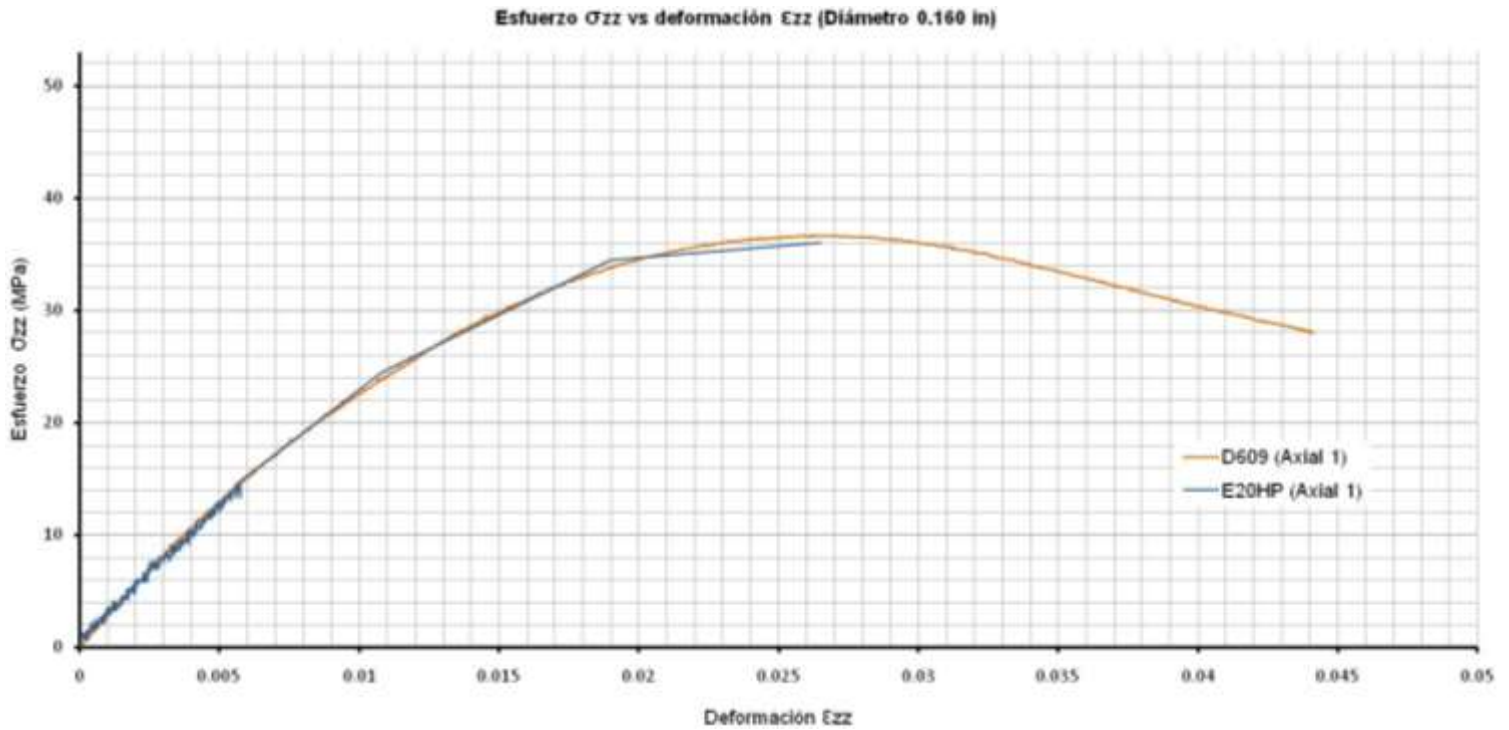
En las graficas 9 a 11 se realiza una comparativa del comportamiento mecánico entre los adhesivos empleados según el diámetro de la probeta. Nótese que conforme el diámetro se reduce, el comportamiento mecánico de ambos adhesivos es similar. El adhesivo D609 presenta una frágil más marcada en el diámetro de 0.500 in.



Gráfica 9. Comparación entre los adhesivos E20HP y D609 (Diámetro de probeta 0.500 in).

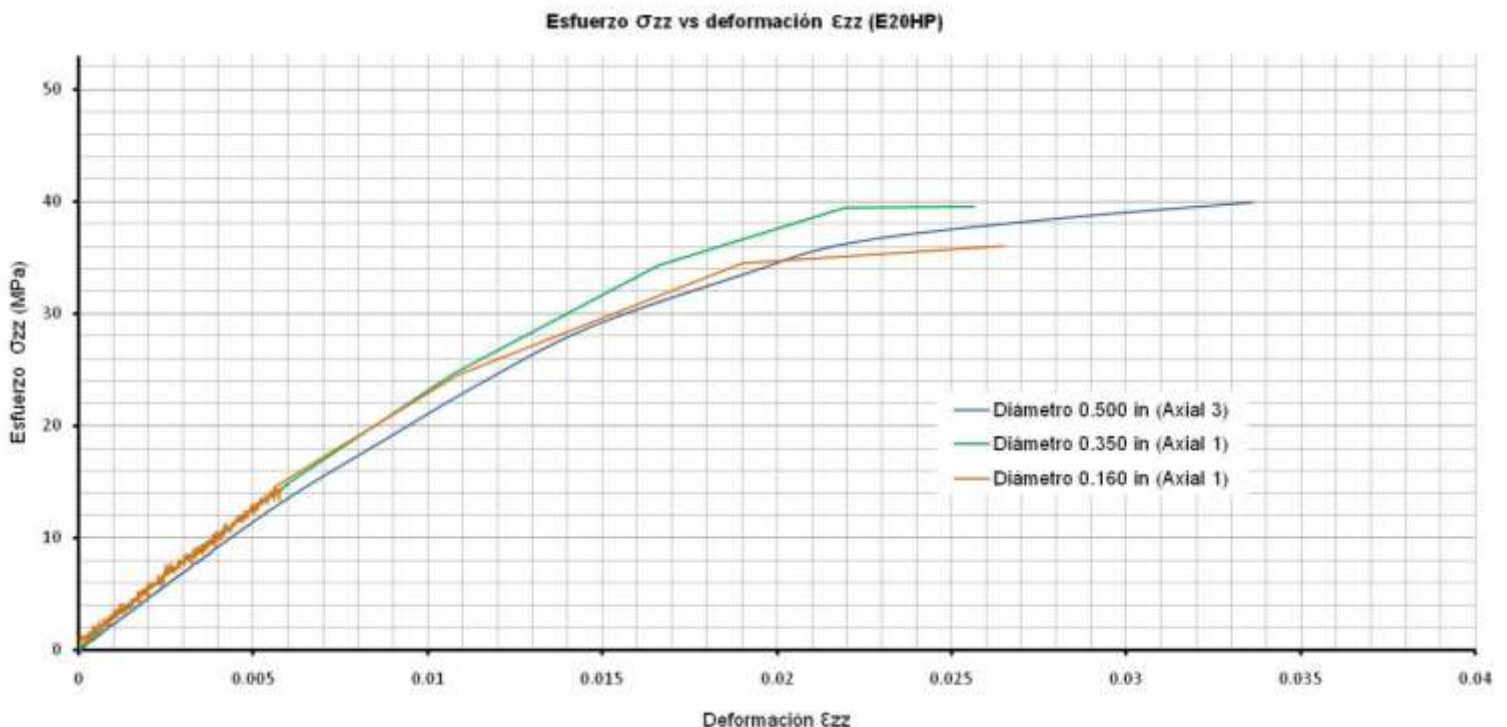


Gráfica 10. Comparación entre los adhesivos E20HP y D609 (Diámetro de probeta 0.350 in).



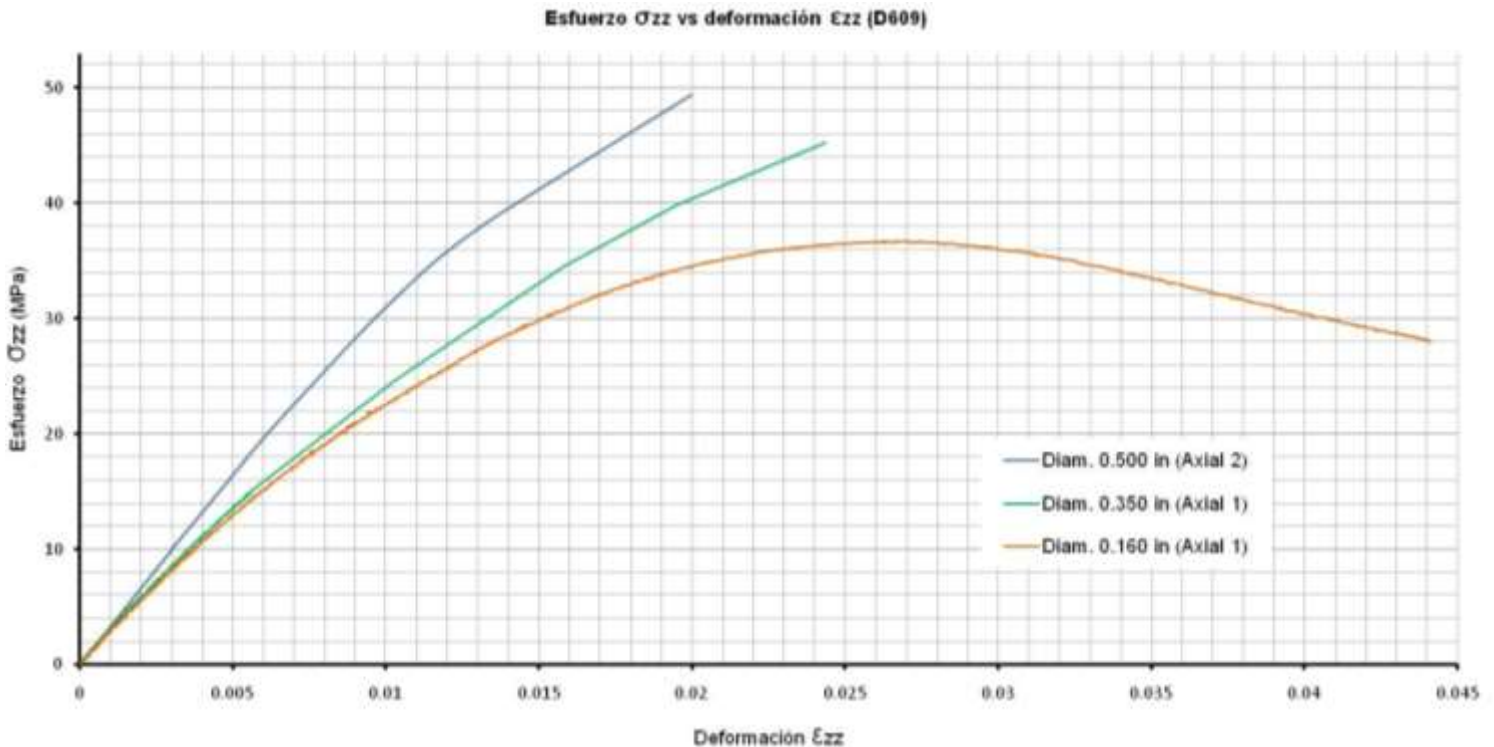
Gráfica 11. Comparación entre el comportamiento mecánico de los adhesivos E20HP y D609 (Diámetro de probeta 0.160 in).

Adicionalmente en las gráficas 12 y 13 se han comparado por adhesivo la curva esfuerzo-deformación para cada uno de los diámetros. Para el caso del material E20HP la curva esfuerzo-deformación para cada uno de los diámetros permanecen muy próximas entre si, por lo que prácticamente el efecto de escala bajo estas



condiciones de carga es nulo; caso contrario al D609 en donde existe una marcada dependencia a esta condicionante.

Grafica 12. Curvas esfuerzo-deformación de diferentes diámetros para el adhesivo E20HP.

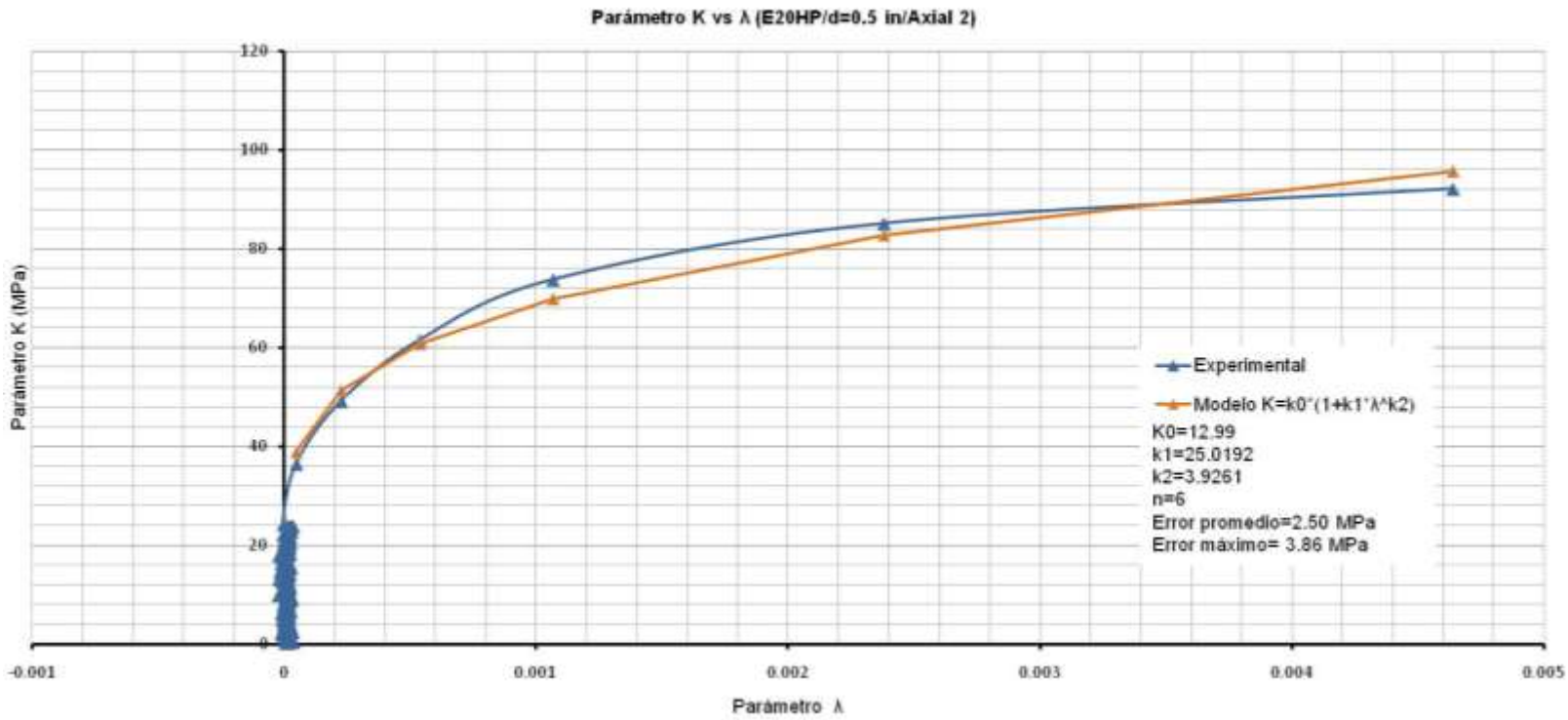


Grafica 13. Curvas esfuerzo-deformación de diferentes diámetros para el adhesivo D609.

