



“Modelación del comportamiento hidráulico de unidades de tratamiento de agua y su validación en un proceso de sedimentación”

Tesis que como Requisito para obtener el Grado de Doctor en Ciencia y Tecnología Ambiental presenta:

M.C. DAGOBERTO BURGOS FLORES

Director de Tesis:

DR. IGNACIO R. MARTÍN DOMÍNGUEZ

Comité Tutorial

**DR. EDUARDO HERRERA PERAZA
DR. GUILLERMO GONZALEZ SÁNCHEZ
DR. ANTONINO PEREZ HERNANDEZ
DR. MANUEL PEREZ TELLO (Externo)**

AGRADECIMIENTOS

“Gracias, es una palabra tan pequeña pero con un gran significado...y que, en estos tiempos, no se pronuncia tan a menudo como se debería”

Mi más profundo agradecimiento a dos grandes Instituciones:

Mi querida Universidad de Sonora, por proporcionarme las bases, no solo académicas, sino también de vida, en mi carrera como estudiante, por darme la oportunidad de consolidarme como profesionalista, y sobre todo permitirme plantar una semilla en cada uno de nuestros estudiantes, para que a la postre hagan de este mundo uno mucho mejor para vivir y a su vez que fortalezcan tu gran Lema “El saber de mis hijos hará mi grandeza”. A todas aquellas personas, administrativos, compañeros, que hicieron posible mi tránsito por los estudios de este doctorado... gracias...

y

Al Centro de Investigaciones en Materiales Avanzados S.C., en donde se me recibió como un hijo y en donde recibí conocimientos de la disciplina científica que me han permitido avanzar en mi consolidación como investigador. Me quedaré por siempre con muchos gratos recuerdos, de todas aquellas personas que me hicieron sentir en casa, que me dieron su apoyo y de las cuales espero guardar una amistad de por vida, los llevo en mi corazón...

A mis padres;

María Dolores Flores Castillo y Benjamín Burgos Cubillas j

La mejor herencia que los padres pueden dejar a sus hijos es una mente equilibrada y fortalecida, un carácter firme y a la par benévolo. Todo lo que soy, se lo debo a ustedes, muchas gracias por sus enseñanzas, por su apoyo, su amor y comprensión que permanentemente me hacen sentir.

A mis hermanos;

Rocio, Francisco, Benjamin, Yolanda, Oscar y Dolores

Por acompañarme en este viaje, por estar siempre, por sus palabras de aliento y apoyo incondicional para con mi superación, y a quienes debo una parte de mi fortaleza

A mi esposa Olivia

y

A mis hijas: Silka Nikol, Alexia Gisel y Tania Abigail

Por ser la parte medular en el logro de mis metas gracias por el apoyo, paciencia y comprensión que me brindaron a lo largo de esta etapa de mi vida y por acompañarme en este viaje. Ustedes saben que me hace sentir la mujer más orgullosa del Mundo y que hace grande a mi corazón.

¡Mis éxitos son suyos!

ÍNDICE

	Página
TÍTULO	i
AGRADECIMIENTOS	ii
TABLA DE CONTENIDO	v
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABLAS	Xiii
RESUMEN	xiv
I. ANTECEDENTES	1
I.1. Introducción	1
I.2. Antecedentes	1
I.3. Principales problemas de las plantas de tratamiento de aguas.	2
I.4. Caracterización de flujos anómalos en la unidad.	4
I.4.1. Corto-circuitos.	4
I.4.3. Zonas muertas.	5
I.4.4. Recirculación interna.	5
I.5. Análisis cuantitativo y cualitativo de flujos en la unidad.	6
I.5.1. Caracterización cualitativa de flujos en unidades de tratamiento.	7
I.5.2. Caracterización cuantitativa de flujos en unidades de tratamiento.	10
II. JUSTIFICACIÓN, HIPÓTESIS, OBJETIVO Y METAS	15
II.1. Hipótesis	15
II.2. Objetivo	15
II.3. Metas	15
III. MATERIALES Y MÉTODOS	16
III.1 Modelo físico	16
III.1.1. Montaje experimental del modelo físico	18
III.1.2. Tanque de carga constante	19
III.1.3. Sistema de inyección del trazador	19
III.1.4. Zona de medición de la concentración	20
III.2. Criterios de rediseño de las distintas zonas de la unidad	21
III.2.1. Principales zonas de la unidad	21
III.2.2. Zona de entrada	21
III.2.3. Zona de placas	23
III.2.4. Zona de salida	24
III.2.5. Geometrías resultantes al combinar los distintos arreglos en las tres zonas.	28
III.3. Análisis estadístico de la información experimental obtenida mediante imágenes	29
III.3.1. Verificación del comportamiento normal de la información visual	30
III.3.2. Cortocircuitos	34
III.3.3. Recirculación interna	34
III.3.4. Zonas muertas	35

INDICE

	Página
III.4. Desarrollo del modelo matemático	35
III.4.1. Análisis de unidades completamente mezcladas	36
III.4.2. Análisis de unidades con comportamiento de flujo pistón	37
III.4.3. Modelo de varios reactores en serie	40
III.4.4. modelo de varios reactores en serie con zonas muertas y corto-circuitos	42
III.4.5. Efectos de flujos de recirculación interna sobre el tiempo de residencia teórico.	43
III.4.6. Modelo de varios reactores en serie con recirculación interna:	46
III.4.7. Modelo de varios reactores en serie con corto-circuitos, zonas muertas y recirculación:	49
IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	52
IV.1. Comportamiento hidráulico de la unidad	52
IV.2. Análisis de la información visual	54
IV.2.1. Flujo en celdas	54
IV.2.2. Conversión de información cualitativa en cuantitativa.	55
IV.3. Propagación de errores en la obtención de las DTR experimental	56
IV.4. Modelo matemático desarrollado <i>versus</i> otros modelos	56
IV.4.1. Análisis las DTR experimentales y teóricas	57
IV.4.2. Resultados entre las DTR experimentales y teóricas	60
IV.4.3. Resumen del análisis estadístico de los datos teóricos <i>versus</i> experimentales	66
V. CONCLUSIONES	67
VI. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	69
ANEXO A. Secuencia fotográfica: Análisis y resultados de datos experimentales visuales obtenidos mediante la utilización de colorante como trazador.	75
ANEXO B. Resultados de datos experimentales obtenidos mediante sal como trazador.	98
ANEXO B-1. Análisis Estadístico de muestras duplicadas de datos experimentales obtenidos mediante sal como trazador.	122
ANEXO C. Predicciones del Modelo Simplificado de Rebhun y Argaman, utilizando curvas DTR obtenidas experimentalmente con sal como trazador.	127
ANEXO D. Predicciones del Modelo; VRS_cc_zm, utilizando curvas DTR obtenidas experimentalmente con sal como trazador.	136
ANEXO E. Desarrollo de los modelos matemáticos	145
ANEXO E.1. Obtención de la DTR normalizada para una unidad perfectamente mezclada.	145
ANEXO E.2. Obtención de la expresión de una unidad con FP	150
ANEXO E.3. Obtención de la expresión del Modelo VRS.	152
ANEXO E.4. Obtención de la expresión del Modelo VRS_cc-zm-rec	153

LISTA DE FIGURAS

Figura	Descripción de la figura	Página
I.1	Las canaletas de recolección del agua clarificada de esta unidad fueron rotas, para “agilizar” el proceso.	3
I.2	Ejemplo de unidad de tratamiento con mamparas dañadas ó modificadas.	4
I.3	Alteraciones hidráulicas en la entrada provocados por un incremento en la velocidad, debido a la reducción del diámetro.	4
I.4	Parte del flujo sigue un camino preferencial desde la entrada a la salida.	5
I.5	Disminución del volumen útil por zonas estancadas.	5
I.6	Devolución de una parte del flujo al interior de la unidad.	5
I.7	Curvas experimentales de Distribución de Tiempos de Residencia, obtenidas mediante la técnica estímulo-respuesta.	7
I.8	Caracterización de flujos mediante curvas DTR para flujo pistón.	8
I.9	Caracterización de flujos mediante curvas DTR para flujo completamente mezclado.	8
I.10	DTR con parámetros estadísticos utilizados para caracterizar el flujo en unidades de tratamiento.	9
I.11	Ajuste del modelo RA a los datos experimentales	12
I.12	Ajuste del modelo VRS_cc_zm a los datos experimentales	14
III.1	Montaje experimental para mantener condiciones de flujo constantes a modelo de sedimentador de alta tasa.	17
III.2	Sistema de inyección a la unidad	18
III.3	Bandeja de recolección del agua clarificada, utilizada para medir la concentración a la salida del sedimentador.	19
III.4	Arreglo experimental en la unidad para las pruebas de laboratorio.	20
III.5	Dimensiones del modelo físico del sedimentador de alta tasa utilizado	21
III.6	Zona de entrada. Geometrías diseñadas para la inyección del flujo a la unidad.	22
III.7	Esquema del funcionamiento hidráulico del área de placas inclinadas.	23
III.8	Arreglos varios en la zona de placas.	24
III.9	Sistema de salida de la unidad mediante arreglos de uno y dos canales; en ambos casos $H = 0.042$ m, $B = 0.03$ m.	24
III.10	Sistema de salida de la unidad mediante 1 canal, donde “h” y “b” varían en función del gasto de trabajo, $H = 1.5$ cm y $\theta = 90^\circ$ con un total de 30 vertedores, 15 por cada lado.	25
III.11	Sistema de salida de la unidad mediante 2 canales, donde “h” y “b” varían en función del gasto de trabajo, $H = 1.5$ cm y $\theta = 90^\circ$ con un total de 30 vertedores por canal, 15 por cada lado.	26
III.12	Dispositivo de recolección; tubo sumergido con 6 orificios en la parte superior	27
III.13	Tiempo que le tomó al colorante en llegar desde la parte inferior a la superior de la zona de placas.	31
III.14	Velocidad en cada celda con flujo ascendente de la zona de placas.	31
III.15	Gasto en cada celda con flujo ascendente de la zona de placas.	32
III.16	Frecuencias del grupo de datos experimentales	32
III.17	Tendencia del comportamiento del grupo de datos experimentales.	33
III.18	Teorema de límites centrales de una curva normal en campana.	33
III.19	Análisis estadístico de los datos experimentales utilizando las áreas de rechazo mediante los límites centrales	33
III.20	Gasto en cada celda con flujo ascendente y descendente (recirculación) de la zona de placas.	34
III.21	Unidad con flujo completamente mezclado	36
III.22	Diagrama de bloque para una unidad con flujo completamente mezclado	37

LISTA DE FIGURAS

Figura	Descripción de la figura	Página
III.23	Unidad con flujo pistón.	38
III.24	Varios reactores conectados en serie.	40
II.25	Diagrama y función de transferencia de varios reactores en serie.	41
III.26	Varios reactores en serie con zonas muertas y cortocircuitos.	42
III.27	Sistema con flujo de recirculación.	44
III.28	Diagrama y función de transferencia para un reactor con recirculación.	45
II.29	Varios reactores en serie con recirculación y cada unidad equivalen a una serie de etapas.	46
III.30	Diagrama de bloque de varios reactores en serie con recirculación.	46
III.31	Varios reactores en serie con corto-circuitos, zonas muertas y recirculación.	49
IV.1	Hoja de cálculo Excel para obtener datos numéricos para los modelos de VRS.	58
IV.2	Hoja de cálculo Excel. Procedimiento para variar los valores N, n, M, R y E.	58
IV.3a	Hoja de cálculo Excel. Procedimiento para llamar las funciones que calculan el Modelo VRS_rec al variar los valores N, R y E.	59
IV.3b	Hoja de cálculo Excel. Procedimiento para llamar las funciones que calculan el Modelo VRS_zm_cc al variar los valores N, M y n	59
IV.3c	Hoja de cálculo Excel. Procedimiento para llamar las funciones que calculan el Modelo VRS_zm_cc_rec al variar los valores N, M, n, R y E	59
IV.4	Condiciones de operación para las pruebas con colorante (a) y sal (b) como trazadores para el caso 12. Gasto = 6 L/min; Entrada = 1 difusor de 8 vías; Placas = 26 celdas; Salida = 1 canal	62
IV.5	Condiciones de operación para las pruebas con colorante (a) y sal (b) como trazadores para el caso 22. Gasto = 6 L/min; Entrada = 1 difusor de 8 vías; Placas = 26 celdas; Salida = 2 canales	63
IV.6	Condiciones de operación para las pruebas con colorante (a) y sal (b) como trazadores para el caso 20. Gasto = 8 L/min; Entrada = 1 difusor de 4 vías; Placas = 26 celdas; Salida = 1 canal.	64
IV.7	Condiciones de operación para las pruebas con colorante (a) y sal (b) como trazadores para el caso 3. Gasto = 6 L/min; Entrada = 1 orificio; Placas = 26 celdas; Salida = 1 tubo.	65
A.1	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 1.	76
A.2	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 1.	76
A.3	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 2.	77
A.4	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 2.	77
A.5	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 3.	78
A.6	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 3.	78
A.7	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 4.	79
A.8	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 4.	79

LISTA DE FIGURAS

Figura	Descripción de la figura	Página
A.9	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 5.	80
A.10	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 5.	80
A.11	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 6.	81
A.12	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 7.	81
A.13	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 8.	82
A.14	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 8.	82
A.15	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 9.	83
A.16	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 9.	83
A.17	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 10.	84
A.18	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 10.	84
A.19	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 11.	85
A.20	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 11.	85
A.21	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 12.	86
A.22	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 12.	86
A.23	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 13.	87
A.24	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 13.	87
A.25	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 14.	88
A.26	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 14.	88
A.27	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 15.	89
A.28	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 15.	89
A.29	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 16.	90

LISTA DE FIGURAS

Figura	Descripción de la figura	Página
A.30	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 16.	90
A.31	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 17.	91
A.32	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 17.	91
A.33	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 18.	92
A.34	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 18.	92
A.35	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 19.	93
A.36	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 19.	93
A.37	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 20.	94
A.38	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 20.	94
A.39	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 21.	95
A.40	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 21	95
A.41	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 22.	96
A.42	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 22	96
A.43	Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 23.	97
A.44	Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 23	97
C.1	Modelo Simplificado de R&A. Caso 1. Zonas muertas = 15% y flujo pistón = 37% (tiende más a mezcla completa).	128
C.2	Modelo Simplificado de R&A. Caso 2. Zonas muertas = 10% y flujo pistón = 48% (tiende a mezcla completa).	128
C.3	Modelo Simplificado de R&A. Caso 3. Zonas muertas = 9% y flujo pistón = 35% (tiende a mezcla completa).	128
C.4	Modelo Simplificado de R&A. Caso 4. Zonas muertas = 41% y flujo pistón = 21% (tiende a mezcla completa).	129
C.5	Modelo Simplificado de R&A. Caso 5. Zonas muertas = 7% y flujo pistón = 39% (tiende a mezcla completa).	129
C.6	Modelo Simplificado de R&A. Caso 6. Zonas muertas = 41% y flujo pistón = 52% (tiende a flujo pistón).	129
C.7	Modelo Simplificado de R&A. Caso 7. Zonas muertas = 41% y flujo pistón = 52% (tiende a flujo pistón).	130
C.8	Modelo Simplificado de R&A. Caso .8. Zonas muertas = 41% y flujo pistón = 32% (tiende a mezcla completa).	130