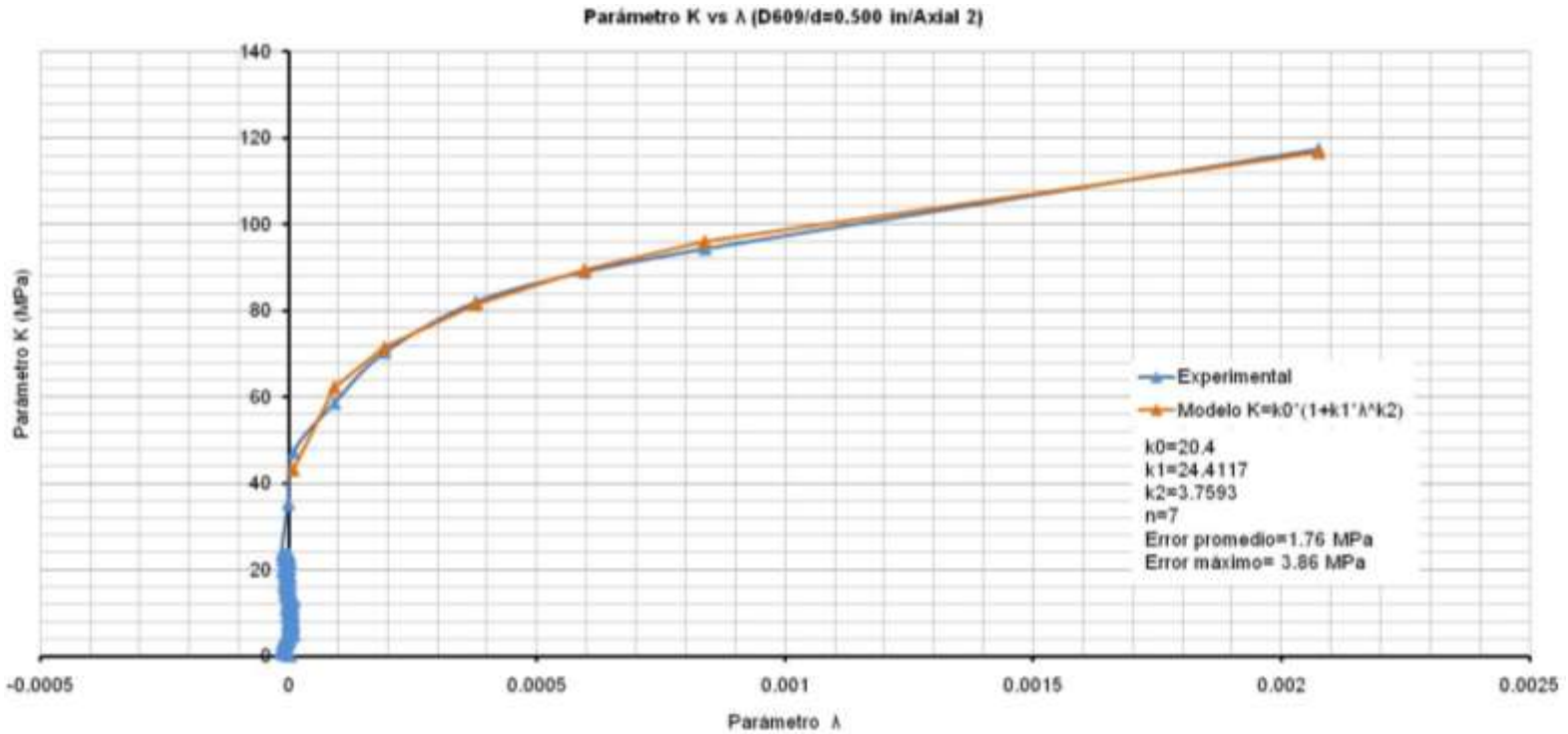
VIII.II. MODELO MATEMÁTICO APLICADO A CARGA AXIAL

Cabe señalar que para realizar dicho modelo es necesario medir tanto la deformación transversal como longitudinal, sin embargo conforme el diámetro de las probetas se reduce se incrementa la dificultad para colocar las galgas, es por ello que se llevo a cabo para los diámetros de 0.5 in.

Para la aplicación del modelo de carga axial, la relación entre el multiplicador plástico λ y el parámetro de endurecimiento se propuso del tipo $K = K_0(1 + K_1 \cdot \lambda^{K_2})$, con las constantes K_0 , K_1 y K_2 por determinar. Los resultados se ilustran en las gráficas 14 y 15.



Gráfica 14. Relación para el adhesivo E20HP entre λ y K (Diámetro de la probeta 0.500 in).



Gráfica 15. Relación para el D609 entre λ y K (Diámetro de la probeta 0.5 in).

El modelo propuesto correlacionó muy bien los resultados experimentales con las predicciones teóricas y en consecuencia un criterio de plasticidad del tipo Druker-Prager resulta adecuado para el comportamiento elastoplástico de adhesivos sujetos a carga axial. A partir de la expresión propuesta entre el parámetro K y el multiplicador plástico λ , el criterio de plasticidad para carga axial queda expresado como:

$$F = \alpha^* \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) + \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{\underline{\sigma}}^D : \underline{\underline{\sigma}}^D)} - K_0(1 + K_1 \cdot \lambda^{K_2}) \quad \text{(Ecuación E8.1)}$$

E8.1)

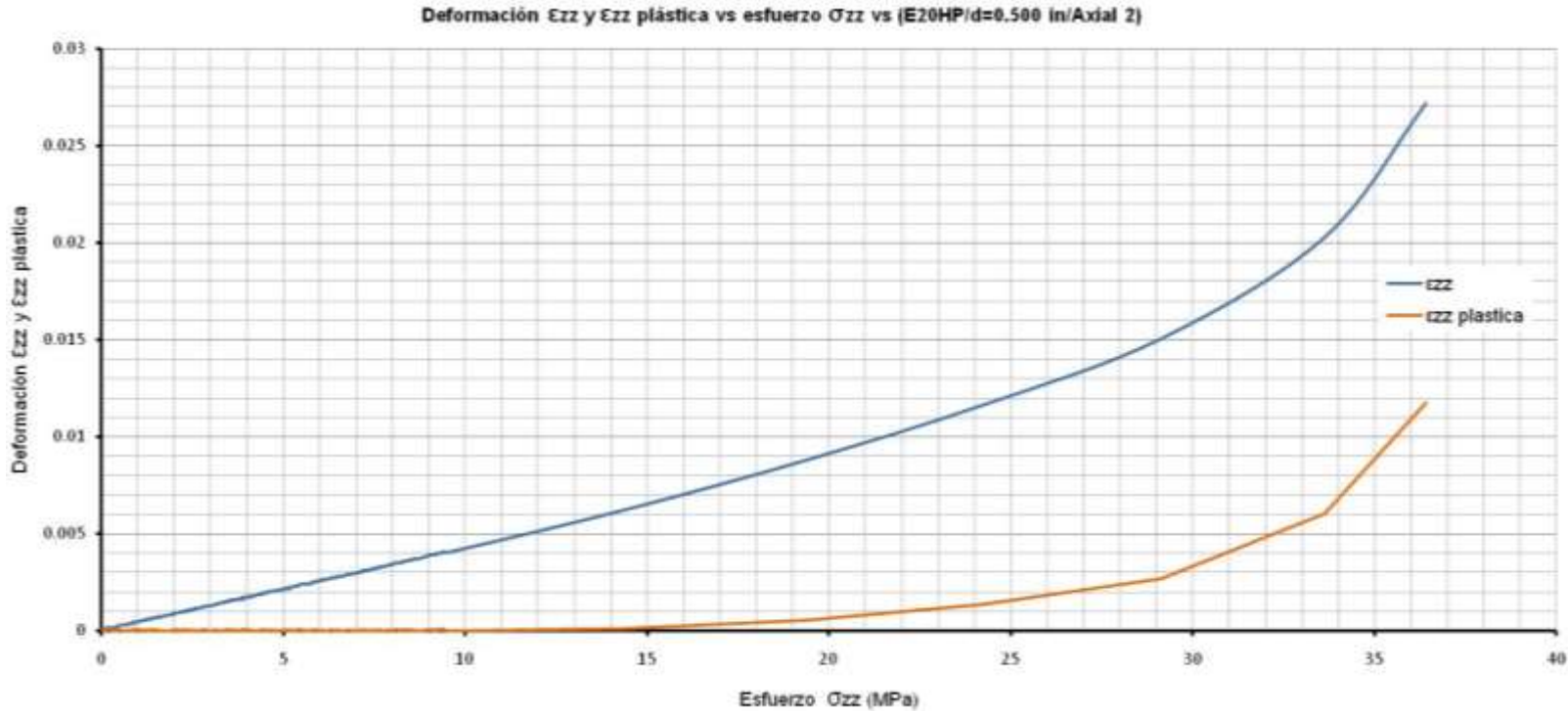
Los valores para las propiedades α^* y K_0 aparecen en la tabla 7. Es importante mencionar que únicamente el valor de K_0 será aplicable para el caso de torsión, ya que no necesariamente el valor de α^* deberá conservarse constante para ambas situaciones.

Propiedad mecánica	Adhesivo	
	E20HP	D609
α^*	1.45 – 1.52	1.37 – 1.47
Esfuerzo de cedencia	10MPa – 13 MPa	11 MPa – 20

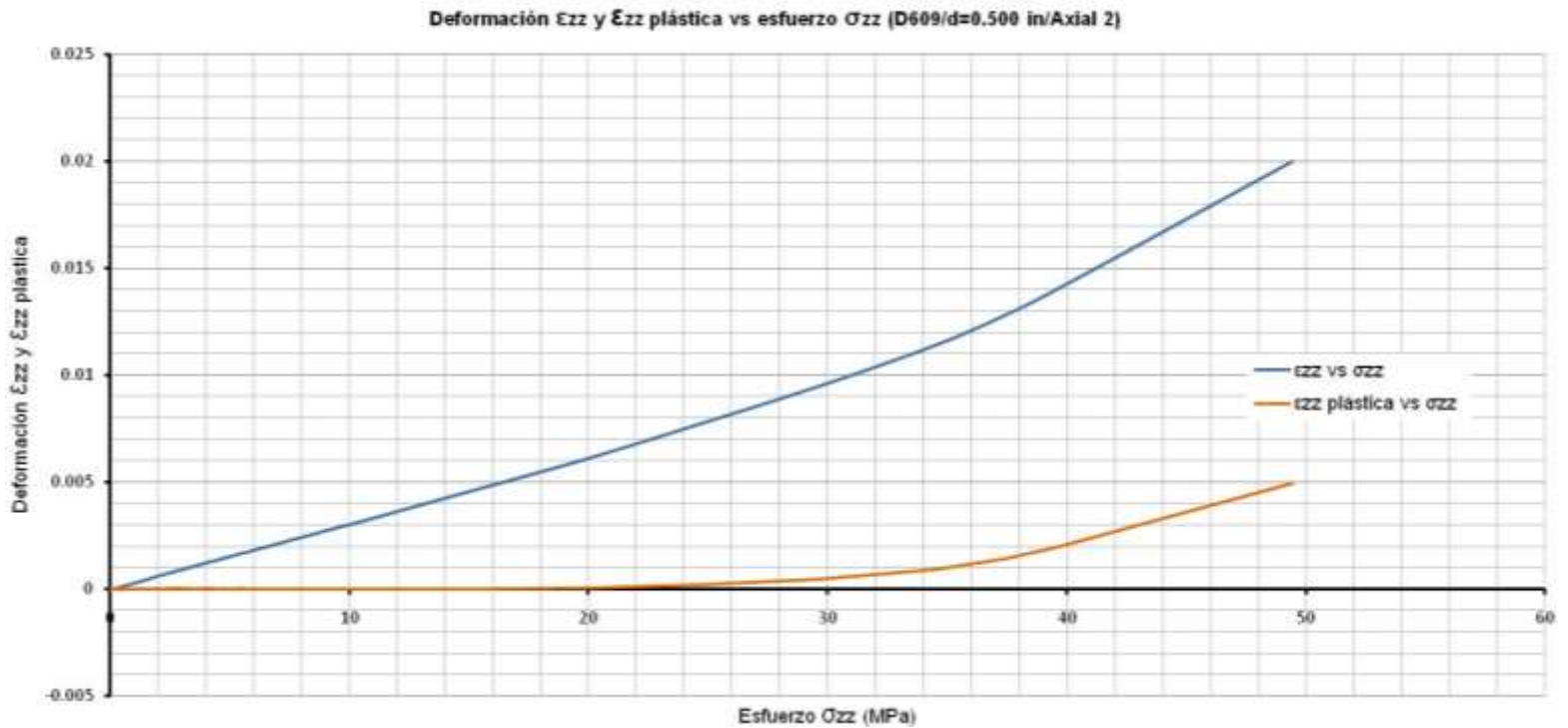
(K0)		MPa
------	--	-----

Tabla 7. Valores de α^* y K0 para cada uno de los materiales.

Las graficas 16 y 18 comparan la cantidad de deformación plástica en proporción a la deformación total alcanzada. Para este diámetro en particular el E20HP se comporta menos rígido que el D609. También es importante señalar que el esfuerzo a partir del cual la deformación plástica deja de ser cero corresponde al esfuerzo de cedencia del material



Gráfica 16. Deformación total y deformación plástica para el E20HP (Diámetro de la probeta 0.5 in).



Gráfica 17. Deformación total y deformación plástica para el D609 (Diámetro de la probeta 0.5 in).

VIII.I. TORSIÓN

Las muestras se sometieron a la acción de torsión pura y torsión aunada al efecto de tensión. Los diámetros de probeta empleados únicamente fueron los de 0.160 in y 0.250 in, debido a que no se cuenta con mordazas para diámetros mayores a 0.25 in y adicionalmente se requiere una celda de carga más pequeña para realizar una lectura más precisa para el diámetro de 0.116 in. Todas las pruebas de torsión se desarrollaron a velocidad de carga de 20 grados/min y se realizaron ciclos de carga y descarga a cada 5 grados.

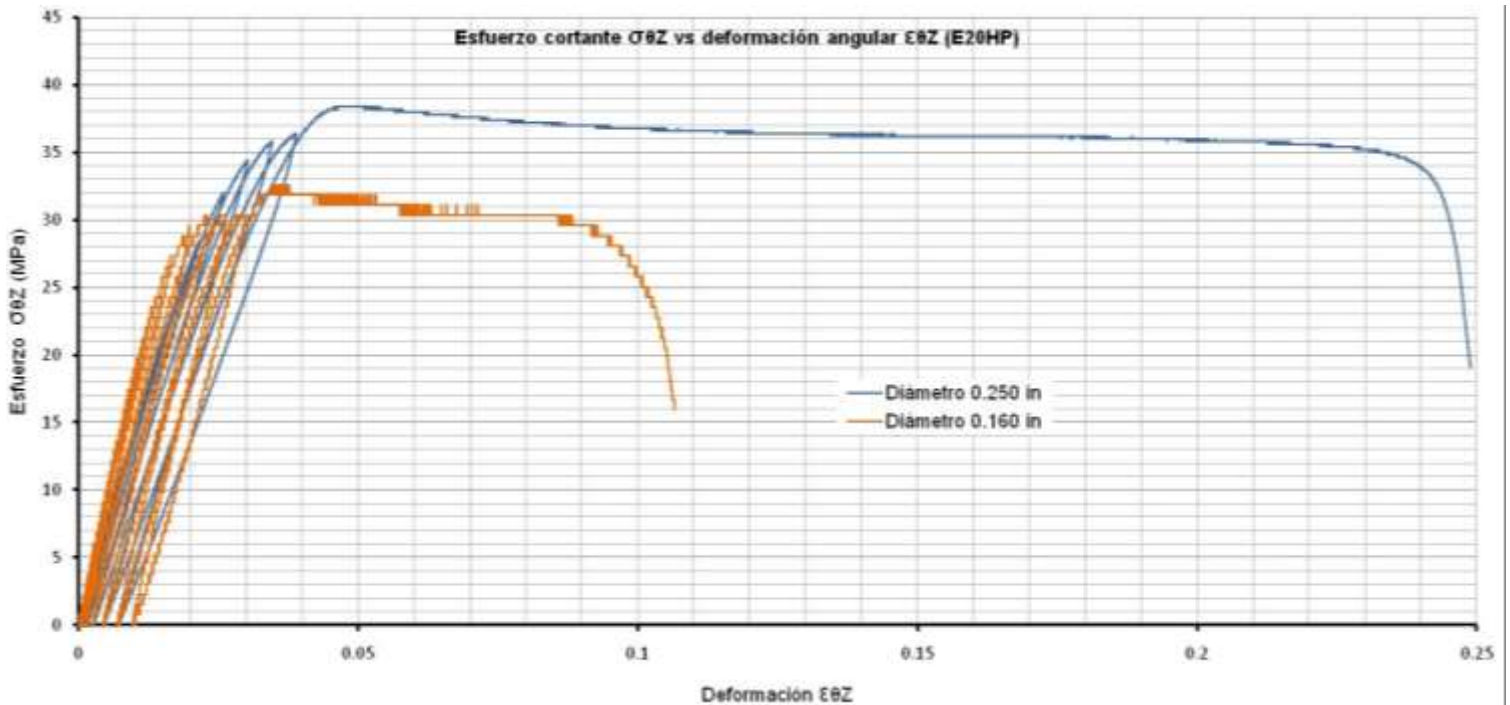
Los resultados obtenidos de laboratorio pueden ser comparados si se definen el esfuerzo y la deformación por cortante de la manera siguiente:

$$\sigma_{\theta_z} = \frac{16M_z}{\pi d^3} \qquad \epsilon_{\theta_z} = \frac{d \cdot \phi}{4L}$$