LISTA DE FIGURAS

Figura	Descripción de la figura	Página
C.9	Modelo Simplificado de R&A. Caso 9. Zonas muertas = 12% y flujo pistón = 26% (tiende a mezcla completa).	130
C.10	Modelo Simplificado de R&A. Caso 10. Zonas muertas = 21% y flujo pistón = 55% (tiende a flujo pistón).	131
C.11	Modelo Simplificado de R&A. Caso 11. Zonas muertas = 2% y flujo pistón = 33% (tiende a mezcla completa).	131
C.12	Modelo Simplificado de R&A. Caso 12. Zonas muertas = 22% y flujo pistón = 39% (tiende a mezcla completa).	131
C.13	Modelo Simplificado de R&A. Caso 13. Zonas muertas = 7% y flujo pistón = 27% (tiende a mezcla completa).	132
C.14	Modelo Simplificado de R&A. Caso 14. Zonas muertas = 6% y flujo pistón = 15% (tiende a mezcla completa).	132
C.15	Modelo Simplificado de R&A. Caso 15. Zonas muertas = 29% y flujo pistón = 39% (tiende a mezcla completa).	132
C.16	Modelo Simplificado de R&A. Caso 16. Zonas muertas = 20% y flujo pistón = 50% (límite entre mezcla completa y flujo pistón).	133
C.17	Modelo Simplificado de R&A. Caso 17. Zonas muertas = 1% y flujo pistón = 24% (tiende a mezcla completa).	133
C.18	Modelo Simplificado de R&A. Caso 18. Zonas muertas = 2% y flujo pistón = 50% (tiende a mezcla completa).	133
C.19	Modelo Simplificado de R&A. Caso 18. Zonas muertas = 2% y flujo pistón = 27% (tiende a mezcla completa).	134
C.20	Modelo Simplificado de R&A. Caso 20. Zonas muertas = 8% y flujo pistón = 46% (tiende a mezcla completa).	134
C.21	Modelo Simplificado de R&A. Caso 21. Zonas muertas = 8% y flujo pistón = 46% (tiende a mezcla completa).	134
C.22	Modelo Simplificado de R&A. Caso 22. Zonas muertas = -45% y flujo pistón = 51% (tiende a flujo pistón).	135
C.23	Modelo Simplificado de R&A. Caso 23. Zonas muertas = 4% y flujo pistón = 43% (tiende a mezcla completa).	135
D.1	Modelo VRS_cc_zm. Caso 1. N = 2 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 42%, Corto-circuitos = 8%; con $\varepsilon = 0.027$.	135
D.2	Modelo VRS_cc_zm. Caso 2. N = 2 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 64%, Corto-circuitos = 11%; con $\varepsilon = 0.025$.	137
D.3	Modelo VRS_cc_zm. Caso 3. N = 6 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 37%, Corto-circuitos = 16%; con $\varepsilon = 0.018$.	137
D.4	Modelo VRS_cc_zm. Caso 4. N = 4 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 62%, Corto-circuitos = 17%; con $\varepsilon = 0.037$.	138
D.5	Modelo VRS_cc_zm. Caso 5. N = 6 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 42%, Corto-circuitos = 15%; con $\varepsilon = 0.032$.	138
D.6	Modelo VRS_cc_zm. Caso 6. N = 13 (Tiende a flujo pistón), Zonas muertas = 27%, Corto-circuitos = 9%; con $\varepsilon = 0.037$.	138
D.7	Modelo VRS_cc_zm. Caso 7. N = 24 (tiende a flujo pistón), Zonas muertas = 2%, Corto-circuitos = 5%; con $\varepsilon = 0.045$.	139
D.8	Modelo VRS_cc_am. Caso 8. N = 5 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 42%, Corto-circuitos = 12%; con $\varepsilon = 0.037$.	139
D.9	Modelo VRS_cc_zm. Caso 9. N = 4 (tiende mezcla completa), Zonas muertas = 32%, Corto-circuitos = 8%; con $\varepsilon = 0.025$.	139
D.10	Modelo VRS_cc_zm. Caso 10. N = 12 (tiende a flujo pistón), Zonas muertas = 45%, Corto-circuitos = 12%; con $\varepsilon = 0.050$.	140
D.11	Modelo VRS_cc_zm. Caso 11. N = 5 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 46%, Corto-circuitos = 17%; con $\varepsilon = 0.027$.	140
D.12	Modelo VRS_cc_zm. Caso 12. N = 6 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 27%, Corto-circuitos = 13%; con $\varepsilon = 0.029$.	140

LISTA DE FIGURAS

Figura	Descripción de la figura	Página
D.13	Modelo VRS_cc_zm. Caso 13. N = 5 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 64%, Corto-circuitos = 21%; con $\varepsilon = 0.039$.	141
D.14	Modelo VRS_cc_zm. Caso 14. N = 3 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 43%, Corto-circuitos = 5%; con $\varepsilon = 0.036$.	141
D.15	Modelo VRS_cc_zm. Caso 15. N = 5 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 60%, Corto-circuitos = 16%; con $\varepsilon = 0.045$.	141
D.16	Modelo VRS_cc_zm. Caso 16. N = 7 (limite entre mezcla completa y flujo pistón), Zonas muertas = 40%, Cortocircuitos = 13%; con $\varepsilon = 0.033$.	142
D.17	Modelo VRS_cc_zm. Caso 17. N = 3 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 32%, Corto-circuitos = 1%; con $\varepsilon = 0.038$.	142
D.18	Modelo VRS_cc_zm. Caso 18. N = 7 (en la frontera con flujo pistón), Zonas muertas = 35%, Corto-circuitos = 14%; con $\varepsilon = 0.025$.	142
D.19	Modelo VRS_cc_zm. Caso 19. N = 2 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 24%, Corto-circuitos = 32%; con $\varepsilon = 0.056$	143
D.20	Modelo VRS_cc_zm. Caso 20. N = 2 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 38%, Corto-circuitos = -12%; con $\varepsilon = 0.026$.	143
D.21	Modelo VRS_cc_zm. Caso 21. N = 5 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 30%, Corto-circuitos = 12%; con $\varepsilon = 0.021$.	143
D.22	Modelo VRS_cc_zm. Caso 22 N = 7 (tiende a flujo pistón), Zonas muertas = 1%, Corto-circuitos = 9%; con $\varepsilon = 0.029$.	144
D.23	Modelo VRS_cc_zm. Caso 23. N = 3 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 30%, Cortocircuitos = 1%; con $\varepsilon = 0.048$	144

LISTA DE TABLAS

Tabla	Descripción de la tabla	Página
III.1	Combinaciones utilizadas de las geometrías de las zonas de entrada, placas y salida.	29
III.2	Relación de flujos en celdas y cuantificación del flujo en celdas que propician corto-circuitos.	34
III.3	Parámetros y criterios para analizar las curvas DTR mediante los modelos matemáticos descritos, así como para cuantificar los fenómenos hidráulicos de unidades de tratamiento.	51
IV.1	Comportamiento hidráulico en cada zona de la unidad; entrada, placas y salida.	53
IV.2	Flujo en celdas para los casos con 12 mamparas.	55
IV.3	Flujo en celdas para los casos con 25 mamparas.	55
IV.4	Magnitud de problemas hidráulicos obtenidos mediante imágenes.	56
IV.5	Resumen de los resultados de la prueba 6lpm-1d8vias-25m-1c, con ambos trazadores	62
IV.6	Resumen de los resultados de la prueba 6lpm-1d8vias-25m-2c, con ambos trazadores	63
IV.7	Resumen de los resultados de la prueba 8lpm-1d4vias-25m-1tubo, con ambos trazadores	64
IV.8	Resumen de los resultados de la prueba 6lpm-1orif-25m-1tubo, con ambos trazadores	65
IV.9	Resumen del análisis estadístico de a prueba 6lpm-1d8vias-25m-1c, cuya información corresponde a los datos de la Figura IV.4	66
IV.10	Resumen del análisis estadístico de a prueba 6lpm-1d8vias-25m-2c, cuya información corresponde a los datos de la Figura IV.5	66
IV.11	Resumen del análisis estadístico de a prueba 8lpm-1d4vias-25m-1c, cuya información corresponde a los datos de la Figura IV.6	66
IV.12	Resumen del análisis estadístico de a prueba 6lpm-1orif-25m-1tubo, cuya información corresponde a los datos de la Figura IV.7	66
B.1	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 1.	99
B.2	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 2.	100
B.3	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 3.	101
B.4	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 4.	102
B.5	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 5.	103
B.6	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 6.	104
B.7	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 7.	105
B.8	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 8.	106
B.9	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 9.	107
B.10	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 10.	108
B.11	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 11.	109
B.12	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 12.	110
B.13	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 13.	111

LISTA DE TABLAS

Tabla	Descripción de la tabla	Página
B.14	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 14.	112
B.15	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 15.	113
B.16	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 16.	114
B.17	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 17.	115
B.18	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 18.	116
B.19	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 19.	117
B.20	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 20.	118
B.21	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 21.	119
B.22	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 22.	120
B.23	Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 23.	121
B.24	Datos experimentales por duplicado, para el caso 13	123
B.25	Datos experimentales por duplicado, para el caso 14	124
B.26	Datos experimentales por duplicado, para el caso 16	125
B.27	Datos experimentales por duplicado, para el caso 22	126

RESUMEN

Con frecuencia, las plantas de tratamiento de agua funcionan con una eficiencia muy inferior a la esperada, debido a problemas hidráulicos que ocasionan distribuciones de flujo anómalas tales como; corto-circuitos, zonas muertas y recirculación interna, los cuales afectan los tiempos de retención del agua. Existen métodos cualitativos y cuantitativos para inferir y predecir la presencia y magnitud de estas anomalías hidráulicas en unidades de tratamiento, mezcladores, floculadores y sedimentadores, mediante datos obtenidos a través de la técnica estímulo-respuesta, cuyo resultado son las curvas de Distribución de Tiempos de Residencia (DTR). Sin embargo, los modelos cuantitativos actuales no son integrales, es decir, no se incluyó en su desarrollo matemático la predicción de zonas muertas, corto-circuitos y recirculación simultáneamente, sino un fenómeno a la vez, y a veces un máximo de dos. Por otro lado, no es posible saber si físicamente la unidad está trabajando con todos estos problemas y de que magnitud, de tal forma que la predicción de este tipo de modelos requiere validación con información experimental obtenida bajo condiciones controladas.

En este estudio se llevó a cabo la obtención de datos experimentales bajo condiciones controladas mediante un modelo físico de un sedimentador de alta tasa, construido en su totalidad de acrílicos transparentes que permitieran la visualización de flujos. La unidad experimental permite modificar la geometría, inyección del fluido, así como la recolección del agua clarificada, de tal forma que permita generar pruebas con distintas condiciones de flujo en la unidad y, por lo tanto obtener distintas magnitudes de fenómenos hidráulicos. Se utilizaron dos tipos de trazadores; sal y colorante. Mediante la sal se obtuvo información cuantitativa de datos experimentales (DTR), mientras que con los colorantes se obtuvo información cualitativa mediante fotografías y video.

La finalidad de estas pruebas fue en primer término probar las predicciones de dos modelos matemáticos: El Modelo simplificado de Rebhun-Argaman (RA) y el Modelo de varios reactores en serie con cortocircuitos y zonas muertas (VRS_cc_zm); se seleccionó el que arrojó mejores resultados. Posteriormente y tomando en cuenta su algoritmo matemático se desarrolló un modelo integral, que incluyó las tres anomalías. El modelo resultante, el cual es el aporte científico de esta tesis, se denominó: Modelo de Varios Reactores en Serie con Cortocircuitos, Zonas Muertas y Recirculación (VRS_cc-zm-rec) o Modelo VRS Integral (VRS_integral). Tomando en consideración un ajuste entre las curvas experimentales y las curvas calculadas por los modelos, los resultados muestran que el modelo VRS_cc-zm-rec permite ajustar adecuadamente curva DTR de los datos experimentales. Mientras que el Modelo VRS_cc_zm como el Modelo VRS_rec no permiten ajustar adecuadamente la totalidad de la Curva de Distribución de Tiempos de Residencia. Mientras que el primero permite un ajuste adecuado en la parte ascendente y cresta de la curva DTR, el segundo sólo lo hace en la parte descendente y cola de la curva.

Las predicciones de los resultados del Modelo VRS_cc_zm_rec son muy similares a los obtenidos mediante información visual, cuando se tienen magnitudes bajas de problemas hidráulicos. Sin embargo, a pesar de que estos fenómenos hidráulicos se incrementen, la discrepancia en las predicciones de este modelo siguen siendo aceptables. A diferencia de los Modelos VRS_cc_zm y VRS_rec cuya diferencia en las predicciones se magnifican conforme se incrementan los fenómenos hidráulicos, sobre todo los de recirculación. Por lo tanto, se cumplió con el objetivo de este trabajo y en lo general se acepta la hipótesis planteada en el estudio, ya que el modelo integral, satisface el objetivo general.

I. ANTECEDENTES

I.1 INTRODUCCIÓN

Desde comienzos del siglo XX, cuando el campo de la ingeniería ambiental se encontraba en sus inicios en los países desarrollados, ha habido una constante evolución y desarrollo de los métodos utilizados en el tratamiento de aguas. Su potabilización centraba su objetivo en la eliminación de la materia en suspensión y flotante, el tratamiento de la materia orgánica biodegradable y la eliminación de organismos patógenos [1].

Los métodos de tratamiento de agua potable en los cuales predomina la aplicación de fuerzas físicas se conocen como operaciones unitarias [2]. El desbaste, mezclado, floculación, sedimentación, flotación y filtración son operaciones unitarias típicas, cuya selección dentro del proceso de una planta tratadora de agua potable, dependerá mayormente de la variabilidad de la calidad del agua cruda [3].

Una de las formas de evaluar la eficiencia de estas unidades, está en función de la cantidad eliminada del contaminante indeseable, mediante el uso de tratamientos fisicoquímicos [4]. La eficiencia puede afectarse gravemente por problemas de flujo, tales como corto-circuitos [5], zonas muertas [6] y recirculación interna en la unidad causados por mantenimiento y operación inapropiados y acumulación de lodos en floculadores [7] y sedimentadores, errores en los diseños de las unidades, baja eficiencia de la dispersión de los coagulantes en unidades de mezcla rápida, entre otros [8, 9].

Ante esta problemática, se ha tenido la necesidad de buscar métodos cualitativos y particularmente métodos cuantitativos que caractericen y reproduzcan el funcionamiento hidráulico de éstas unidades de tratamiento [5, 10, 11]. Esta tarea no es sencilla ya que los sistemas de tratamiento son complejos. El objetivo de los métodos cuantitativos mediante modelos matemáticos es predecir la distribución de tiempos de residencia del fluido dentro de la unidad. Esto incluye cuantificar los efectos de cortocircuitos, zonas muertas y recirculaciones.

I.2 ANTECEDENTES

Se han llevado a cabo algunos estudios tendientes a la modelación matemática de estos fenómenos hidráulicos en unidades de tratamiento entre los que destacan; Modelo de Tanques en Serie [11, 12, 13] Modelos de Dispersión [14, 15] Modelo de Recirculación [16], Modelo Simplificado de Rebhun y Argaman [17, 18, 19], el Modelo de Varios Reactores en Serie con Zonas muertas y corto-circuitos [20].

Mediante los Modelos de Tanques en Serie se propone el análisis de modelos físicos susceptibles de ser descritos mediante ecuaciones simples [8] que generen una serie de curvas lo más cercanas posible a la distribución de tiempos de residencia observada experimentalmente [21]. Cada una de estas ecuaciones se representan mediante funciones de transferencia para diferentes tipos de flujos; agitación perfecta, pistón, zona muerta, corto circuito, recirculación o combinaciones de dos o más de éstas. Sin embargo, a la fecha no se tiene conocimiento de un modelo que englobe estos fenómenos hidráulicos, por lo cual se deberá desarrollar una ecuación integral que incluya cortocircuitos, zonas muertas y recirculación, así como el tipo de flujo predominante.

En la concepción de los Modelos de Recirculación se considera a una fracción del flujo que momentos antes de abandonar el reactor, se regresa al interior del mismo y esto no se contrapone con la concepción de un sistema cerrado, ya que el sistema incluye la corriente de recirculación [22]. En una unidad de tratamiento el flujo recirculado puede ser importante y entre mayor sea éste, la unidad tenderá a un comportamiento de perfecto mezclado [23]. Sin embargo, no se logra obtener un ajuste adecuado con los datos experimentales, lo que indica que hay aspectos físicos que no se están considerando en el modelo, y que tienen mucho peso en el comportamiento real de los sistemas.

En el Modelo Simplificado de Rebhun y Argaman [17, 18, 19], se asume que, en las unidades de tratamiento, parte del flujo se mueve como flujo pistón y parte como mezcla completa. También se considera que parte del volumen del tanque tiene espacios muertos. Sin embargo en este modelo no se incluye en su concepción matemática problemas de corto-circuitos ni de recirculación.

El Modelo de Varios Reactores en Serie con zonas muertas y cortocircuitos incluye en su desarrollo matemático varios reactores en serie con zonas muertas y cortos circuitos. Sin embargo, no incluye la variable de recirculación. En un estudio realizado en plantas potabilizadoras de la zona noreste del país [24], en las cuales se obtuvo información experimental obtenida mediante trazadores, se utilizó este modelo para tratar de inferir su comportamiento hidráulico. Mostró un buen ajuste con los datos experimentales que no presentaban el problema de recirculación, pero no simula adecuadamente el comportamiento característico de unidades con problemas de recirculación.

I.3 PRINCIPALES PROBLEMAS DE LAS PLANTAS DE TRATAMIENTO DE AGUAS

Con frecuencia las unidades de tratamiento no trabajan eficientemente debido a diseños inadecuados [17], que provocan problemas hidráulicos. Uno de ellos es la no predicción de distribuciones de flujo irregulares dentro de los equipos [25, 26], que modifican el tiempo de retención del efluente [18, 27].