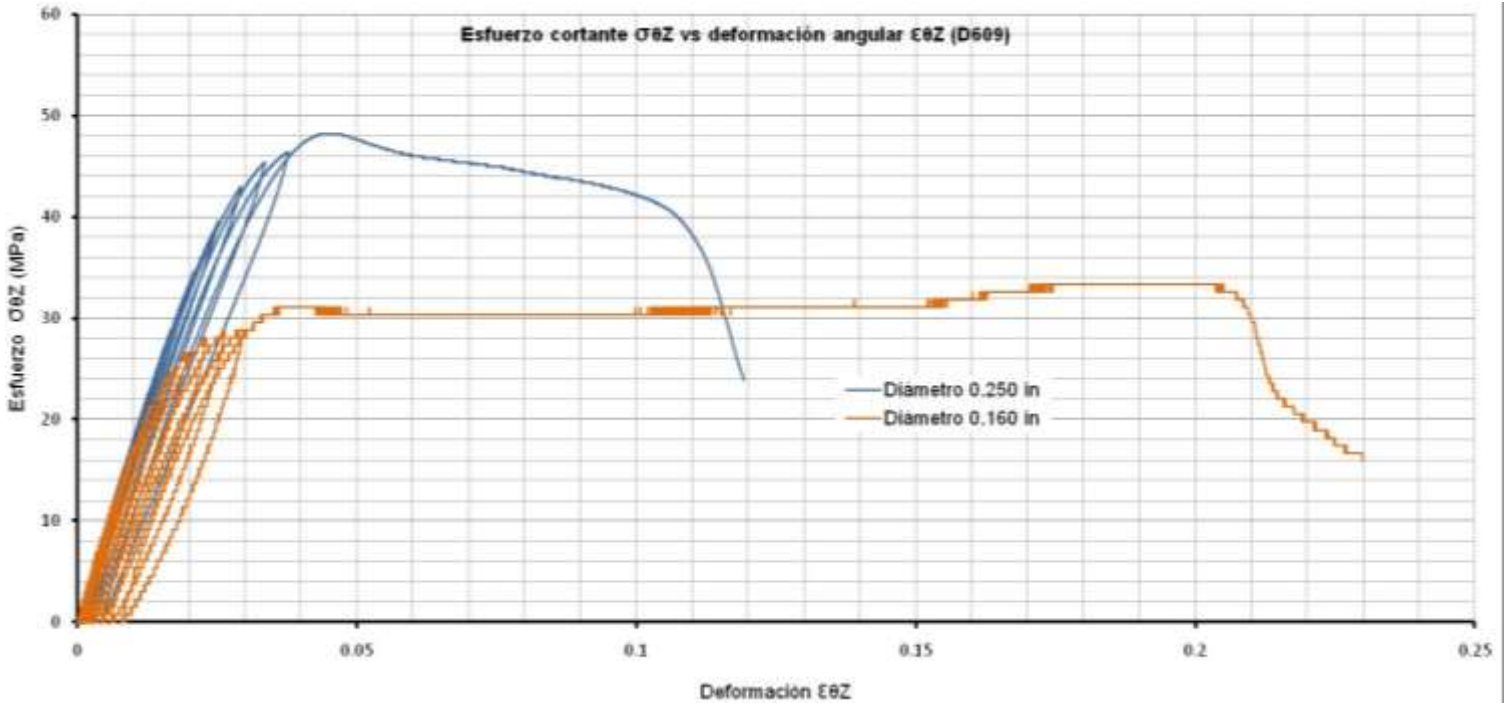
donde:

- M_z, magnitud de la torsión aplicada
- d, diámetro de la probeta
- L, longitud de la probeta
- Φ, ángulo de deformación

Haciendo referencia a la información contenida en la gráfica 18 se puede concluir que existe un efecto de escala para el adhesivo E20HP cuando se encuentra sometido a torsión, situación que no se presenta considerando únicamente carga axial. En el caso del desempeño del adhesivo D609 depende nuevamente de el efecto de escala, tal y como se puede observar en la gráfica 19.

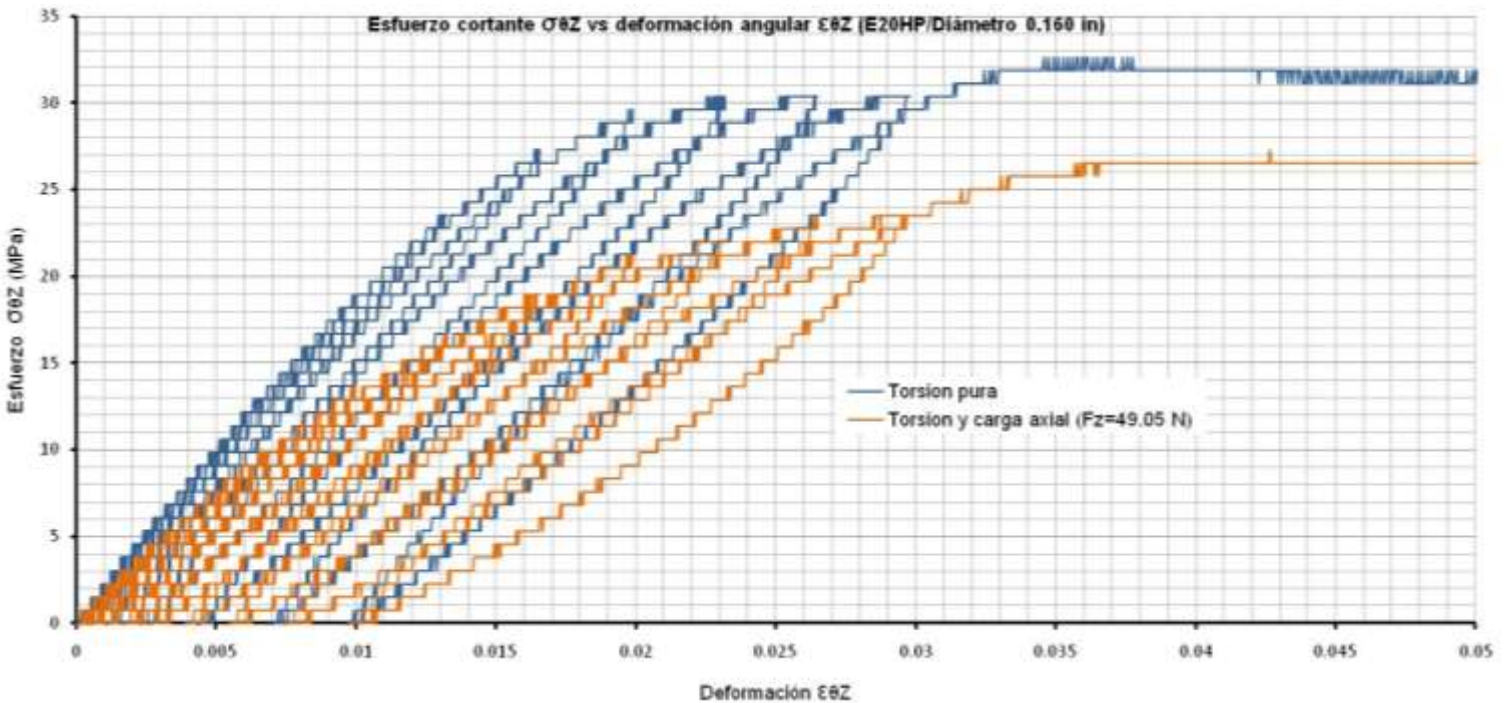


Gráfica 18. Esfuerzo y deformación por cortante para el adhesivo E20HP

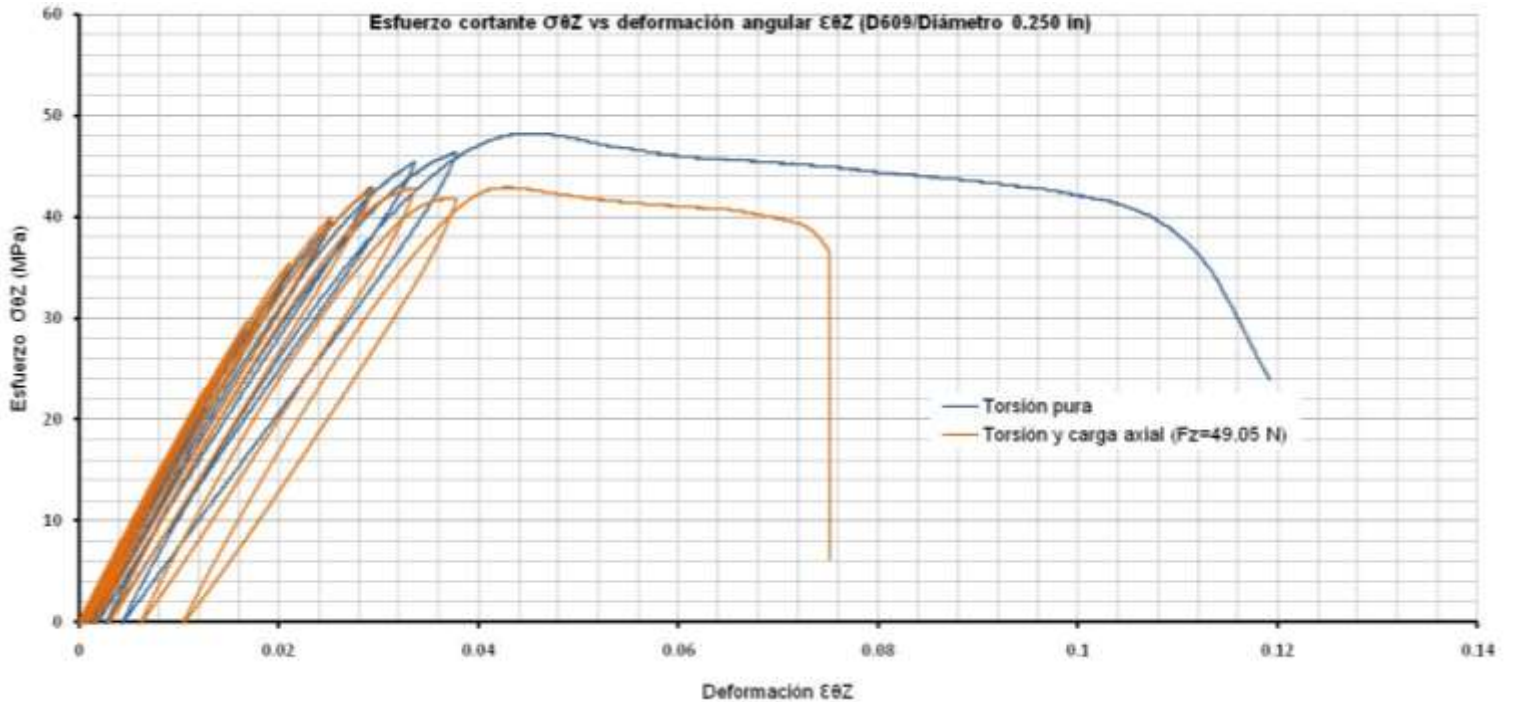


Gráfica 19. Esfuerzo y deformación por cortante para el adhesivo D609

Por otra parte la degradación se acentúa más para ambos casos cuando la torsión se hace acompañar de tensión, siendo mas critica par el E20HP (gráficas 20 y 21).

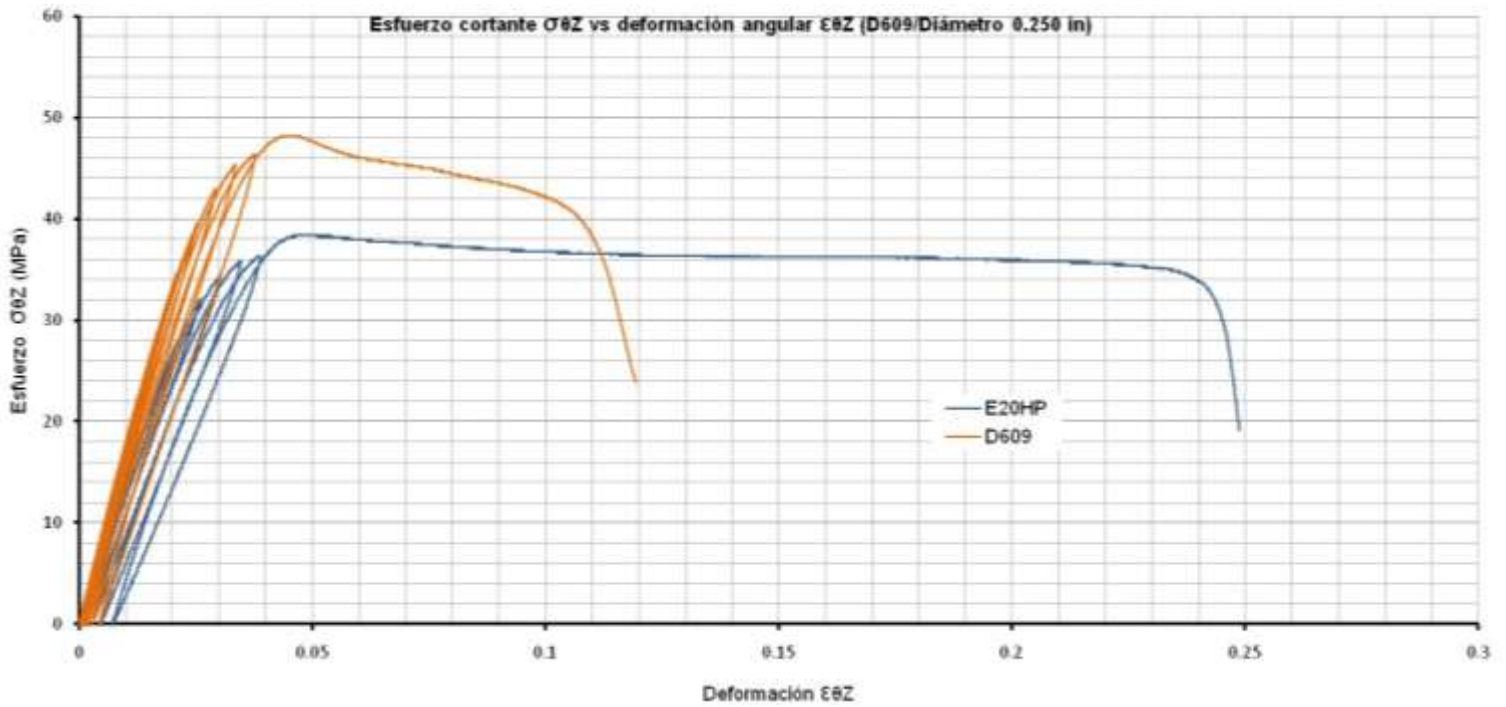


Gráfica 20. Curva comparativa de las curvas esfuerzo-deformación para torsión pura y torsión aunada a carga de tensión para el adhesivo E20HP (Diámetro de la probeta 0.160 in)

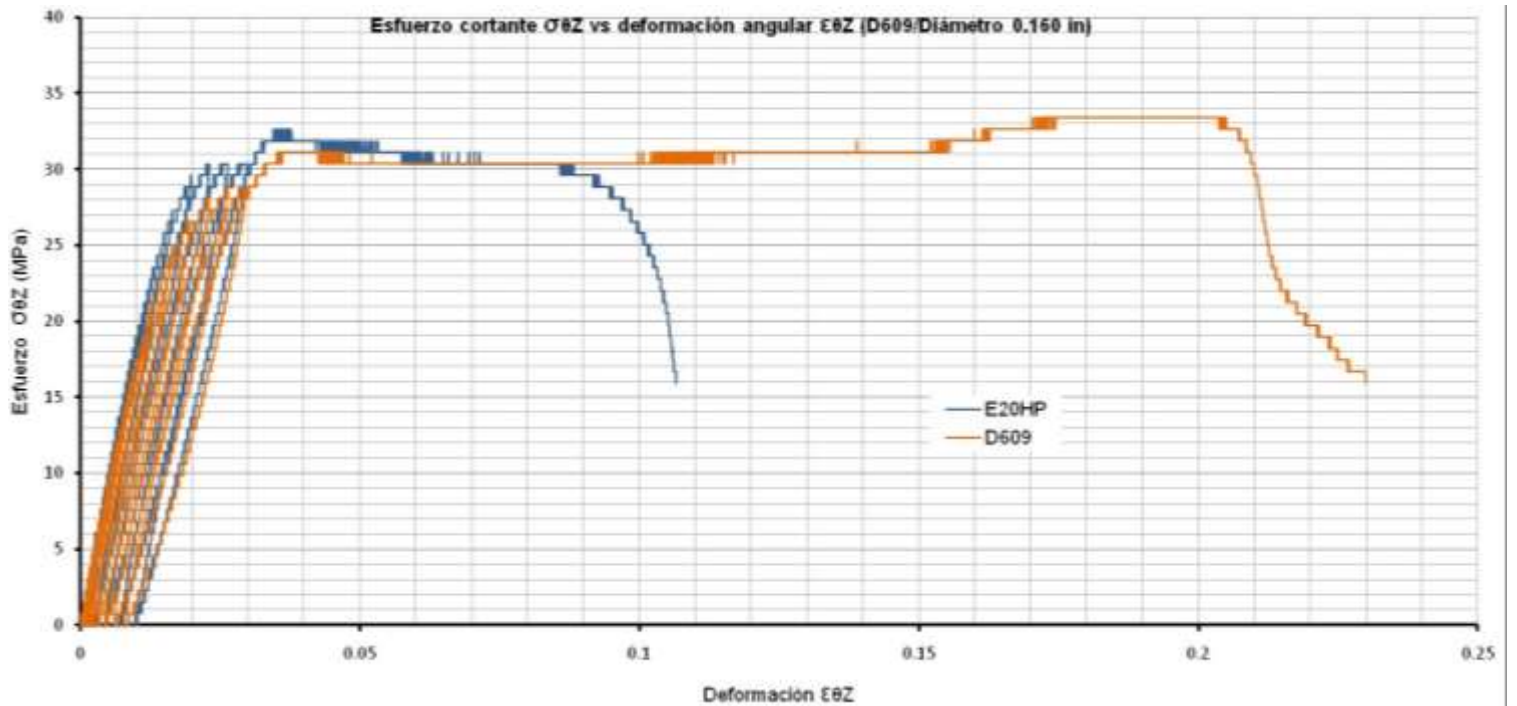


Gráfica 21. Curva comparativa de las curvas esfuerzo-deformación para torsión pura y torsión aunada a carga de tensión para el adhesivo E20HP (Diámetro de la probeta 0.250 in)

Realizando una comparativa entre ambos adhesivos, se puede apreciar que de igual manera que en el caso de tensión el D609 es más rígido para diámetros mayores, pero conforme esta dimensión decrece se asemeja mucho su comportamiento al del E20HP (gráficas 22 y 23).