Lo mismo sucede con las modificaciones al diseño original y los cambios físicos de los accesorios de entrada y salida [28, 29, 30], provocados por materiales incrustantes o corrosivos, fluctuaciones en el gasto de entrada a la unidad [31], contenidos en el agua a tratar [32]. Entre los principales problemas de las plantas de tratamiento de aguas, se tiene los siguientes:

1. No se respetan las condiciones de diseño. Ejemplo, ver Figura I.1, se propician los cortocircuitos.
2. Unidades en mal estado. Ejemplo, ver figura I.2, falta de mantenimiento o modificación de los accesorios de las unidades.
3. Tuberías de conducción y distribución en mal estado. Ejemplo, ver figura I.3, cambio en las condiciones hidrodinámicas del sistema.
4. Variaciones del gasto de operación:
 - Red Municipal; Variaciones diarias y horarias.
 - Red Industrial; Variaciones debidas a necesidades de procesos.
5. Corrientes de densidad:
 - Térmicas; Cortocircuitos superficiales o cortocircuitos de fondo.
 - De concentración; Giros de la masa de agua.
6. Corrientes debidas al viento:
 - Vientos que impulsa la masa superficial provocando desvíos del flujo.
7. Corrientes cinéticas:
 - Alteraciones hidráulicas en la entrada que provocan flujos transversales en el tanque.
 - Obstrucciones en la zona de sedimentación que originan turbulencias que levantan los flóculos.
 - Alteraciones de salida que generan una succión de partículas.



Figura I.1. Las canaletas de recolección del agua clarificada de esta unidad fueron rotas, para “agilizar” el proceso



Figura I.2. Ejemplo de unidad de tratamiento con mamparas dañadas ó modificadas.

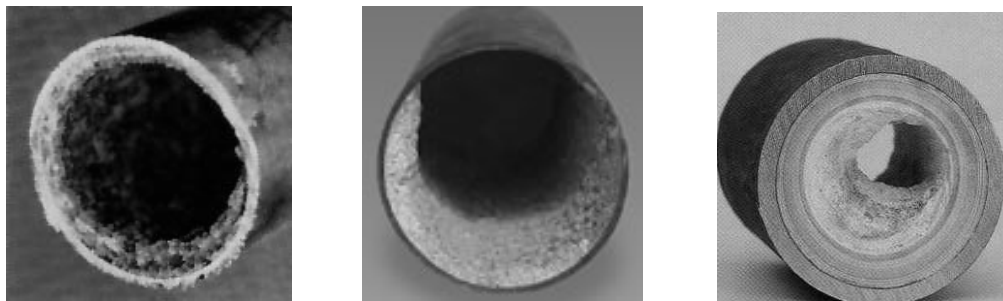


Figura I.3. Alteraciones hidráulicas en la entrada provocados por un incremento en la velocidad, debido a la reducción del diámetro.

I.4 CARACTERIZACIÓN DE FLUJOS ANÓMALOS EN LA UNIDAD

Desde el punto de vista hidráulico, la existencia de flujos anómalos en las unidades de tratamiento [33] puede resultar en la generación de cortocircuitos, zonas muertas y recirculación interna.

I.4.1 Cortocircuitos.

Cuando existen corto-circuitos, Figura I.4, el líquido que entra a la unidad sale prematuramente de ésta sin cumplir con el tiempo de residencia requerido por el proceso [5, 34]. El corto-circuito puede ser causado por mamparas mal diseñadas, dirección inadecuada del flujo que ingresa a la unidad, diseño inadecuado del accesorio de recolección del agua clarificada, diferencia de densidades entre el flujo que ingresa a la unidad y la del contenido del reactor.

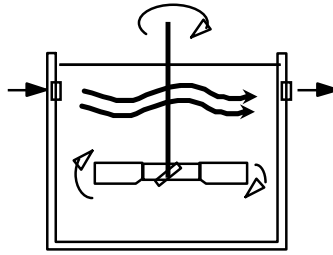


Figura I.4. Parte del flujo sigue un camino preferencial desde la entrada a la salida.

I.4.2 Zonas muertas.

Zonas muertas del reactor o sistema de tratamiento, donde el efluente fluye muy lentamente o permanece estancado, causando una disminución del tiempo de tratamiento, Figura I.5. El uso ineficaz del volumen del reactor, disminuido por zonas muertas [6], constituye un problema serio que limita la eficiencia de los procesos de tratamiento de agua [35]. Algunas de las causas probables de este fenómeno son: la geometría del reactor, obstrucciones, mezclado inadecuado y la diferencia de densidades que provocan un flujo directo hacia la salida generando zonas sin mezcla.

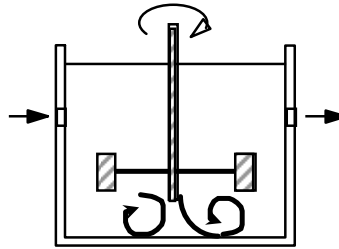


Figura I.5. Disminución del volumen útil por zonas estancadas.

I.4.3 Recirculación interna.

Éste origina un retardo en la salida “normal” del líquido del reactor [18]. Una de las causas que provocan este fenómeno se da cuando flujo choca con las paredes cerca del orificio de salida y hay una devolución de una parte de éste al interior del reactor, Figura I.6. Asociado al pobre diseño de la unidad de recolección del agua clarificada, incapaz de desalojar todo el flujo que llega, provocando un flujo turbulento dificultando el desalojo [36]. Los vientos son otro factor que afecta el desalojo adecuado, debido a la turbulencia que puede provocar en la superficie del fluido.

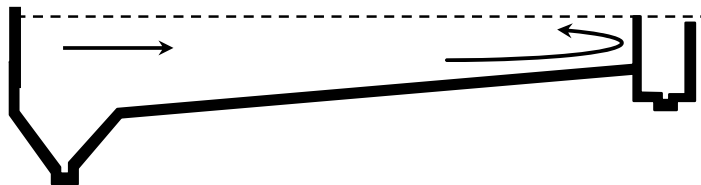


Figura I.6. Devolución de una parte del flujo al interior de la unidad.

I.5 ANÁLISIS CUANTITATIVO Y CUALITATIVO DE FLUJOS EN LA UNIDAD.

Una vez en operación, la eficiencia de funcionamiento hidráulico de una unidad es difícil de diagnosticarse [37]. Detener su operación solo revela la presencia de zonas de sedimentación y alteraciones al diseño original ocurridas durante su operación, y el costo inherente es posiblemente alto. Sin embargo, se puede recurrir a métodos cualitativos [11] y cuantitativos [11, 20], que pueden predecir este comportamiento al analizar la curva de Distribución de Tiempos de Residencia, DTR [38], misma que se obtiene por medio de la técnica de estímulo-respuesta [39, 40], Figura I.7.

Entre las características principales de la DTR se tienen las siguientes:

- Indican las características de las condiciones de mezclado.
- Pueden ser obtenidas directamente en reactores reales, mediante la técnica de estímulo-respuesta, utilizando trazadores
- La inyección de trazadores puede ser por impulso, escalonado o aleatorio.
- Se pueden caracterizar estadísticamente
- Se pueden utilizar para diagnosticar problemas de mezclado en reactores reales.
- Se pueden utilizar para calibrar modelos matemáticos e inferir mediante éstos el funcionamiento real en unidades de plantas de tratamiento.

El trazador es una sustancia inerte [41] que puede ser inyectada a la entrada de la unidad y medir su respuesta a la salida de la misma (Figura I.7) con respecto al tiempo, hasta que no exista variación con relación a la concentración inicial en la unidad antes de su inyección. Los trazadores utilizados en este estudio fueron sal común y colorantes [42]. Esta técnica recibe el nombre de estímulo-respuesta y se utiliza para determinar la DTR [43] de la corriente del fluido. Hay dos formas comunes de utilizarlos:

- Tipo escalón. Se inyecta el trazador en forma continua durante un periodo de tiempo Δt .
- Instantánea. Se introduce una cantidad conocida w del trazador en un tiempo muy corto.

Para caracterizar el flujo, se hace uso de parámetros adimensionales del tiempo; θ y la concentración E :

$$\theta = t/\tau \tag{I.1}$$

$$E = C/C_o \tag{I.2}$$

Donde:

C	Concentración del trazador a la salida de la unidad, en el tiempo t .
$C_o = w/V$	Concentración inicial del trazador, considerando que éste se reparte uniformemente en el volumen de estudio.
τ	Tiempo de residencia teórico [s].
T	Tiempo [s].
V	Volumen de control [m^3].

La concentración inicial C_o puede ser determinada midiendo la cantidad de trazador que sale de la unidad, es decir, integrando el área bajo la curva C vs t . Aritméticamente puede ser calculada como:

$$C_o = \frac{\sum C \Delta t}{\tau} \quad (1.3)$$

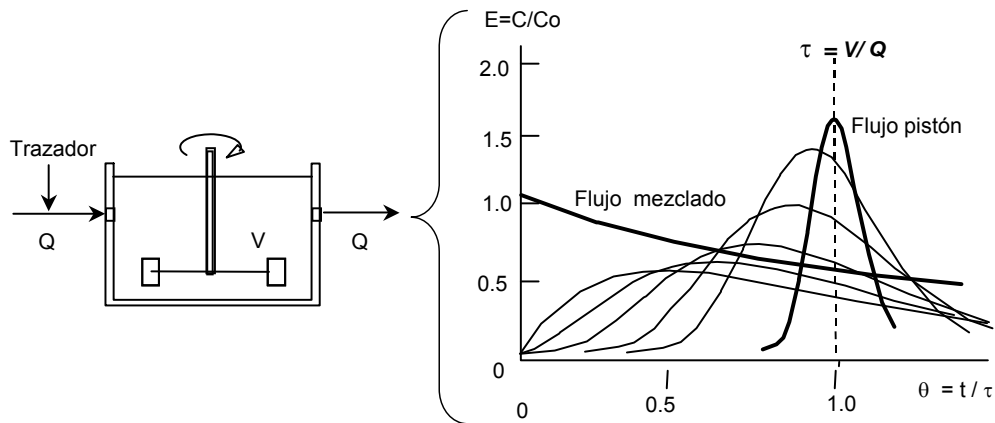


Figura I.7. Curvas experimentales de Distribución de Tiempos de Residencia, obtenidas mediante la técnica estímulo-respuesta.

Tanto el flujo pistón como el completamente mezclado son flujos ideales, que en la realidad no llegan a existir, pero que pueden tomarse como los límites extremos de los procesos reales.

I.5.1 Caracterización cualitativa de flujos en unidades de tratamiento.

De acuerdo a la literatura especializada, para la caracterización de flujos en unidades de tratamiento se destacan dos procedimientos; DTR de tendencia para caracterización de flujos y mediante DTR utilizando índices estadísticos de tendencia central. El grado de formación de problemas hidráulicos tales como zonas muertas, corto-circuitos y recirculación se puede predecir al analizar la DTR.

DTR de flujos caracterizados.

A continuación se muestra en la Figura I.8 y I.9, el análisis cualitativo del comportamiento hidráulico de la unidad mediante DTR de tendencia para la caracterización de flujos. [11].

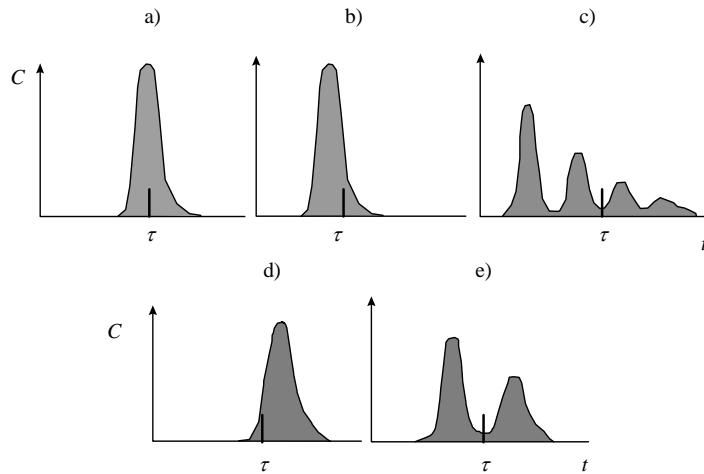


Figura I.8. Caracterización de flujos mediante DTR para flujo pistón (Levenspiel, 1999).

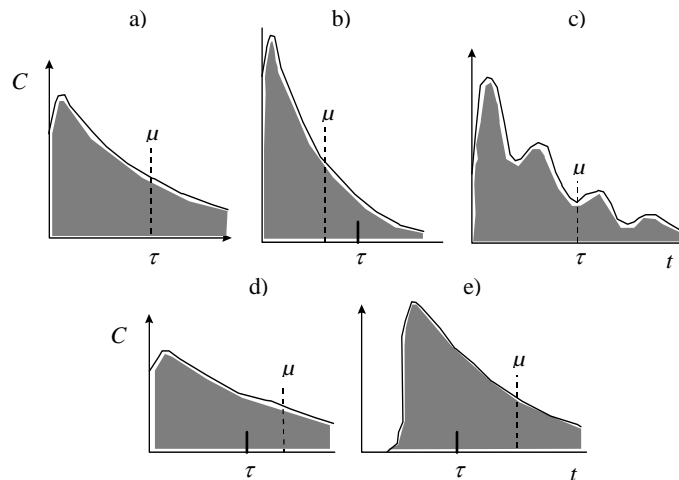


Figura I.9. Caracterización de flujos mediante DTR para flujo completamente mezclado (Levenspiel, 1999).

Donde:

a)	Sin ninguna anomalía.
b)	Fluido pasa a través de canalizaciones y hay zonas muertas.
c)	Con problemas de recirculación dentro del tanque.
d)	Indica errores en la medición del gasto o el volumen.
e)	Con canalizaciones por caminos paralelos a diferentes velocidades.

DTR de índices estadísticos de tendencia central

Análisis cualitativo del comportamiento hidráulico de la unidad mediante curvas DTR utilizando índices estadísticos de tendencia central [44].

La forma de la curva de salida tiene una distribución de curva normal en campana. Los períodos moda, mediana y media de flujo a través del tanque identifican la tendencia central de la distribución tiempo-concentración y los percentiles reflejan su varianza, Figura I.10.

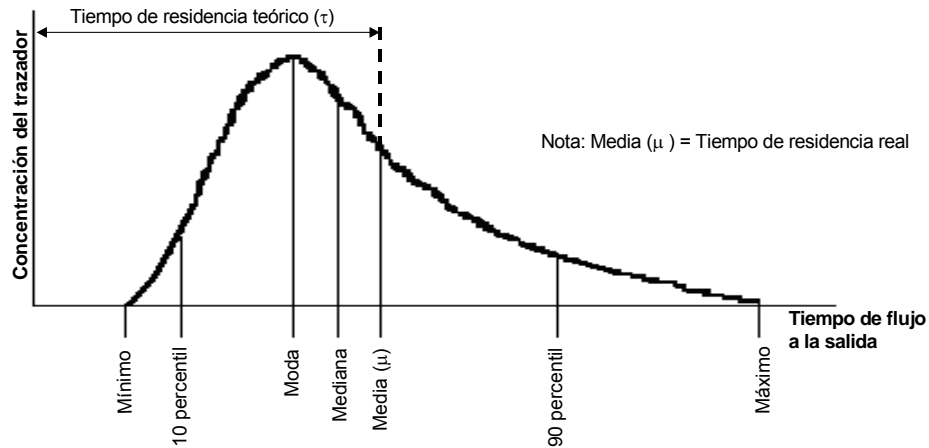


Figura I.10. DTR con parámetros estadísticos utilizados para caracterizar el flujo en unidades de tratamiento.

Algunos de los índices utilizados para analizar esta curva, en forma cualitativa, son:

Índice	Utilidad cualitativa
$t_{\text{mínimo}} / \tau$	Proporciona el índice de mezcla en la unidad. Pequeños valores indican mayor mezcla, donde el 0 se asocia a la mezcla perfecta y 1.0 al flujo pistón.
t_{moda} / τ	Indica el promedio de corto circuito, zonas muertas y volumen efectivo del tanque.
t_{90} / t_{10}	Proporciona una medida del índice de dispersión. 1.0 es para flujo pistón y 22 aproximadamente para mezcla completa.
$1 - (t_{\text{moda}} / t_{\text{media}})$	Proporciona el índice de corto-circuito. 0 es para flujo pistón y 1.0 para mezcla completa.
$(t_{90} - t_{\text{moda}}) / (t_{\text{moda}} - t_{10})$	Si este índice es igual a 1, entonces la curva de dispersión es simétrica alrededor del tiempo (t_{moda} / τ) .
$[(t_{\text{máximo}} - t_{\text{moda}}) - (t_{\text{moda}} - t_{\text{mínimo}})] / \tau$	Proporciona el índice de recirculación.