Gráfica 22. Comparación de las curvas esfuerzo-deformación entre los adhesivos E20HP y D609 (Diámetro de la probeta 0.250 in)

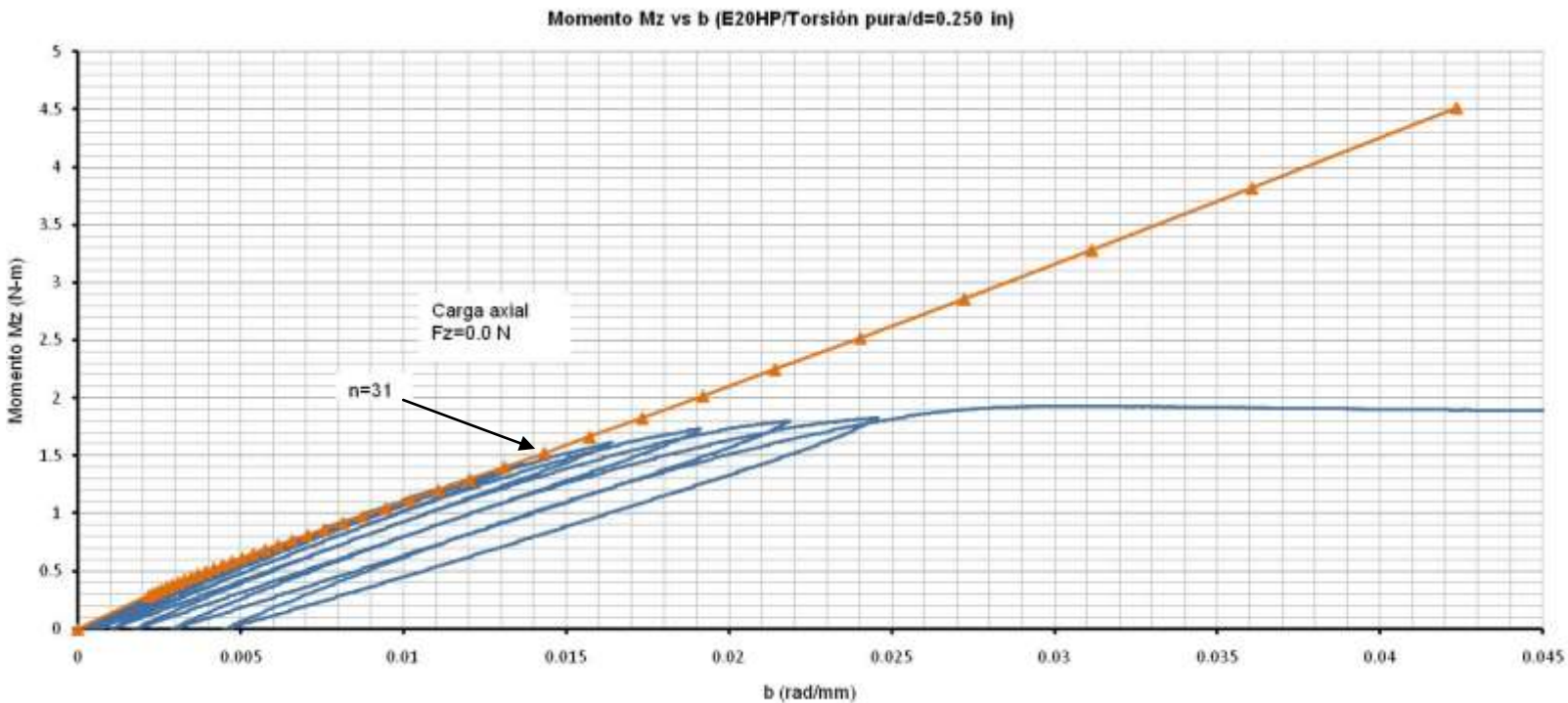


Gráfica 23. Comparación de las curvas esfuerzo-deformación entre los adhesivos E20HP y D609 (Diámetro de la probeta 0.160 in)

VIII.I. MODELO MATEMÁTICO APLICADO A TORSIÓN

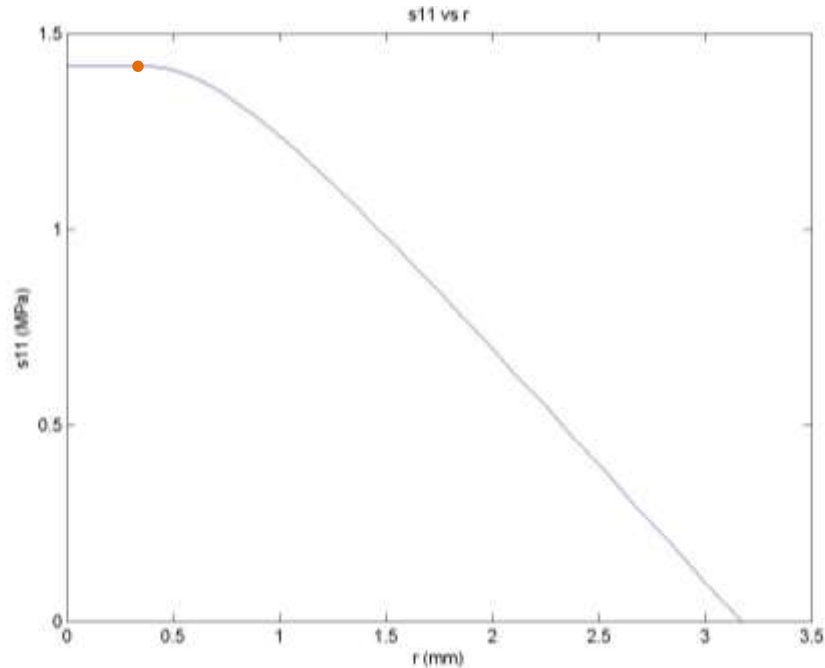
Para el caso de torsión se ha utilizado nuevamente un criterio de plasticidad del tipo Druker-Prager para simular el comportamiento del adhesivo (ecuación E8.1). Además se ha incluido el efecto de endurecimiento y la degradación del material. Para una mejor aproximación en la solución de problema se empleó un mallado de 40 nodos. Los valores del momento torsionante M_z y el parámetro b del campo de desplazamiento angular de las predicciones teóricas se ajustaron los valores obtenidos en laboratorio.

En la gráfica 24 se presenta el ajuste de M_z y b para una probeta de E20HP sujeta a torsión pura. Se puede apreciar que tiene una buena aproximación cuando el frente de plasticidad se localiza entre $0.3464 \text{ mm} \leq r \leq R$, es decir cuando $n \leq 31$.



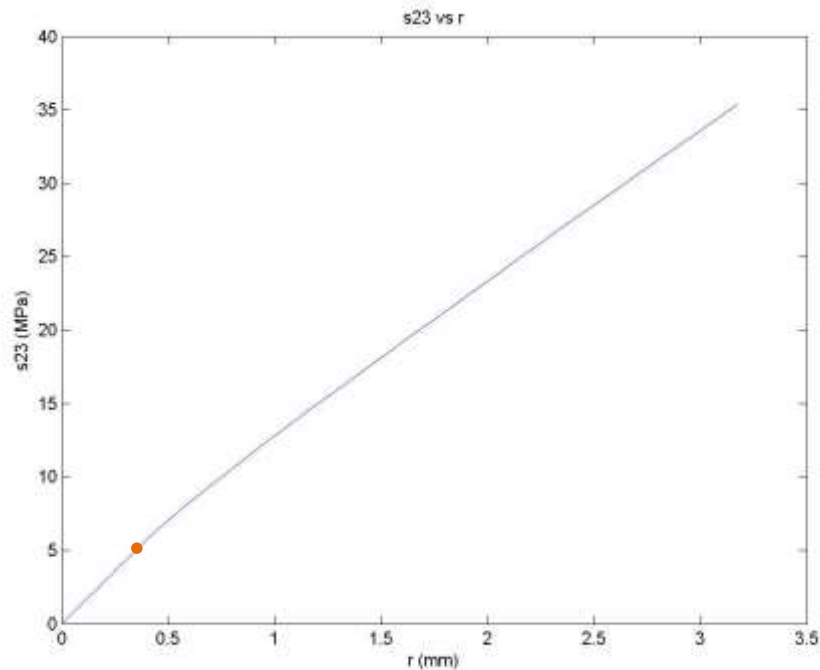
Gráfica 24. Ajuste de M_z y b para una probeta de E20HP sujeta a torsión (diámetro 0.250 in).

Otra información que se puede obtener referente a este mismo ensayo empleando el algoritmo desarrollado se presenta a continuación. La posición del frente de plasticidad es indicada por el punto color naranja.



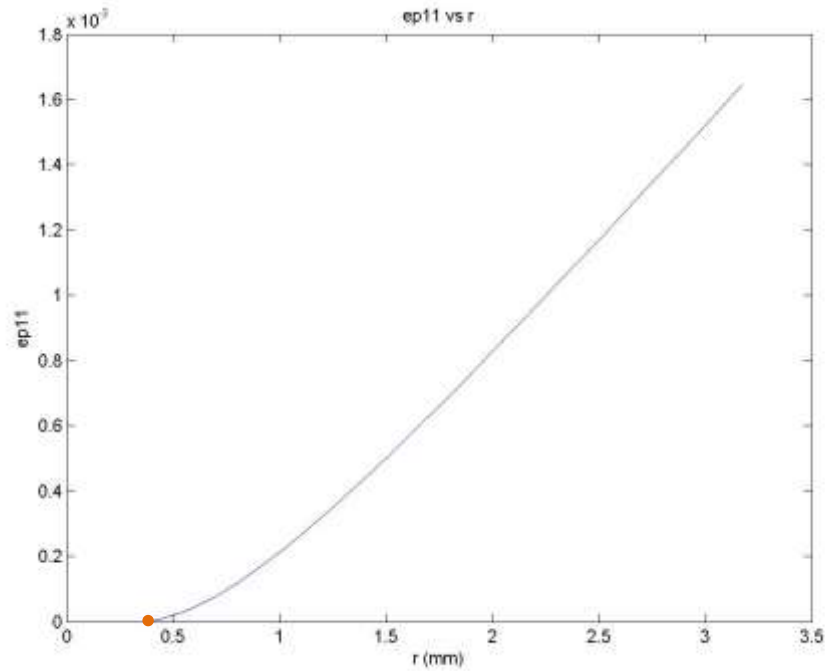
Gráfica 25. Distribución de esfuerzo σ_{rr} en la sección transversal de la probeta. El valor de σ_{rr} es igual a cero en $r = 3.1750$ mm ya que se trata de un borde libre de esfuerzos.

Nótese que la distribución del esfuerzo σ_{θ_c} es lineal para valores de $r \leq 0.3464$ mm ya que esta zona no ha plastificado, caso contrario para la zona delimitada entre el frente de plasticidad y el borde (gráfica 26).

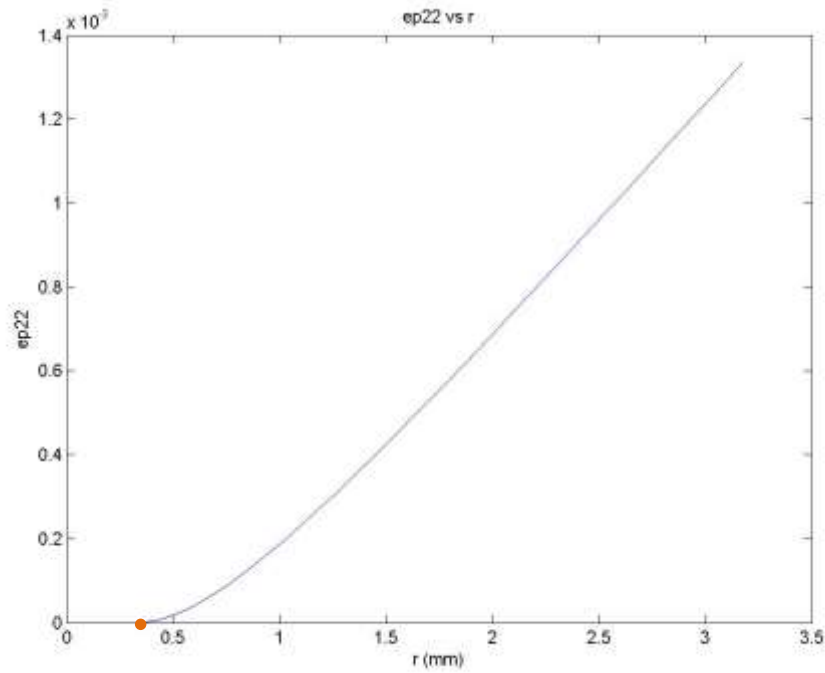


Gráfica 26. Distribución del esfuerzo σ_{α} en la sección transversal de la probeta.

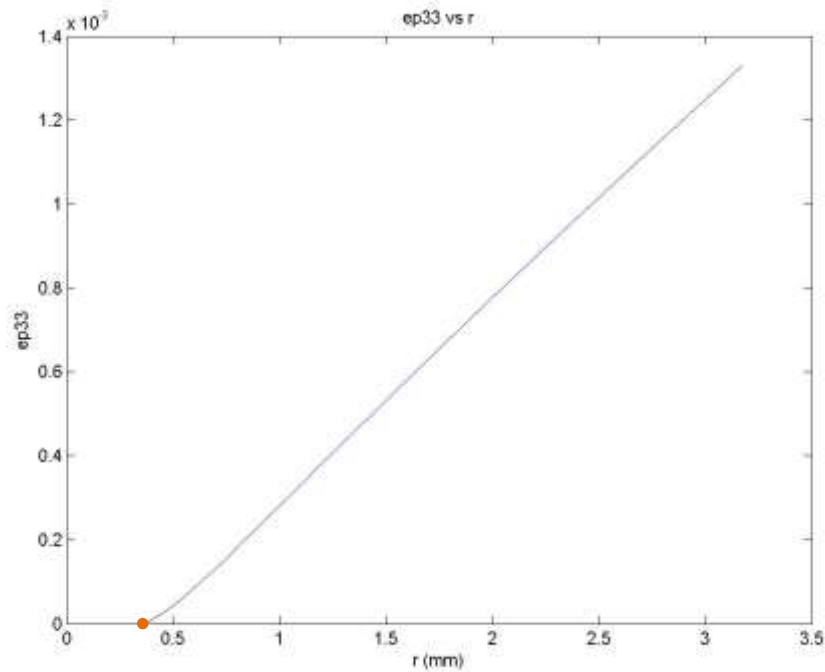
Otra condición que se debe observar independientemente de la componente del tensor de deformación plástica es que debe ser igual a cero para $r \leq 0.3464$ mm.



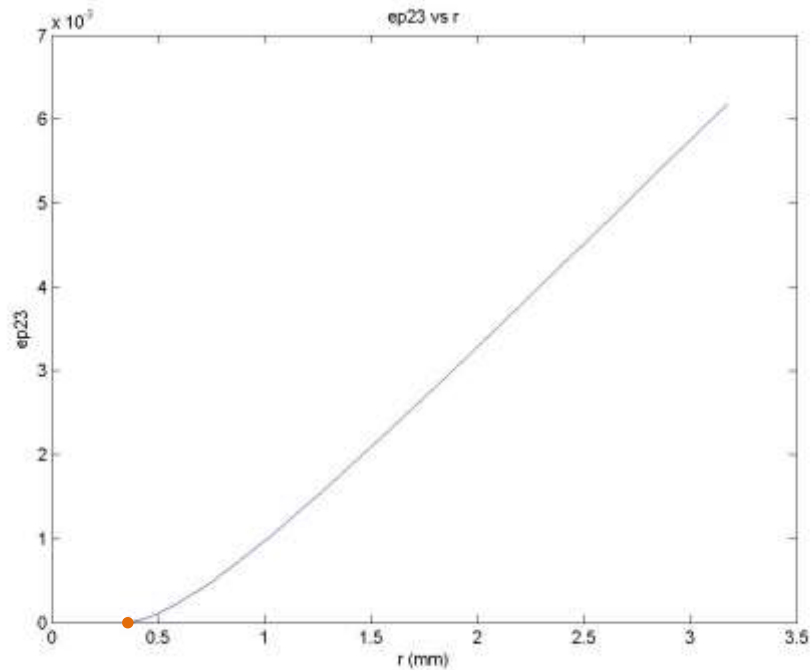
Gráfica 27. Distribución del esfuerzo ε_{rr}^p en la sección transversal de la probeta.