Donde:

$t_{\text{mínimo}}$	Tiempo inicial de inyección del trazador
t_{10}	Tiempo que corresponde al paso del 10% del trazador
t_{moda}	Tiempo que corresponde a aproximadamente al paso del 50% del trazador
$t_{\text{media o } \mu}$	Tiempo de residencia real
t_{90}	Tiempo que corresponde al paso del 90% del trazador
$t_{\text{máximo}}$	Tiempo que corresponde al paso del 100% del trazador
τ	Tiempo de residencia teórico

El tiempo de residencia teórico (τ) se determina mediante la expresión de la Figura I.7, mientras que la media o tiempo de residencia real (μ) se calcula mediante la siguiente expresión [45, 46]:

$$\mu = \frac{\int_0^{\infty} tC(t)dt}{\int_0^{\infty} C(t)dt} = \frac{\sum tC(t)}{\sum C(t)} \quad (1.4)$$

y el cálculo de la varianza se obtiene de la siguiente manera [47]:

$$\sigma^2 = \frac{\int_0^{\infty} t^2 C(t)dt}{\int_0^{\infty} C(t)dt} - \mu^2 = \frac{\sum t^2 C(t)dt}{\sum C(t)dt} - \mu^2 \quad (1.5)$$

Los espacios muertos, no reciben material trazador, no trabajan y reducen la capacidad efectiva del tanque al acortar los tiempos de flujo de recorrido en relación con el período de residencia hidráulico teórico. En ausencia de estas corrientes, la relación entre el tiempo medio (μ) y τ debe ser igual a la unidad. En ausencia de corto-circuitos, la media, la mediana y la moda deben coincidir. Por consiguiente, la formación de corto-circuitos se caracteriza porque la relación de la moda, o de la mediana a la media es menor a la unidad, o bien, porque la diferencia entre la media y la modal, o entre la media y la mediana respecto a la media es significativa.

Por otro lado, si existe algún intercambio de flujo entre los espacios con tendencia a provocar estancamiento y las porciones activas del tanque, la curva tiempo-concentración se hace excesivamente larga, debido a que hay pequeñas cantidades del material trazador que se desprende con suma lentitud para ser arrastrada hacia la salida de la unidad. Esto genera tiempos de residencia mayores a los esperados; medio (μ) e hidráulico (τ), lo cual redundaría en una recirculación.

1.5.2 Caracterización cuantitativa de flujos en unidades de tratamiento.

Como ya se mencionó anteriormente, para la caracterización de flujos en forma cuantitativa en unidades de tratamiento, se utiliza la DTR. Sin embargo, a diferencia del análisis cualitativo en el que se utilizan índices, para cuantificar la magnitud de los fenómenos hidráulicos involucrados, se utilizan modelos matemáticos.

El recrear las condiciones reales del funcionamiento hidráulico de unidades de tratamiento tales como; mezcladores, floculadores y sedimentadores mediante una modelación matemática única para los tres tipos, ofrece serios retos debido a las condiciones no ideales provocados por cortocircuitos, zonas muertas y recirculación interna [48]. Ya que los sedimentadores trabajan hidráulicamente diferente de los de mezclado y floculadores, con flujos mayormente turbulentos en éstos últimos y laminar, principalmente, en el primero. Aunado a esto, se deberá contemplar el

comportamiento de los distintos tipos de reactores; flujo pistón, mezcla completa o perfecta, flujo arbitrario, reactores de mezcla completa en serie.

Por lo tanto la necesidad de contar con modelos simples, pero fiables, que permitan a los usuarios evaluar rápidamente la magnitud de los problemas de sus plantas, obliga a los investigadores a continuar el desarrollo de este tipo de herramienta, buscando modelos matemáticos que describan de manera adecuada los fenómenos hidráulicos antes mencionados.

Entre los modelos que actualmente se han desarrollado para este fin se tienen el Modelo simplificado de Rebhun y Argaman y el Modelo de varios reactores en serie con zonas muertas y corto-circuitos

Modelo Simplificado de Rebhun y Argaman.

En general este modelo matemático se basa en modelos físicos susceptibles de ser descritos mediante ecuaciones simples, que generan curvas que se pueden ajustar a los datos experimentales. Las consideraciones principales de este modelo son:

- Modelo que asume que en las unidades de tratamiento el flujo se mueve como flujo pistón, en donde el flujo es ordenado, sin que ningún elemento del mismo se mezcle con cualquier otro situado antes o después de él y parte como mezcla completa, en todo momento el fluido que entra es instantáneamente repartido en todo el volumen.
- Se basa en la función acumulativa [F(t)] de los tiempos de residencia.
- Considera que parte del volumen del tanque tiene zonas muertas.

Tomando en cuenta estas consideraciones, la fracción de agua que permanece en la unidad más de un tiempo "t" dado, puede ser descrita en la siguiente relación [17, 18]:

$$1 - F(t) = e^{\left(\frac{\theta - p(1-M)}{(1-p)(1-M)} \right)} \quad (1.6)$$

Donde:

$F(t) = \frac{\sum C(t)}{C_{total}}$	Fracción acumulada de la totalidad del trazador que ha salido de la unidad
$\theta = t/\tau$	t" tiempo y "τ" tiempo de retención teórico
p	fracción del volumen que actúa como flujo pistón
1-p	fracción del volumen actuando como mezcla perfecta
1-M	fracción del volumen que es zona muerta

La siguiente relación se aplica a estos parámetros:

$$p(1-M) + (1-p)(1-M) + M = 1 \quad (1.7)$$

Graficando el logaritmo de $1-F(t)$ con respecto a θ se obtiene una curva decreciente que presenta una tendencia recta, mediante la cual se pueden obtener los parámetros p y M . El resumen de este procedimiento se ilustra en la Figura I.11.

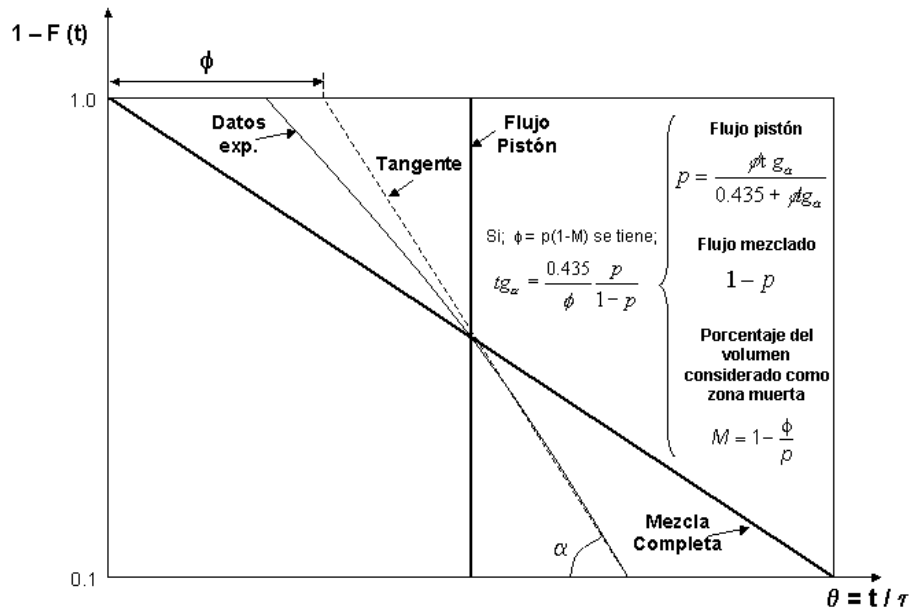


Figura I.11. Ajuste del modelo RA a los datos experimentales

Modelo de varios reactores en serie con zonas muertas y cortocircuitos.

Para determinar el comportamiento predominante entre el flujo pistón y la mezcla completa, se tiene el modelo de varios reactores en serie. Este modelo asemeja una unidad de volumen (V) mediante una serie de N unidades en serie, perfectamente agitadas de volumen (V/N), y tiempo de retención τ . Entre más se acerque el comportamiento de la unidad al flujo pistón, mayor será el número de reactores en serie. El balance de materia de cada reactor, considera que lo que sale de uno entra al otro. Las consideraciones principales de este modelo son:

- Modelo basada en la función de transferencia.
- Modelo de varias unidades en serie con zonas muertas y cortocircuitos.
- A mayor número de reactores en serie, se comporta como flujo pistón.

El modelo matemático resultante tomando en consideración que el trazador se aplica como un impulso es la siguiente [20]:

$$E(\theta) = \frac{Nn}{M} \sum_{i=1}^N \frac{N! e^{\frac{-nN\theta}{M}} \left(\frac{Nn\theta}{M}\right)^{i-1} (1-n)^{N-i} n^i}{(N-i)! i! (i-1)!} \quad (1.8)$$

Donde:

E(θ)	Función normalizada de la distribución del tiempo de residencia del fluido, mediante el trazador, a la salida de la unidad.
θ = t/τ	"t" tiempo y "τ" tiempo de retención teórico
N	Número de reactores en serie
N	Volumen del flujo con cortocircuito
M	Fracción del volumen sin zonas muertas
1-n	Fracción del flujo con cortocircuito
1-M	Fracción del volumen con zonas muertas

Para determinar los parámetros n, N y M, que caracterizan este modelo, se hace uso de datos experimentales, y de algún método numérico iterativo que haga variar los valores de los parámetros, hasta que exista el menor error posible entre los valores experimentales y teóricos. Para esto es necesario calcular el error ε definido como.