Gráfica 28. Distribución del esfuerzo $\varepsilon_{\theta\theta}^p$ en la sección transversal de la probeta.

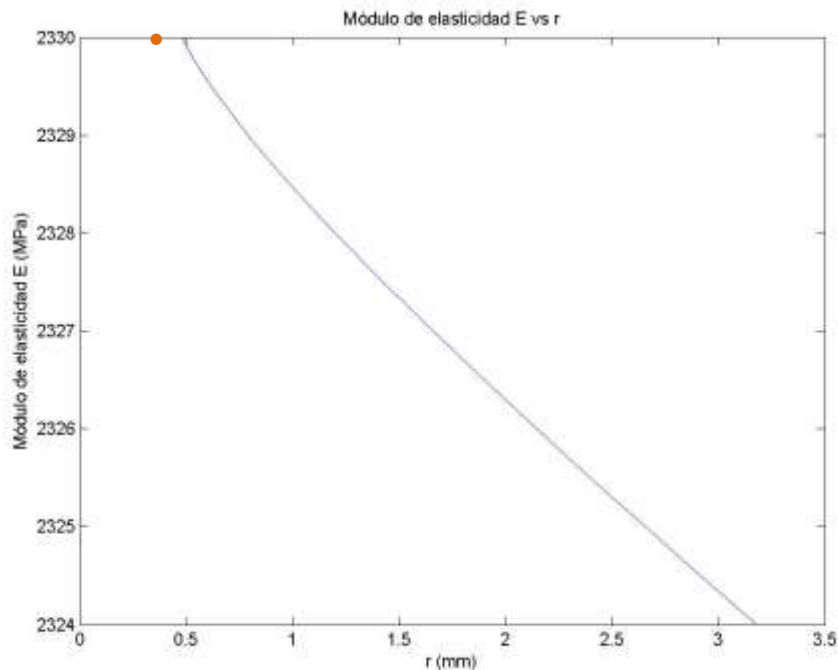


Gráfica 29. Distribución del esfuerzo ε_{zz}^p en la sección transversal de la probeta.

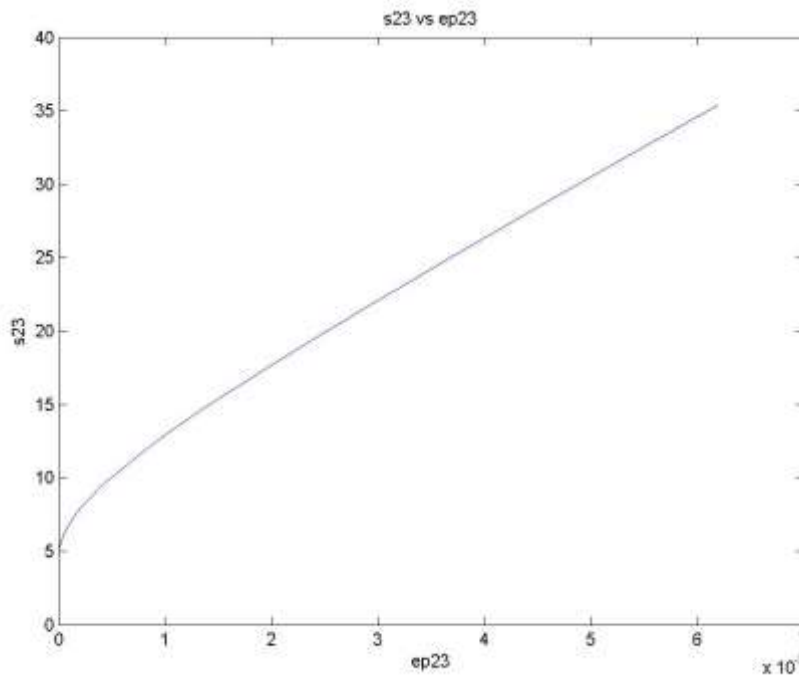


Gráfica 30. Distribución del esfuerzo ε_p en la sección transversal de la probeta.

En la grafica 31 se muestra como el valor de el modulo de elasticidad E es afectado rápidamente, aún para valores pequeños de torsión, como consecuencia de la degradación del material.

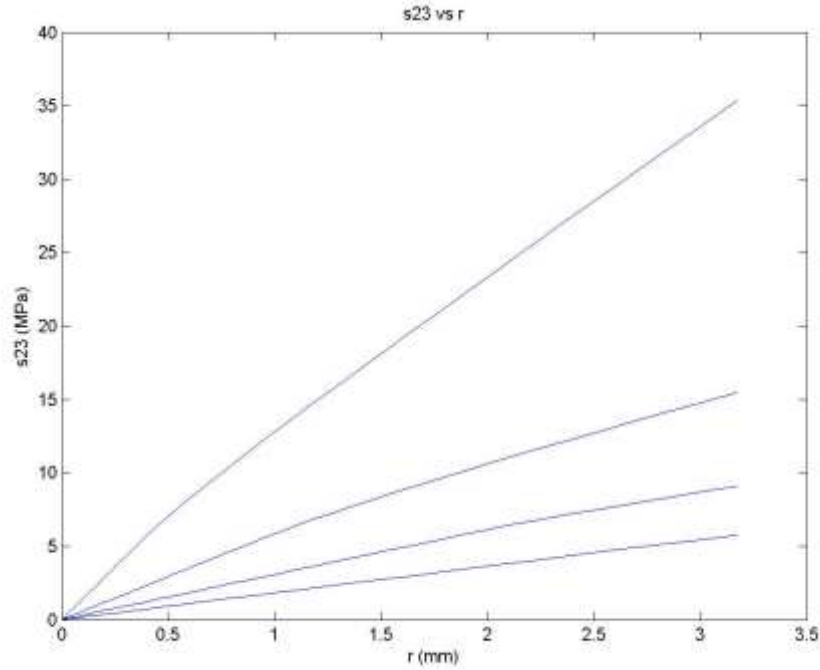


Gráfica 31. Valores del módulo de elasticidad E en la sección transversal de la probeta.

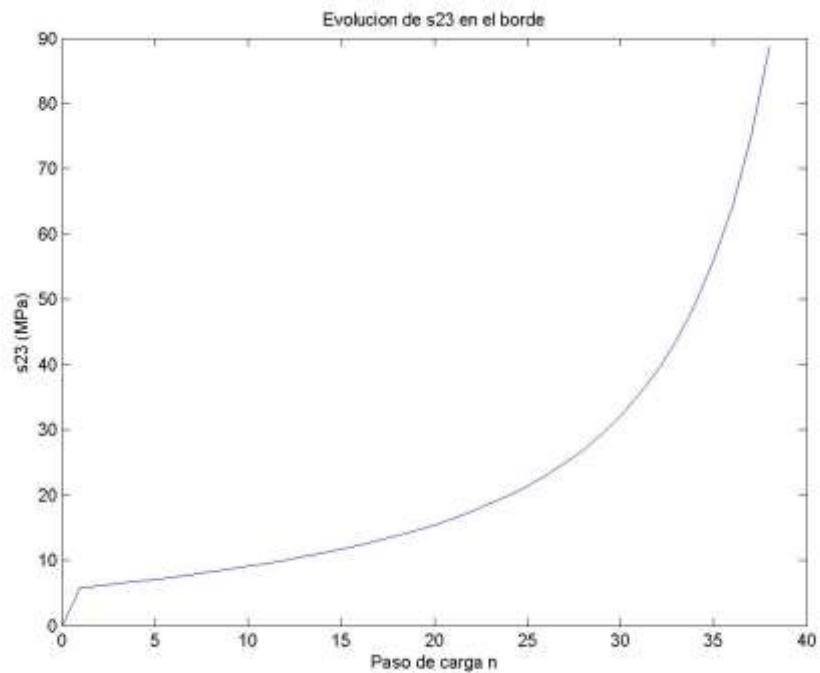


Gráfica 32. Esfuerzo $\sigma_{\theta z}$ vs $\varepsilon_{\theta z}^p$ cuando el frente de plasticidad se ubica en $r = 0.3464$ mm.

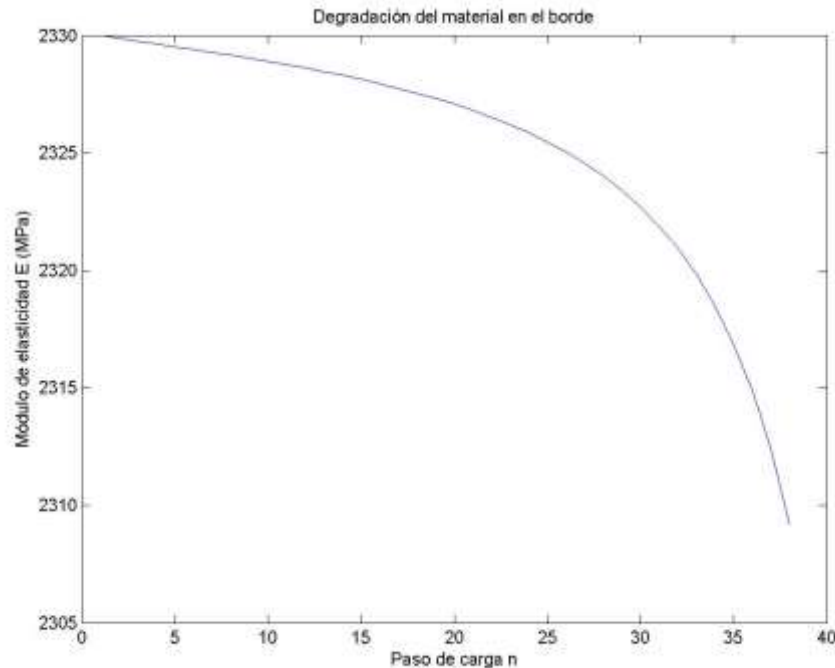
El algoritmo también permite observar como evolucionan cada una de las variables a medida que el frente de plasticidad avanza a través de la sección de la probeta.



Gráfica 32. Evolución de esfuerzo σ_{0z} conforme avanza el frente de plasticidad.



Gráfica 33. Evolución de esfuerzo σ_{0z} en el borde de la probeta.



Gráfica 34. Degradación del material en el borde de la probeta.

VIII.I. CONCLUSIONES

- El empleo de un criterio del tipo Drucker-Prager es adecuado para describir el comportamiento de los adhesivos.
- Los adhesivos poseen grandes deformaciones plásticas cuando son sometidos a la acción de cargas de torsión.
- Aun y cuando las cargas son pequeñas los materiales sufren una degradación importante.
- La hipótesis de pequeñas perturbaciones como base para el desarrollo de la teoría limita la predicción del comportamiento de los adhesivos, particularmente para el caso de torsión.
- Los materiales ciertamente son afectados por el efecto de escala.
- Adicionalmente para que el algoritmo propuesto presente mejores resultados es necesario permitir que el coeficiente de Poisson varíe como una función del multiplicador plástico λ .

APENDICE I. NOTACIÓN EMPLEADA

$\bar{0}$, Matriz nula

$\bar{\varepsilon}$, Tensor de deformaciones totales

$\bar{\varepsilon}^e$, Tensor de deformaciones elásticas

$\bar{\varepsilon}^p$, Tensor de deformaciones plásticas

ε_i^p , Componente de la deformación plástica en la dirección i

$\varepsilon_{i,r}^p$, Componente de la deformación plástica en la dirección i evaluada en r

$d\lambda$, Multiplicador plástico

$\bar{\sigma}$, Tensor de esfuerzos

$\bar{\sigma}^*$, Tensor normalizado de esfuerzos

σ_i^* , Componente del tensor normalizado de esfuerzos en la dirección i

σ_i^D , Componente del tensor desviador de esfuerzos en la dirección i

ν , Coeficiente de Poisson

ξ , Paso de carga aplicada

Ψ , Desplazamiento radial en la zona plástica

Ψ_r , Desplazamiento radial en la zona plástica evaluado en r

Γ , conjunto de puntos materiales que conforman la superficie de la barra

$\text{div}(x)$, divergencia de x

\underline{e}_i , Vector unitario en la dirección i

\underline{f}_V , Fuerzas de volumen

\underline{n} , Vector unitario perpendicular a la superficie de una porción preestablecida de material y cuyo sentido es hacia el exterior del mismo

p , plasticidad acumulada

r , Coordenada radial

r_0 , Posición del frente de plasticidad en el paso de carga ξ

\underline{u} , Campo vectorial de desplazamientos para el caso puramente elástico

z , Coordenada longitudinal

E , Modulo de elasticidad

F , Criterio de plasticidad

L , Longitud de la probeta

$M(\xi)$, Función de la magnitud del momento con respecto a el paso de carga

\underline{M} , Momento torsionante

N , Número total de puntos en el mallado

\underline{P} , Carga axial

$P(r,\theta,z)$, Referencia del punto P al sistema de coordenadas cilíndricas

Q, Potencial plástico

R, Radio de la probeta

\underline{T} , Vector esfuerzo

\underline{U} , Campo vectorial de desplazamientos para el caso elastoplástico

APENDICE II. RESUMEN DE ECUACIONES MODELO MATEMÁTICO PARA TORSION Y CARGA AXIAL APLICADOS SIMULTÁNEAMENTE (CASO ELÁSTICO).

$$\underline{\underline{\sigma}}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\alpha}{2} b \cdot r \\ 0 & \frac{\alpha}{2} b \cdot r & 2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & \frac{b}{2} r \\ 0 & \frac{b}{2} r & c \end{bmatrix}$$

$$a = -\frac{\nu \cdot P(\xi)}{\pi \cdot E \cdot R^2} \quad b = \frac{4 \cdot (1 + \nu) \cdot M(\xi)}{\pi \cdot E \cdot R^4} \quad c = \frac{P(\xi)}{\pi \cdot E \cdot R^2}$$

APENDICE III. RESUMEN DE ECUACIONES MODELO MATEMÁTICO PARA TORSION Y CARGA AXIAL APLICADOS SIMULTÁNEAMENTE (CASO PLÁSTICO).

Mientras que en la zona elástica del cilindro deben cumplirse **E1.3** y **E1.6**; las ecuaciones que describen el fenómeno plástico son:

$$\sigma_{rr}^* = \alpha \cdot (\Psi' - \varepsilon_{rr}^p) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\}$$

$$\sigma_{\theta\theta}^* = \alpha \cdot \left(\frac{1}{r} \Psi - \varepsilon_{\theta\theta}^p \right) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\}$$

$$\sigma_{zz}^* = \alpha \cdot (h - \varepsilon_{zz}^p) + \beta \cdot \left\{ \Psi' + \frac{1}{r} \Psi + h - (\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\theta\theta}^p + \varepsilon_{zz}^p) \right\}$$

$$\sigma_{\theta z}^* = \sigma_{z\theta}^* = \alpha \left(\frac{1}{2} g \cdot r - \varepsilon_{\theta z}^p \right)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^*}{\partial r} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^* - \sigma_{\theta\theta}^*) = 0$$

$$(\alpha + \beta) \Psi'_{,R} + \frac{\beta}{R} \Psi_R + \beta \cdot h = (\alpha + \beta) \cdot \varepsilon_{rr,R}^p + \beta (\varepsilon_{\theta\theta,R}^p + \varepsilon_{zz,R}^p)$$

$$[2\beta \cdot a + (\alpha + \beta) \cdot c] \cdot r_0^2 + 2 \int_{r=r_0}^R \sigma_{zz}^* \cdot r \cdot dr = \frac{1}{\pi E} P(\xi)$$

$$\frac{b}{4}r_0^4 + \frac{1}{4}g(R^4 - r_0^4) - 2 \int_{r=r_0}^R \varepsilon_{\theta z}^p \cdot r^2 \cdot dr = \frac{M(\xi)}{\pi \alpha E}$$

$$\sigma_{rr}^* = (\alpha + 2\beta) \cdot a + \beta \cdot c$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{r_0} \\ g \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot r_0 \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

$$d\varepsilon_i^p = d\lambda \frac{\partial F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}, \Pi)}{\partial \sigma_i} \quad \forall i \in \{rr, \theta\theta, zz, \theta z\}$$

El sistema derivado del análisis es consistente ya que el número de ecuaciones a resolver es igual al número de variables y parámetros a determinar, en donde este ultimo conjunto se encuentra constituido por:

$$\sigma_{rr}^*, \sigma_{\theta\theta}^*, \sigma_{zz}^*, \sigma_{\theta z}^*, \varepsilon_{rr}^p, \varepsilon_{\theta\theta}^p, \varepsilon_{zz}^p, \varepsilon_{\theta z}^p, d\lambda, \Psi, a, b, c, g, h \text{ y } M$$

APÉNDICE I. ALGORITMO

```
%CENTRO DE INVESTIGACION DE MATERIALES AVANZADOS, S.C.
%LINEA DE INVESTIGACION: INTEGRIDAD MECANICA
%TEMA DE TESIS: CARACTERIZACION Y SIMULACION DEL COMPORTAMIENTO
ELASTO-PLASTICO DE ADHESIVOS
%ASESOR DE TESIS: DR. ALBERTO DIAZ DIAZ
%ALUMNO: IC. EDUIN IVAN GONZALEZ CASTILLO
%FECHA DE REVISION: pendiente
```

```
clear;
%*****
*
%          DATOS
%*****
*
R=(0.160*25.4/2);    %Radio(mm)
v=0.36;             %Coeficiente de Poisson(mm/mm)
Fz=0.0*9.81;       %Fuerza axial en la direccion de Z(N)
N=40;              %Numerode puntos del mallado(N>4)
Tol=1e-6;          %Tolerancia
razon=0.9;         %Razon
posfrentefinal=0.1; %Posicion del frente de plasticidad
```

```
%*****  
*  
%          TAMAÑO DEL MALLADO  
%*****  
*  
vector=zeros(1,N);  
vector(N)=0;  
vector(N-1)=posfrentefinal/2;  
vector(N-2)=posfrentefinal;  
serieintervalos(1)=1;  
suma=serieintervalos(1);  
for i=1:N-4  
    serieintervalos(i+1)=serieintervalos(i)*razon;  
    suma=serieintervalos(i+1)+suma;  
end  
for i=1:N-3  
    vector(N-2-i)=vector(N-1-i)+serieintervalos(i)*(R-posfrentefinal)/suma;  
end  
vector(1)=R;  
  
%*****  
*  
%          MATRICES SOLUCION  
%*****  
*  
s11R=sparse(zeros(N,N-2)); %s11  
s22R=sparse(zeros(N,N-2)); %s22  
s33R=sparse(zeros(N,N-2)); %s33  
s23R=sparse(zeros(N,N-2)); %s23  
ep11R=sparse(zeros(N,N-2)); %e11p  
ep22R=sparse(zeros(N,N-2)); %e22p  
ep33R=sparse(zeros(N,N-2)); %e33p  
ep23R=sparse(zeros(N,N-2)); %e23p  
LmR=sparse(zeros(N,N-2)); %Lambda  
psiR=sparse(zeros(N,N-2)); %Psi  
aR=sparse(zeros(1,N-2)); %a  
bR=sparse(zeros(1,N-2)); %b  
cR=sparse(zeros(1,N-2)); %c  
gR=sparse(zeros(1,N-2)); %g  
hR=sparse(zeros(1,N-2)); %h  
MzR=sparse(zeros(1,N-2)); %Mz  
  
%*****  
*  
%  CONSTANTES, VARIABLES Y PARAMETROS QUE INTERVIENEN EN CADA  
%  INCREMENTO DEL FRENTE DE PLASTICIDAD  
%*****  
*
```

```
alfa=1/(1+v);
beta=v/((1+v)*(1-2*v));
s11=sym('s11');
s22=sym('s22');
s23=sym('s23');
s33=sym('s33');
ep11=sym('ep11');
ep22=sym('ep22');
ep23=sym('ep23');
ep33=sym('ep33');
Lm=sym('Lm');
psi=sym('psi');
ep11A=sym('ep11A');
ep22A=sym('ep22A');
ep23A=sym('ep23A');
ep33A=sym('ep33A');
LmA=sym('LmA');

%*****
*
%          FUNCION DEL MODULO DE ELASTICIDAD
%*****
*
ref=sym('ref');
E=3200*ref*(1-160*Lm^1.3);          %Modulo de elasticidad(MPa)
ref=1;

%*****
*
%          ESFUERZO DESVIADOR Y EQUIVALENTE
%*****
*
sD11=sym('sD11');
sD22=sym('sD22');
sD23=sym('sD23');
sD33=sym('sD33');
sEQ=(3/2*(sD11^2+sD22^2+sD33^2+2*sD23^2))^(1/2);
s=[s11,0,0;
   0,s22,s23;
   0,s23,s33];
sD=s-1/3*trace(s)*eye(3);

%*****
*
%          CRITERIO A EMPLEAR
```

```
%*****  
*  
alfap=0.10;  
K=11.0;  
F=alfap*trace(s)+sEQ-K*(1+30e2*Lm^1.1);  
  
%*****  
*  
%           ECUACIONES LINEALES  
%           MATRIZ PUNTUAL  
%   s11 s22 s33 s23 ep11 ep22 ep33 ep23 Lm psi constantes  
%           MATRIZ VECINDARIO  
%   psin1 psin2 s11R1 s22R2  
%           MATRIZ GLOBAL  
%   a b c g h Mz  
%*****  
*  
r=sym('r');  
mp=sym(zeros(10,11));  
mv=sym(zeros(10,4));  
mg=sym(zeros(10,6));  
C1=sym('C1');  
C2=sym('C2');  
C3=sym('C3');  
  
%ECUACION DE s11  
mp(1,1)=1/E;  
mp(1,9)=diff(s11/E,Lm);  
mp(1,11)=mp(1,9)*Lm;  
mp(1,5)=alfa+beta;  
mp(1,6)=beta;  
mp(1,7)=beta;  
mp(1,10)=-(alfa+beta)*C1-beta/r;  
mv(1,1)=-(alfa+beta)*C2;  
mv(1,2)=-(alfa+beta)*C3;  
mg(1,5)=-beta;  
  
%ECUACION DE s22  
mp(2,2)=1/E;  
mp(2,9)=diff(s22/E,Lm);  
mp(2,11)=mp(2,9)*Lm;  
mp(2,5)=beta;  
mp(2,6)=alfa+beta;  
mp(2,7)=beta;  
mp(2,10)=-beta*C1-(alfa+beta)/r;  
mv(2,1)=-beta*C2;
```

```
mv(2,2)=-beta*C3;
mg(2,5)=-beta;

%ECUACION DE s33
mp(3,3)=1/E;
mp(3,9)=diff(s33/E,Lm);
mp(3,11)=mp(3,9)*Lm;
mp(3,5)=beta;
mp(3,6)=beta;
mp(3,7)=alfa+beta;
mp(3,10)=-beta*(C1+1/r);
mv(3,1)=-beta*C2;
mv(3,2)=-beta*C3;
mg(3,5)=- (alfa+beta);

%ECUACION DE s23
mp(4,4)=1/E;
mp(4,9)=diff(s23/E,Lm);
mp(4,11)=mp(4,9)*Lm;
mp(4,8)=alfa;
mg(4,4)=- (alfa*r)/2;

%ECUACION NORMAL DE FLUJO
sD11=sD(1,1);
sD22=sD(2,2);
sD33=sD(3,3);
sD23=sD(2,3);
Q=eval(F);
H1=ep11-ep11A-(Lm-LmA)*diff(Q,s11);
H2=ep22-ep22A-(Lm-LmA)*diff(Q,s22);
H3=ep33-ep33A-(Lm-LmA)*diff(Q,s33);
H4=ep23-ep23A-1/2*(Lm-LmA)*diff(Q,s23);
vars=[s11 s22 s33 s23 ep11 ep22 ep33 ep23 Lm];
for k=1:4
    for j=1:9
        variable=vars(j);
        mp(k+4,j)=diff(eval(strcat('H',num2str(k))),variable);
        if j<=4
            mp(k+4,11)=mp(k+4,11)+mp(k+4,j)*variable;
        end
    end
end

%CRITERIO DE PLASTICIDAD
F=eval(F);
for j=1:9
    variable=vars(1,j);
    mp(9,j)=diff(F,variable);
    mp(9,11)=mp(9,11)+mp(9,j)*variable;
```

```
end

%ECUACION DE EQUILIBRIO LOCAL
%psin1 psin2 ep11n1 ep11n2 ep22n1 ep22n2 ep33n1 ep33n2
mp(10,1)=(C1+1/r);
mp(10,2)=(-1/r);
mv(10,3)=C2;
mv(10,4)=C3;

%*****
*
%          ECUACIONES NO LINEALES
%*****
*

psi2=sym('psi2');
psi3=sym('psi3');
h=sym('h');
g=sym('g');
G=sym(zeros(9,1));

%ECUACION DE s11
G(1,1)=s11/eval(E)+(alfa+beta)*ep11+beta*ep22+beta*ep33-
((alfa+beta)*C1+beta/r)*psi-(alfa+beta)*C2*psi2-(alfa+beta)*C3*psi3-beta*h;

%ECUACION DE s22
G(2,1)=s22/eval(E)+beta*ep11+(alfa+beta)*ep22+beta*ep33-
(beta*C1+(alfa+beta)/r)*psi-beta*C2*psi2-beta*C3*psi3-beta*h;

%ECUACION DE s33
G(3,1)=s33/eval(E)+beta*ep11+beta*ep22+(alfa+beta)*ep33-
beta*(C1+1/r)*psi-beta*C2*psi2-beta*C3*psi3-(alfa+beta)*h;

%ECUACION DE s23
G(4,1)=s23/eval(E)+alfa*ep23-1/2*(alfa*r*g);

%ECUACION NORMAL DE FLUJO
for k=1:4;
    G(k+4,1)=eval(strcat('H',num2str(k)));
end

%CRITERIO DE PLASTICIDAD
G(9,1)=F;

%GRADIENTE DE G
gG=sym(zeros(9));
```



```
for k=1:9
    for j=1:9
        variable=vars(j);
        gG(k,j)=diff(G(k),variable);
    end
end

%*****
*
%           AJUSTE DE b EN EL FRENTE DE PLASTICIDAD
%*****
omega=sym('omega');
s23L=sym('s23L');
s23=omega*s23L;
Fomega=eval(F);
dFomega=diff(Fomega,omega);
s11=sym('s11');
s22=sym('s22');
s23=sym('s23');
s33=sym('s33');

%*****
*
%           INICIO DE ITERACIONES
%*****
*

tic;
for n=1:N-2

%*****
*
%           FRENTE DE PLASTICIDAD EN EL BORDE
%*****
*

    if n==1
        Lm=0;
        aR(1)=-v*Fz/(pi*eval(E)*R^2);
        cR(1)=Fz/(pi*eval(E)*R^2);
        s11=0;
        s22=0;
        s33=(2*beta*aR(1)+(alfa+beta)*cR(1))*eval(E);
        sD11=eval(sD(1,1));
        sD22=eval(sD(2,2));
        sD33=eval(sD(3,3));
        sD23=eval(sD(2,3));
        error=0.1;
```

```
Fe=eval(F);
s23F=s23-Fe/diff(Fe,s23);
s23=K/(3)^(1/2);
while error>=Tol
    error=eval(s23-s23F);
    s23=eval(s23F);
end
s23R(1,1)=s23;
s33R(:,1)=s33;
bR(1)=2*s23/(alfa*R*eval(E));
MzR(1)=bR(1)*pi*R^4*eval(E)/(4*(1+v));
for i=2:N-1
    s23R(i,1)=alfa/2*bR(1)*vector(i)*eval(E);
end

%INTEGRACION DE LA CARGA AXIAL
integracion=s33R(1)*pi*R^2;
n
integracion
```

else %if n=1, plasticidad en puntos interiores

```
%*****
*
% VALORES INICIALES PARA EL AJUSTE DE LAS ECUACIONES NO LINEALES
%*****
*
```

```
solucion=sparse(zeros(10*n+6,1));
for j=1:n
    k=10*(j-1);
    solucion(k+1)=s11R(j,n-1);
    solucion(k+2)=s22R(j,n-1);
    solucion(k+3)=s33R(j,n-1);
    solucion(k+4)=s23R(j,n-1);
    solucion(k+5)=ep11R(j,n-1);
    solucion(k+6)=ep22R(j,n-1);
    solucion(k+7)=ep33R(j,n-1);
    solucion(k+8)=ep23R(j,n-1);
    solucion(k+9)=LmR(j,n-1);
    solucion(k+10)=psiR(j,n-1);
end
k=10*n;
solucion(k+1)=aR(n-1);
solucion(k+2)=bR(n-1);
solucion(k+3)=cR(n-1);
solucion(k+4)=bR(n-1);
solucion(k+5)=cR(n-1);
```

```
solucion(k+6)=MzR(n-1);
```

```
%*****  
*  
% VALORES ANTERIORES DE LAS DEFORMACIONES PLASTICAS Y EL  
% MULTIPLICADOR PLASTICO LAMBDA  
%*****  
*  
  
%VECTOR DE DEFORMACIONES PLASTICAS DEL PASO ANTERIOR  
epA=zeros(4*n,1);  
for j=1:n-1  
    k=4*(j-1);  
    epA(k+1)=ep11R(j,n-1);  
    epA(k+2)=ep22R(j,n-1);  
    epA(k+3)=ep33R(j,n-1);  
    epA(k+4)=ep23R(j,n-1);  
end  
  
%*****  
*  
% INICIO DE AJUSTE DE ECUACIONES NO LINEALES PARA CADA PUNTO  
%*****  
*  
  
%INICIO DE AJUSTE  
error=0.1;  
contador=1;  
while error>Tol %CONTROLA LA SOLUCION PARA CADA PUNTO  
    %'lineal'  
    %solucion  
    a=solucion(10*n+1);  
    b=solucion(10*n+2);  
    c=solucion(10*n+3);  
    g=solucion(10*n+4);  
    h=solucion(10*n+5);  
    for i=1:n  
        error1=0.1;  
        k=10*(i-1);  
        s11=solucion(k+1);  
        s22=solucion(k+2);  
        s33=solucion(k+3);  
        s23=solucion(k+4);  
        s23L=solucion(k+4);  
        ep11=solucion(k+5);  
        ep22=solucion(k+6);  
        ep33=solucion(k+7);
```

```
ep23=solucion(k+8);
Lm=max(solucion(k+9),0);
psi=solucion(10*i);
k=4*(i-1);
ep11A=epA(k+1);
ep22A=epA(k+2);
ep33A=epA(k+3);
ep23A=epA(k+4);
%LmA=LmR(i,n-1);
r=vector(i);
if i==1
    r2=vector(2);
    r3=vector(3);
    C1=((r2-r)^2-(r3-r)^2)/((r3-r2)*(r2-r)*(r3-r)); %n=1 (PUNTO
SOBRE EL BORDE)
    C2=(r3-r)/((r3-r2)*(r2-r)); %n=2
    C3=(r-r2)/((r3-r2)*(r3-r)); %n=3
    psi2=solucion(20);
    if n==2
        psi3=a*r3;
    else
        psi3=solucion(30);
    end
else
    rA=vector(i-1);
    rS=vector(i+1);
    C1=((rA-r)^2-(rS-r)^2)/((rS-rA)*(rS-r)*(rA-r)); %PUNTO ACTUAL
    C2=(r-rA)/((rS-rA)*(rS-r)); %PUNTO SIGUIENTE
    C3=(rS-r)/((rS-rA)*(rA-r)); %PUNTO ANTERIOR
    if i==n
        psi2=a*rS;
    else
        psi2=solucion(10*(i+1));
    end
    psi3=solucion(10*(i-1));
end
V=[s11; s22; s33; s23; ep11; ep22; ep33; ep23; Lm];
if contador>1
    if i<n
        while error1>Tol
            Ge=eval(G);
            gGe=eval(gG);
            Vn=V-(gGe^-1)*Ge;
            if Vn(9,1)<0
                Vn(9,1)=0;
            end
            for k=1:9
                error1=0;
                if (abs(Vn(k,1))+abs(V(k,1)))>Tol*Tol
```

```

        errorprov=abs(Vn(k,1)-
V(k,1))/(abs(Vn(k,1))+abs(V(k,1)));
        if error1<errorprov
            error1=errorprov;
        end
    end
end
if error1>Tol
    V=Vn;
    s11=V(1);
    s22=V(2);
    s33=V(3);
    s23=V(4);
    ep11=V(5);
    ep22=V(6);
    ep33=V(7);
    ep23=V(8);
    Lm=max(V(9),0);
else
    k=10*(i-1);
    solucion(k+1)=Vn(1);
    solucion(k+2)=Vn(2);
    solucion(k+3)=Vn(3);
    solucion(k+4)=Vn(4);
    solucion(k+5)=Vn(5);
    solucion(k+6)=Vn(6);
    solucion(k+7)=Vn(7);
    solucion(k+8)=Vn(8);
    solucion(k+9)=max(Vn(9),0);
end
end
end
if i==n
    omega=1;
    while error1>Tol
        Fomegae=eval(Fomega);
        dFomegae=eval(dFomega);
        omegaN=omega-Fomegae/dFomegae;
        error1=abs(omegaN-omega)/(abs(omegaN)+abs(omega));
        if error1>Tol
            omega=omegaN;
        else
            solucion(10*(i-1)+4)=omega*s23L;
            s23=omega*s23L;
        end
    end
end
else %primera pasada
    omega=1;
end
```

```
while error1>Tol
    Fomegae=eval(Fomega);
    dFomegae=eval(dFomega);
    omegaN=omega-Fomegae/dFomegae;
    error1=abs(omegaN-omega)/(abs(omegaN)+abs(omega));
    if error1>Tol
        omega=omegaN;
    else
        solucion(10*(i-1)+4)=omega*s23L;
        s23=omega*s23L;
    end
end

end %CONTADOR DE EL PRIMER AJUSTE Y POSTERIORES
end %FIN DE AJUSTE DE ACUACIONES NO LINEALES
error2=1;
omega=1;
r=vector(n);
s11=((alfa+2*beta)*a+beta*c)*eval(E);
s22=((alfa+2*beta)*a+beta*c)*eval(E);
s33=(2*beta*a+(alfa+beta)*c)*eval(E);
s23=((alfa/2)*r*b)*eval(E);
while error2>Tol
    Fomegae=eval(Fomega);
    dFomegae=eval(dFomega);
    omegaN=omega-Fomegae/dFomegae;
    error2=abs(omegaN-omega)/(abs(omegaN)+abs(omega));
    if error2>Tol
        omega=omegaN;
    else
        solucion(10*n+2)=omega*b;
        b=omega*b;
    end
end
end
contador=contador+1;

%*****
*
%   FRENTE DE PLASTICIDAD CONTENIDO PARA VALORES DE 0<r<R
%   ECUACIONES LINEALES
%*****
*

A=sparse(zeros(10*n+6));
B=sparse(zeros(10*n+6,1));
%b=solucion(10*n+2); diferente a validacion2
for i=1:n
```

```

r=vector(i);
k=10*(i-1);
s11=solucion(k+1);
s22=solucion(k+2);
s33=solucion(k+3);
s23=solucion(k+4);
ep11=solucion(k+5);
ep22=solucion(k+6);
ep33=solucion(k+7);
ep23=solucion(k+8);
Lm=max(solucion(k+9),0);
LmA=LmR(i,n-1);
k=4*(i-1);
ep11A=epA(k+1);
ep22A=epA(k+2);
ep33A=epA(k+3);
ep23A=epA(k+4);
if i==1
    r2=vector(2);
    r3=vector(3);
    C1=((r2-r)^2-(r3-r)^2)/((r3-r2)*(r2-r)*(r3-r)); %n=1 (PUNTO
SOBRE EL BORDE)
    C2=(r3-r)/((r3-r2)*(r2-r)); %n=2
    C3=(r-r2)/((r3-r2)*(r3-r)); %n=3
    mpe=eval(mp(1:9,:));
    mve=eval(mv(1:9,:));
    mge=eval(mg(1:9,:));
    %Conformacion de las matrices A y B en r=R
    A(1:9,1:10)=mpe(:,1:10);
    A(1:9,10*n+1:10*n+6)=mge;
    B(1:9)=mpe(:,11);
    B(5:8)=B(5:8)+epA(1:4);
    A(1:9,20)=mve(:,1);
    if n==2
        A(1:9,10*n+1)=A(1:9,10*n+1)+mve(:,2)*r3;
    else
        A(1:9,30)=mve(:,2);
    end
    %Condicion de frontera en r=R
    A(10,1)=1;
else
    rA=vector(i-1);
    rS=vector(i+1);
    C1=((rA-r)^2-(rS-r)^2)/((rS-rA)*(rS-r)*(rA-r)); %PUNTO ACTUAL
    C2=(r-rA)/((rS-rA)*(rS-r)); %PUNTO SIGUIENTE
    C3=(rS-r)/((rS-rA)*(rA-r)); %PUNTO ANTERIOR
    if i==n
        mpe=eval(mp(1:4,:));
        mve=eval(mv(1:4,:));
    end
end

```

```
mge=eval(mg(1:4,:));
%Evaluacion de la matrices A y B en r=r0
k1=10*(n-1)+1;
k2=10*(n-1)+4;
A(k1:k2,10*(n-1)+1:10*n)=mpe(:,1:10);
B(k1:k2)=mpe(:,11);
A(k1:k2,10*n+1:10*n+6)=mge;
A(k1:k2,10*n+1)=A(k1:k2,10*n+1)+mve(:,1)*rS;
A(k1:k2,10*(n-1))=A(k1:k2,10*(n-1))+mve(:,2);

%Deformaciones plasticas y parametro de
%endurecimiento igual a cero en frente de plasticidad
k=10*(n-1);
A(k+5,k+5)=1;
A(k+6,k+6)=1;
A(k+7,k+7)=1;
A(k+8,k+8)=1;
A(k+9,k+9)=1;
%Ecuacion de continuidad del desplazamiento radial
A(10*n,10*n)=1;
A(10*n,10*n+1)=-r;
else
mpe=eval(mp);
mve=eval(mv);
mge=eval(mg);
%Evaluacion de la matrices A y B en r=R
k1=10*(i-1)+1;
k2=10*i;
A(k1:k2,k1:k2)=mpe(:,1:10);
A(k1:k2,10*n+1:10*n+6)=mge;
B(k1:k2)=mpe(:,11);
B(10*(i-1)+5:10*(i-1)+8)=B(10*(i-1)+5:10*(i-
1)+8)+epA(4*(i-1)+1:4*i);
A(k1:k2,10*(i+1))=A(k1:k2,10*(i+1))+mve(:,1);
A(k1:k2,10*(i-1))=A(k1:k2,10*(i-1))+mve(:,2);
A(k1:k2,10*i+1)=A(k1:k2,10*i+1)+mve(:,3);
A(k1:k2,10*(i-2)+1)=A(k1:k2,10*(i-2)+1)+mve(:,4);
end
end
end

%CONTINUIDAD DEL ESFUERZO s11 EN EL FRENTE DE PLASTICIDAD
Lm=0;
A(10*n+1,10*(n-1)+1)=1;
A(10*n+1,10*n+1)=-(alfa+2*beta)*eval(E);
A(10*n+1,10*n+3)=-beta*eval(E);

%CONTINUIDAD DEL DESPLAZAMIENTO EN LA DIRECCION DE teta EN
EL FRENTE DE PLASTICIDAD
```



```
A(10*n+2,10*n+4)=1;  
A(10*n+2,10*n+2)=-1;
```

```
%CONTINUIDAD DEL DESPLAZAMIENTO EN LA DIRECCION DE z EN EL  
FRENTE DE PLASTICIDAD
```

```
A(10*n+3,10*n+5)=1;  
A(10*n+3,10*n+3)=-1;
```

```
%ECUACION DEL MOMENTO
```

```
for i=1:n  
    if i==1  
        dr=(vector(1)-vector(2))/2;  
    elseif i==n  
        dr=(vector(n-1)-vector(n))/2;  
    else  
        dr=(vector(i-1)-vector(i+1))/2;  
    end  
    r=vector(i);  
    A(10*n+4,10*(i-1)+4)=2*r^2*dr;  
end  
r=vector(n);  
Lm=0;  
A(10*n+4,10*n+2)=1/4*r^4*alfa*eval(E);  
A(10*n+4,10*n+6)=-1/(pi);
```

```
%ECUACION DE LA CARGA AXIAL
```

```
for i=1:n  
    r=vector(i);  
    if i==1  
        dr=(vector(1)-vector(2))/2;  
    elseif i==n  
        dr=(vector(n-1)-vector(n))/2;  
    else  
        dr=(vector(i-1)-vector(i+1))/2;  
    end  
    A(10*n+5,10*(i-1)+3)=2*r*dr;  
end  
r=vector(n);  
Lm=0;  
A(10*n+5,10*n+1)=2*beta*r^2*eval(E);  
A(10*n+5,10*n+3)=(alfa+beta)*r^2*eval(E);  
B(10*n+5)=Fz/pi;
```

```
%CRITERIO DE PLASTICIDAD EN EL FRENTE DE PLASTICIDAD
```

```
Lm=0;  
s11=((alfa+2*beta)*a+beta*c)*eval(E);
```

```
s22=((alfa+2*beta)*a+beta*c)*eval(E);  
s33=(2*beta*a+(alfa+beta)*c)*eval(E);  
s23=((alfa/2)*r*b)*eval(E);  
Fant=eval(F);
```

```
A(10*n+6,10*n+1)=(eval((mp(9,1)+mp(9,2))*(alfa+2*beta)+mp(9,3)*2*beta))*eval(E);
```

```
A(10*n+6,10*n+3)=(eval((mp(9,1)+mp(9,2))*beta+mp(9,3)*(alfa+beta)))*eval(E);
```

```
A(10*n+6,10*n+2)=(eval((mp(9,4))*(alfa*r)/2))*eval(E);
```

```
A(10*n+6,10*(n-1)+9)=eval(mp(9,9));
```

```
B(10*n+6,1)=eval(mp(9,1))*s11+eval(mp(9,2))*s22+eval(mp(9,3))*s33+eval(mp(9,4))*s23+Fant;
```

```
x=inv(A)*(B);
```

```
error=0;
```

```
for k=1:10*n+6
```

```
    if (abs(solucion(k,1))+abs(x(k,1)))>Tol*Tol
```

```
        errorprov=abs(solucion(k,1)-
```

```
x(k,1))/(abs(solucion(k,1))+abs(x(k,1)));
```

```
        if error<errorprov
```

```
            error=errorprov;
```

```
            k0=k;
```

```
        end
```

```
    end
```

```
end
```

```
solucion=x;
```

```
end
```

```
%Resultados del comportamiento plastico
```

```
for j=1:n
```

```
    k=10*(j-1);
```

```
    s11R(j,n)=solucion(k+1);
```

```
    s22R(j,n)=solucion(k+2);
```

```
    s33R(j,n)=solucion(k+3);
```

```
    s23R(j,n)=solucion(k+4);
```

```
    ep11R(j,n)=solucion(k+5);
```

```
    ep22R(j,n)=solucion(k+6);
```

```
    ep33R(j,n)=solucion(k+7);
```

```
    ep23R(j,n)=solucion(k+8);
```

```
    LmR(j,n)=solucion(k+9);
```

```
    psiR(j,n)=solucion(k+10);
```

```
end
```

```
aR(n)=solucion(10*n+1);
```

```
bR(n)=solucion(10*n+2);
```

```
cR(n)=solucion(10*n+3);
```

```
gR(n)=solucion(10*n+4);
```

```
hR(n)=solucion(10*n+5);
MzR(n)=solucion(10*n+6);
%Resultados del comportamiento elastico
Lm=0;
s11R(n+1:N,n)=((alfa+2*beta)*aR(n)+beta*cR(n))*eval(E);
s22R(n+1:N,n)=((alfa+2*beta)*aR(n)+beta*cR(n))*eval(E);
s33R(n+1:N,n)=(2*beta*aR(n)+(alfa+beta)*cR(n))*eval(E);
for i=n+1:N-1
    s23R(i,n)=((alfa/2)*bR(n)*vector(i))*eval(E);
end

r=vector(n);
integracion=s33R(N,n)*r^2;
integracion=integracion+s33R(n,n)*(vector(n-1)-vector(n))/2*r^2;
integracion=integracion+s33R(1,n)*(vector(1)-vector(2))/2*r^2;
for i=2:n-1
    r=vector(i);
    integracion=integracion+s33R(i,n)*(vector(i-1)-vector(i+1))/2*r^2;
end
n
integracion=integracion*pi

tiempo(n)=toc;
end %if de la entrada de los puntos
end % for n=1:N (renglon 260) avanza punto por punto
paso=1:1:N-1;
```

APÉNDICE II. FICHAS TÉCNICAS DE MATERIALES

LOCTITE

Henkel Capital, S.A. de C.V.
 Calz. de la Viga s/n, Fracc. los Laureles, Loc. Tulpetlac,
 55090 Ecatepec de Morelos, Edo. de México
 Asesoría Técnica sin costo: 01 800 90 18 100
 Ventas: 5836 1305

Hoja de Datos Técnicos Producto E-20HP

Versión Industrial, Agosto 2001

DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO

El Producto LOCTITE® E-20HP es un adhesivo epóxico grado industrial tenaz de viscosidad media con un tiempo de vida de trabajo medio. Una vez mezclado, el epóxico de dos componentes cura a temperatura ambiente formando una línea de unión blanca y tenaz. Cuando el epóxico endurece completamente, es resistente a una amplia variedad de solventes y trabaja como un excelente aislante eléctrico.

APLICACIONES TÍPICAS

Epóxico de alto desempeño que proporciona una resistencia excelente en una amplia variedad de plásticos y metales. Ideal para ensambles industriales de propósitos generales.

PROPIEDADES DEL MATERIAL SIN CURAR

Resina	Valor	Típico	Rango
Tipo Químico	Epóxico		
Apariencia	Líquido amarillo pálido		
Gravedad específica @ 25°C	1.00		0.9 a 1.1
Viscosidad @ 25°C, mPa.s(cP)	65,000		40,000 a 90,000
Flash Point (TCC), °C (°F)	>93(>200)		

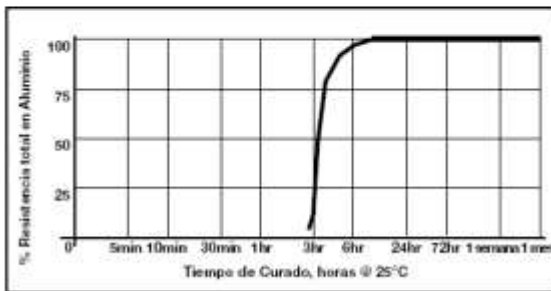
Endurecedor	Valor	Típico	Rango
Tipo Químico	Amina		
Apariencia	Líquido Amarillo		
Gravedad específica @ 25°C	1.10		1.0 a 1.2
Viscosidad @ 25°C, mPa.s(cP)	7,000		5,500 a 8,000
Flash Point (TCC), °C (°F)	>93(>200)		

Mezcla	Valor Típico
Apariencia	Bianco opaco
Gravedad Específica @ 25°C	1.03
Razón de mezcla (R-E) por peso	100 a 55
Por volumen	2 a 1

COMPORTAMIENTO TÍPICO DEL CURADO

Velocidad de curado

La gráfica siguiente muestra la resistencia desarrollada con el tiempo en placas de aluminio lijadas y tratadas con ácido con una holgura en la línea de unión de 3 a 9 milésimas y probadas de acuerdo a la norma ASTM D-1002.



Propiedades de Curado

(@ 25°C a menos que se indique otra cosa)

	Valor Típico
Tiempo de Trabajo, minutos	20
Secado al tacto, minutos	40

PROPIEDADES TÍPICAS DEL MATERIAL CURADO

(@ 25°C a menos que se indique otra cosa)

Propiedades Físicas	Valor Típico
Resistencia Dieléctrica, Volts/Mil	500
Resistencia a la tensión ASTM D-638	5,700
Elongación ASTM D-638, %	8
Dureza ASTM D-1706, Shore D	80
Temperatura de Transición del Vidrio, Tg, °C	60

COMPORTAMIENTO DEL MATERIAL CURADO

Resistencia al Corte vs Substratos

(Substratos curados durante 5 días a 22°C)

PLACA	N/mm²	(psi)
Acero sambiasteado	22.6	3270
Aluminio (Lijado/Decapado con ácido, Con holgura de 3 a 9 milésimas)	28.2	4090
Aluminio (Anodizado)	17.4	2530
Acero Inoxidable	22.0	3190
Polycarbonato	3.9	560
Nylon	1.8	260
Madera (Abeto)	11.4	1,660
RESISTENCIA AL CORTE EN BLOQUE	N/mm²	(psi)
PVC	7.9	1140
ABS	10.4	1510
Epóxico	28.6	4140
Acrílico	2.0	290
Vidrio	32.3	4690

RESISTENCIA TÍPICA AMBIENTAL

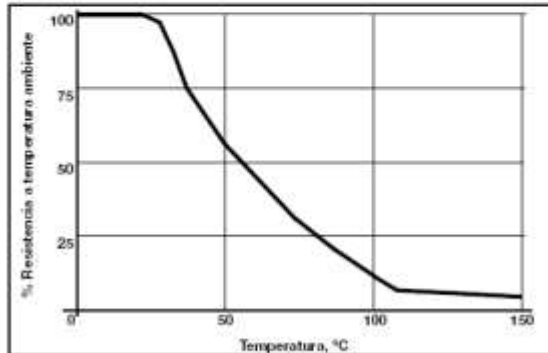
Resistencia a la Temperatura

Procedimiento de prueba ASTM D 1002

Substrato: Aluminio, decapado con ácido y lijado

Holgura en la unión, milésimas: 3 a 9

Procedimiento de curado: 12 horas a 65°C a 4 horas a 22°C

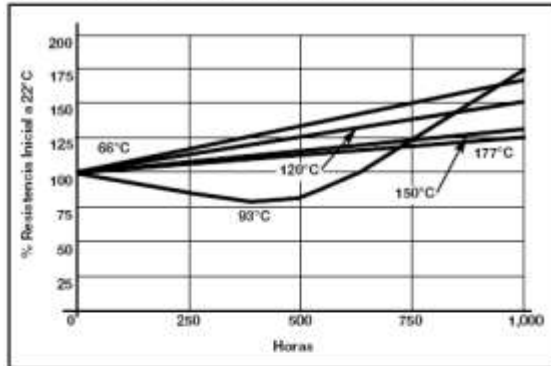


NO UTILIZAR COMO ESPECIFICACIONES DEL PRODUCTO
 LOS DATOS TÉCNICOS QUE AQUÍ SE MENCIONAN, SE FACILITAN SOLO COMO REFERENCIA PARA MÁS INFORMACIÓN Y RECOMENDACIONES DE ESTE PRODUCTO, POR FAVOR PONERSE EN CONTACTO CON EL DEPARTAMENTO TÉCNICO DE LOCTITE



Envejecimiento a la temperatura

Envejecido a la temperatura indicada y probado a 22°C.
Curado por 5 días a 22°C en acero sin inducción de holgura.



Resistencia Química/Solventes

Curado por 5 días a 22°C en acero sin holgura, envejecido bajo las condiciones indicadas y probadas a 22°C

Solvente	Temp.	% Resistencia inicial Retenida en	
		500 hr	1000 hr
Aire (referencia)	87°C	-	137
Aceite de Motor(10W-30)	87°C	164	171
Gasolina Sin Plomo	22°C	108	82
Agua/Glicol (50%/50%)	87°C	121	125
Sal/Niebla ASTM B-117	22°C	-	73
Humedad Relativa 95%	38°C	-	100
Humedad Condensada	49°C	-	90
Agua	22°C	-	81
Acetona	22°C	76	95
Alcohol Isopropílico	22°C	87	125

INFORMACION GENERAL

Este producto no está recomendado para uso con oxígeno puro y/o sistemas ricos en oxígeno, y no se debe elegir como un sellador para cloro u otros materiales oxidantes fuertes.

Para información sobre seguridad en la manipulación de este producto, consultar la Hoja de Datos de Seguridad del Material (HDSM)

Modo de Empleo

1. Para obtener una resistencia estructural de pegado, remueva de la superficie los contaminantes existentes como pintura, capa de óxido, aceite, polvo, agentes desmoldantes y otros materiales contaminantes.
2. Use guantes para minimizar el contacto con la piel. NO USE solventes para la limpieza de sus manos.
3. Cartuchos Dobles: Para su uso simplemente inserte el cartucho en la pistola aplicadora y empuje el embolo dentro de los cilindros presionando ligeramente el gatillo. Posteriormente remueva la tapa del cartucho de la punta y expulse una pequeña cantidad de adhesivo para asegurarse que en ambos lados el adhesivo fluye en una manera adecuada y libre. Si se desea un mezclado automático de la resina y del endurecedor, coloque la pipeta de mezclado en la punta del cartucho y empiece a dosificar el adhesivo. Para un mezclado manual, expulse la cantidad de adhesivo deseado y mezcle minuciosamente. Mezcle durante 15 segundos

aproximadamente hasta obtener un color uniforme. Contenedores a Granel: Mezcle minuciosamente pesando o midiendo en volumen las proporciones indicadas en la sección de Propiedades del Material Sin Curar. Mezcle vigorosamente durante 15 segundos aproximadamente hasta obtener un color uniforme.

4. Para obtener la máxima resistencia de pegado aplique adhesivo en ambas superficies a ser pegadas.
5. La aplicación a los substratos debe ser realizada dentro de los 3 minutos posteriores al mezclado. El uso de grandes cantidades y/o altas temperaturas reducen el tiempo de trabajo.
6. Junte las superficies con el adhesivo aplicado y permita que curen a 25°C(77°F) durante 24 horas para obtener una alta resistencia. Calentar a 93°C(200°C), acelerara el curado)
7. Mantenga las piezas sin mover durante el tiempo de curado. Se requiere aplicar una presión de contacto. La resistencia máxima se alcanza con una holgura de unión entre 3 – 9 milésimas.
8. El exceso de adhesivo sin curar puede limpiarse con solventes derivados de la acetona.

Almacenamiento

Almacene el producto en un lugar frío y seco, en envases cerrados a una temperatura entre 8°C y 28°C (46°F a 82°F). A menos que se indique lo contrario en la etiqueta. Las condiciones óptimas de almacenamiento se alcanzan a la mitad del rango de temperatura. Para evitar la contaminación del producto no usado, no regresar el producto sobrante al envase original. Para información específica del tiempo de vida útil del producto ponerse en contacto con el Departamento Técnico.

Rango de los Datos

Los datos aquí contenidos se pueden indicar como un valor y/o rango típico. Los valores están basados en datos reales y se verifican periódicamente.

Nota:

Los datos aquí contenidos se facilitan sólo para información, y se consideran fiables. No podemos asumir responsabilidades sobre los resultados obtenidos por otros cuyos métodos no tenemos control alguno. Es responsabilidad del usuario determinar la aptitud de los métodos de producción aquí mencionados para sus propios fines, y adoptar las precauciones que sean recomendables para proteger a toda persona o propiedad de los riesgos que pueda entrañar la manipulación y utilización del mismo. **A la vista de lo anterior, Henkel Loctite Corporation declina específicamente todas las garantías explícitas o implícitas, incluyendo garantías de comercialización o instalación para un propósito en particular, producidas por la venta o uso de productos de Henkel Loctite Corporation. Henkel Loctite Corporation declina específicamente cualquier responsabilidad por daños, como consecuencia o incidentales, de cualquier tipo, incluyendo la pérdida de ganancias.** La exposición aquí ofrecida sobre procesos o composiciones, no debe interpretarse como una afirmación de que estos estén libres de patentes que obran en poder de otras firmas, o que son licencias de Henkel Loctite Corporation, que pueden cubrir dichos procesos o composiciones. Recomendamos a cada posible usuario que pruebe la aplicación propuesta antes de su utilización habitual, empleando estos datos como guía. Este producto puede estar cubierto por una o varias patentes estadounidenses o de otras nacionalidades, o por solicitudes de patentes.



LOCTITE

1001 Trout Brook Crossing
Rocky Hill, CT 06067-3910
Telephone: (860) 571-5100
FAX: (860) 571-5465

Product Description Sheet

Hysol® Product D609
formerly Hysol 609

Industrial Products, August 2001

Description

Loctite® Hysol® D609 is an exceptional epoxy formulation recommended for lower temperature or wet industrial bonding applications where fast curing is required. This ultra clear, two part, low viscosity system mixes easily at room temperature. It is suitable for high performance structural bonding applications requiring a combination of very fast room temperature cure, low shrinkage, and excellent mechanical properties. Fully cured Hysol D609 is an excellent electrical insulator and provides superior resistance to vapors and gases, water, galvanic action, petroleum fuels, salt solution and many other organic and inorganic compounds.

Recommended Substrates: metals, phenolic plastics, polyester, glass and glass fabrics, hardboards and forestry products, ceramics, rubber, masonry materials and other construction materials.

Features

- Very Fast Room Temperature
- No Solvents
- Easy to Mix
- Very Clear
- Self Leveling

Typical Uncured Properties	Part A	Part B	Mixed
Pot Life @ 77°F, 20 grams mins	—	—	5
Color	Clear	Clear	Clear
Viscosity, cP	11,000 to 19,000	11,000 to 19,000	N/A
Mix Ratio			
By weight	1	1	
By volume	1	1	

Typical Properties	Typical Value
Tensile Strength, psi, ASTM D 638	4200
Hardness, Shore D	75

Electrical Properties	Typical Value
Dielectric Strength, ASTM D149, V/mil	415

Shear Strength, psi, ASTM D 1002 Etched Aluminum		
Cure Schedule	Test Temp °F	Typical Value
24 Hours @ 77°F	77	1800

Handling

Mixing: This product requires mixing two components together just prior to application. Complete mixing is necessary. The temperature of the separate components prior to mixing is not critical, but they should be close to room temperature.

Application

Mixing - Bulk: Combine Part A (resin) and Part B (hardener) in the correct ratio (1:1) and mix thoroughly until the color and consistency are uniform. Ratios given above can be used for measuring larger amounts. Mixing the adhesive just prior to use is recommended. Heat buildup during or after mixing is normal. Do not mix quantities greater than 1/2 pound as dangerous heat buildup can occur causing uncontrolled decomposition of the mixed adhesive. Mixing smaller quantities will minimize the heat buildup.

Mixing - Cartridges: Place cartridge in proper dispenser. To begin using a new cartridge, remove the cap and dispense a small amount of adhesive, making sure both parts A & B are extruding. Attach nozzle and dispense approximately 1-2" before applying onto the part to be bonded. Partially used cartridges should be stored with the mixing nozzle attached. To reuse, remove and discard the old nozzle, attach the new nozzle, and begin dispensing.

Application: Bonding surfaces should be clean and dry. Once the adhesive is applied, the bonded parts should be held in contact until the part has developed handling strength. It is not necessary to clamp the parts unless movement during cure is likely.

Cure: Complete cure is obtained after 24 hours at 77°F. HYSOL D609 will achieve handling strength after 10 minutes at 77°F (note: this can vary with different bond configurations).

Clean Up: It is important to remove excess adhesive from the work area and application equipment before it hardens. Many common solvents and citrus cleaners are suitable for removing uncured adhesive. Consult with your supplier's information pertaining to the safe and proper use of solvents.

Packaging

50 ml and 200 ml EPS Cartridges
Gallon and Five Gallon Systems

GENERAL INFORMATION

This product is not recommended for use in pure oxygen and/or oxygen rich systems and should not be selected as a sealant for chlorine or other strong oxidizing materials.

For safe handling information on this product, consult the Material Safety Data Sheet, (MSDS).

NOT FOR PRODUCT SPECIFICATIONS
THE TECHNICAL DATA CONTAINED HEREIN ARE INTENDED AS REFERENCE ONLY.
PLEASE CONTACT LOCTITE CORPORATION QUALITY DEPARTMENT FOR ASSISTANCE AND RECOMMENDATIONS ON SPECIFICATIONS FOR THIS PRODUCT.
ROCKY HILL, CT FAX: +1 (860)-571-5473 DUBLIN, IRELAND FAX: +353(41)-451-9959
Loctite and Hysol are Trademarks of Loctite Corporation USA







Hysol D609 August 2001

Storage

Store product in unopened container in a cool dry location. Ideal conditions are within the range 8 to 21 degrees C (46 to 70 degrees F) and are recommended for long term storage. Exposure to higher temperatures (greater than 28 degrees C) for prolonged periods should be avoided as extended exposure to warm conditions can adversely affect product properties. For further specific shelf life information, contact your local Technical Service Center.

Note

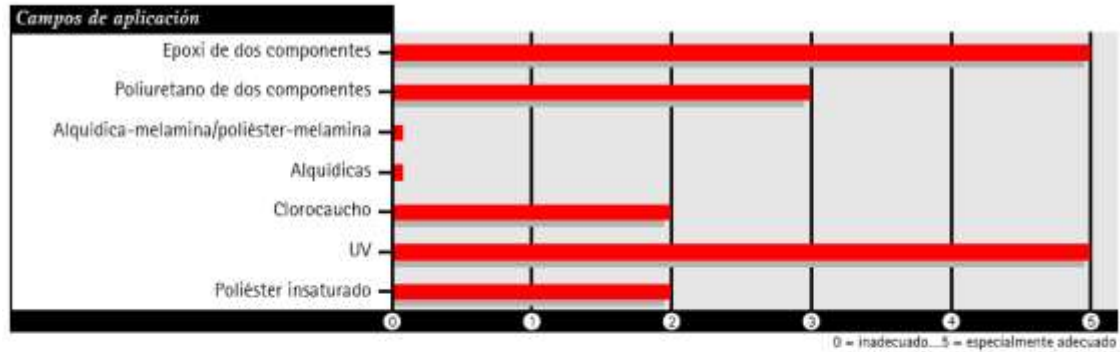
The data contained herein are furnished for information only and are believed to be reliable. We cannot assume responsibility for the results obtained by others over whose methods we have no control. It is the user's responsibility to determine suitability for the user's purpose of any production methods mentioned herein and to adopt such precautions as may be advisable for the protection of property and of persons against any hazards that may be involved in the handling and use thereof. In light of the foregoing, **Loctite Corporation specifically disclaims all warranties expressed or implied, including warranties of merchantability or fitness for a particular purpose, arising from sale or use of Loctite Corporation's products. Loctite Corporation specifically disclaims any liability for consequential or incidental damages of any kind, including lost profits.** The discussion herein of various processes or compositions is not to be interpreted as representation that they are free from domination of patents owned by others or as a license under any Loctite Corporation patents that may cover such processes or compositions. We recommend that each prospective user test his proposed application before repetitive use, using this data as a guide. This product may be covered by one or more United States or foreign patents or patent applications.

Loctite and Hysol are Registered Trademarks of Loctite Corporation U.S.A.

HOJAS DE DATOS TÉCNICOS

TEGO® Airex 900

desaireante para sistemas a base de disolventes, exentos de disolventes y de curado por radiación



Características especiales

- para sistemas a base de disolventes, exentos de disolventes y de curado por radiación.
- especialmente adecuado para sistemas pigmentados.
- altamente eficaz.

Aplicación

- Recubrimientos para asfalto* a base de resinas epoxi. * en español americano: pisos
Dosificación recomendada en forma de suministro, sobre el total de la formulación: 0,1 - 1,0 %
- Tintas serigráficas a base de disolventes y de curado por radiación.
Dosificación recomendada en forma de suministro, sobre el total de la formulación: 0,1 - 1,0 %
- Barnices de curado UV.
Dosificación recomendada en forma de suministro, sobre el total de la formulación: 0,1 - 1,0 %
- Recubrimientos para madera y muebles.
Dosificación recomendada en forma de suministro, sobre el total de la formulación: 0,1 - 0,8 %
- Esmaltes de acabado a estufa a base de resinas epoxi endurecidas con aminas/amina.
Dosificación recomendada en forma de suministro, sobre el total de la formulación: 0,1 - 1,0 %

Instrucciones de proceso

- Agitar antes de usarlo!
- En sistemas pigmentados es recomendable añadirlo en la fase de molienda.
- Se puede añadir tanto en forma de suministro como pre-disuelto.
- La pre-disolución con disolventes adecuados facilita la dosificación y la incorporación.
- Debe incorporarse con elevada fuerza de cizalla.

Solubilidad

Preparación de mezcla partes en peso	1 : 100	1 : 4
agua	-	-
butilícol	+	-
Acetona	0	-
Acetato de butilo	0	-
Estireno	0	-
TPGDA	-	-
cloro	+	-
Hidrocarburo alifático	+	0

0 = insoluble, solúble, 0 = opalescente, - = turbio o inestable

Descripción química

poliuretano modificado orgánicamente, con contenido de ácido sílico

Información técnica

- en forma de suministro: líquido
- contenido en sustancia activa: 100 %

Situación FDA/BfR

De acuerdo con las regulaciones existentes TEGO® Airex 900 no puede utilizarse en artículos cuya aplicación suponga entrar en contacto con alimentos.

Situación de registros

TEGO® Airex 900 y respectivamente sus ingredientes, están registrados en los siguientes inventarios de productos químicos: DSL, ECL, EINECS, IECSC, PICCS, RECA.

Envasado

- Bidón de plástico con tapa 200 kg
- Bidón de plástico con tapa 25 kg

Estabilidad de almacenamiento

Un año como mínimo, en bidones cerrados

Esta información y cualquier asesoramiento técnico posterior se basan en nuestros conocimientos y experiencia actuales. Sin embargo, no conlleva obligación alguna ni responsabilidad legal por nuestra parte, salvo en lo que respecta a los derechos de propiedad intelectual existentes de terceros, sobre todo derechos de patentes. En concreto, no se prevé ni conlleva ninguna garantía explícita o implícita, ni como ninguna garantía sobre las propiedades del producto en el sentido legal. Nos reservamos el derecho de realizar cambios en función de la evolución tecnológica u otros avances. El cliente es responsable de su diligencia de inspección y comprobar cuidadosamente los datos antes de usarlos. El funcionamiento del producto descrito en este documento deberá ser verificado mediante pruebas que deberán ser realizadas únicamente por expertos cualificados bajo la responsabilidad exclusiva del cliente. Los nombres o nombres comerciales empleados por otras compañías no constituyen una recomendación, ni significan que no puedan emplearse productos similares. (Estado: 05/2007)

BIBLIOGRAFÍA.

James M. Gere y Stephen P. Timoshenko

Mecánica de materiales
International Thomson Editores
Páginas: 187 a 197

W. Johnson and P. B. Mellor

Engineering Plasticity
Van Nostrand Reinhold Company London
Páginas: 39 a 79

O. C. Zienkiewicz y R. L. Taylor

El método de los elementos finitos, Volúmen 2
Mac Graw Hill
Páginas: 251 a 279

D.D McCracken y W.s. Dorn

Métodos numéricos y programación fortran
Limusa-Wiley
Páginas: 141 a 155

Nielsen, Lawrence E.

Mechanical properties of polymers and composites
Merzel Dekker
Páginas: 33 a 40

D. G. Weldom

Failure analysis of paints and coatings
Jhon Wiley and Sons
Páginas: 58-60 y 67 a 77

C.H. WANG and L.R.F. Rose

Determination of triaxial stresses in bonded joints
Journal of Adhesion and Adhesives 1997
Páginas: 17-25

Lucas F.M. da Silva et al

Analytical models of adhesively bonded joints-Part I: Literature survey
Journal of Adhesion and Adhesives 29 (2009) 319-330

Lucas F.M. da Silva et al

Analytical models of adhesively bonded joints-Part II: Literature survey
Journal of Adhesion and Adhesives 29 (2009) 319-330

A. B. de Morais et al

Strength of epoxy adhesive-bonded stainless-steel joints
International Journal of Adhesion and Adhesives 27 (2007) 679-686

C.H. Wang

Introduction to fracture mechanics
DSTO Aeronautical and Maritime Research Laboratory
1996