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\sum \left[\left(\frac{C}{Co} \right)_{calculado} - \left(\frac{C}{Co} \right)_{teorico} \right]^2}}{(Numero\ de\ mediciones - 1)} \quad (1.9)$$

Donde:

C	Concentración del trazador a la salida de la unidad en el tiempo t. [mg/L]
Co	w/V. Concentración de entrada del trazador a la unidad, considerando que este se reparte uniformemente en el volumen (V). [mg/L]
T	Tiempo [s]
V	Volumen de la unidad [L]
W	Cantidad de trazador utilizado [mg]

La forma de analizar los datos experimentales es mediante la comparación de la DTR obtenida por medio de un modelo matemático existente (VRS_cc-zm) en función del ajuste que minimicen el error ε entre la curva y los datos, en el cual se puede observar el pobre ajuste que se puede lograr con este modelo. En la Figura 1.12, se muestra un ejemplo de este análisis.

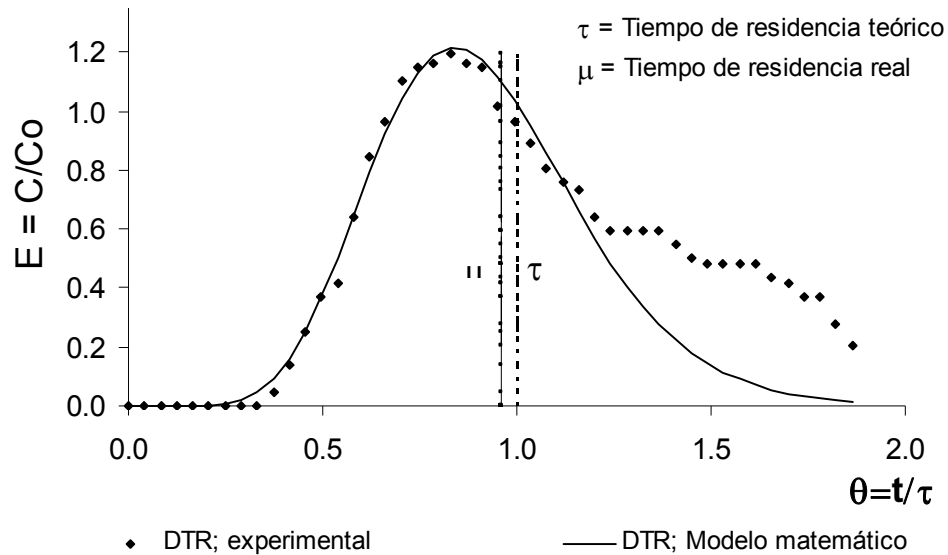


Figura I.12. Ajuste del modelo VRS_cc_zm a los datos experimentales

En la ecuación I.8, a mayor número de reactores el comportamiento global del flujo tendería a flujo pistón. El parámetro estadístico para determinar el grado de dispersión y por lo tanto el número de tanques en serie en la unidad es la varianza, σ^2 : Por ejemplo la varianza relativa es; $1/N = \sigma^2 / \mu^2$ [11, 12, 16, 49]. En esta expresión μ es el tiempo de residencia real; ecuación I.4, mientras que la varianza se obtiene mediante la ecuación I.5. Ambos se obtienen mediante la DTR, de datos experimentales.

En estudios precedentes [24] se utilizó la técnica de trazadores con NaCl para evaluar el comportamiento hidráulico de plantas potabilizadoras. En ese estudio se observó que las diferentes metodologías cuantitativas utilizadas para interpretar una misma respuesta de trazador, podían dar resultados distintos entre sí. Sin embargo, son modelos que simulan uno dos fenómenos a la vez. El principal problema que presentan es que no logran predecir la presencia de flujos de recirculación, ya que en su desarrollo matemático no se contempla dicho fenómeno.

Debido a la discrepancia que existe en los resultados de los estudios realizados, se tomó la decisión de diseñar y construir un modelo de un sedimentador de alta tasa, el cual permitiera bajo condiciones controladas a nivel laboratorio, probar distintos arreglos de accesorios, tanto en la zona de entrada, zona de placas y zona de salida, para generar información visual cualitativa, utilizando colorantes como trazador. Asimismo, se utilizará NaCl como trazador, para obtener curvas de distribución de tiempos de residencia con las mismas condiciones de las pruebas visuales, para compararlas con los métodos cuantitativos utilizados en los estudios previos.

II. JUSTIFICACIÓN, HIPÓTESIS, OBJETIVO Y METAS

Dados los resultados y conclusiones de los estudios anteriores, ninguno de estos modelos es capaz de reproducir adecuadamente las condiciones de flujo reales en unidades de tratamiento, debido a que en ninguno se incluyen los efectos de; corto-circuitos, zonas muertas y recirculaciones simultáneamente. Por lo tanto, mientras el fenómeno de recirculación esté presente en unidades de tratamiento, no será posible confiar en los resultados de los modelos descritos, razón por la cual es necesario contar con un modelo integral. Que permita resolver estos inconvenientes.

II.1 HIPÓTESIS

Es posible desarrollar un modelo matemático que permita evaluar problemas hidráulicos de cortocircuitos, zonas muertas y recirculación simultáneamente.

II.2 OBJETIVO

Desarrollar un modelo matemático que permita simular el comportamiento hidráulico de unidades de tratamiento de agua, y validarlo mediante información experimental obtenida bajo condiciones controladas. En un modelo a escala de un sedimentador de alta tasa.

II.3 METAS

Analizar los modelos matemáticos, de comportamiento de unidades de tratamiento, que incluyan en su concepción los problemas hidráulicos de zonas muertas cortocircuitos y recirculación.

Obtener información experimental en condiciones controladas, en un modelo a escala de sedimentador de alta tasa de placas inclinadas.

Evaluar los modelos matemáticos actuales considerando la información experimental obtenida bajo condiciones controladas mediante el modelo a escala.

Determinar el modelo matemático más exacto, y desarrollar algún complemento matemático que incluya todos los fenómenos hidráulicos antes mencionados.

Evaluación global del modelo matemático desarrollado como herramienta de estudio del comportamiento hidráulico de unidades de tratamiento de agua.

III. MATERIALES Y MÉTODOS

Para cumplir con el objetivo planteado de este trabajo, este apartado comprendió dos partes principales; se construyó un modelo físico de un sedimentador de alta tasa para obtener información experimental bajo condiciones controladas, y se desarrolló un modelo matemático integral, en el que se incluyeran los fenómenos de corto-circuitos, zonas muertas y recirculación.

III.1 MODELO FÍSICO

Se diseñó un modelo físico de un sedimentador de alta tasa, con la valiosa colaboración de la Dra. Alejandra Martín Domínguez y Dra. Teresa Alarcón Herrera. Su construcción se llevó a cabo en el Taller de Mantenimiento del Centro de Investigaciones en Materiales Avanzadas, por personal de este centro. El modelo fue construido en su totalidad de plexiglás transparente, en el taller de prototipos del CIMAV, de tal forma que permitió visualizar el patrón de flujo generado en cada prueba.

Este modelo físico se diseñó de acuerdo a los parámetros generales para un sedimentador de placas inclinadas, cuyo punto de partida es la velocidad crítica de sedimentación o carga superficial (V_{cs}), misma que está definida por [50]:

$$V_{cs} = \frac{S_c v_o}{\text{sen}\theta + L_{ong} \cdot \text{cos}\theta} \quad (III.3)$$

Donde:

V_{cs}	Carga superficial.
v_o	Velocidad promedio del fluido en la zona de sedimentación, o carga superficial en el área de sedimentación [m/días]
θ	Ángulo de inclinación del elemento de sedimentación, con respecto a la horizontal [rad]
S_c	Caracteriza la eficiencia de la unidad. 1.0 para sedimentadores de placas inclinadas.
L_{ong}	Longitud normalizada del sedimentador, en flujo laminar. $L_{ong} = l/a$; longitud/ancho.
A	Ancho de la longitud transversal del sedimentador [m]

La literatura recomendada para el diseño geométrico de este tipo de unidades son [17, 50, 51, 52], ya que entre éstas literaturas complementan el procedimiento para su bosquejo, tal y como el que se muestra en la Figura III.1, el cual representa el dimensionamiento del modelo utilizado en esta investigación.

El ángulo de inclinación ideal para una auto-limpieza de la zona de sedimentación es de 60° [53, 54] mientras que la relación longitud/ancho utilizada para el diseño de la unidad fue de 2 a 1.

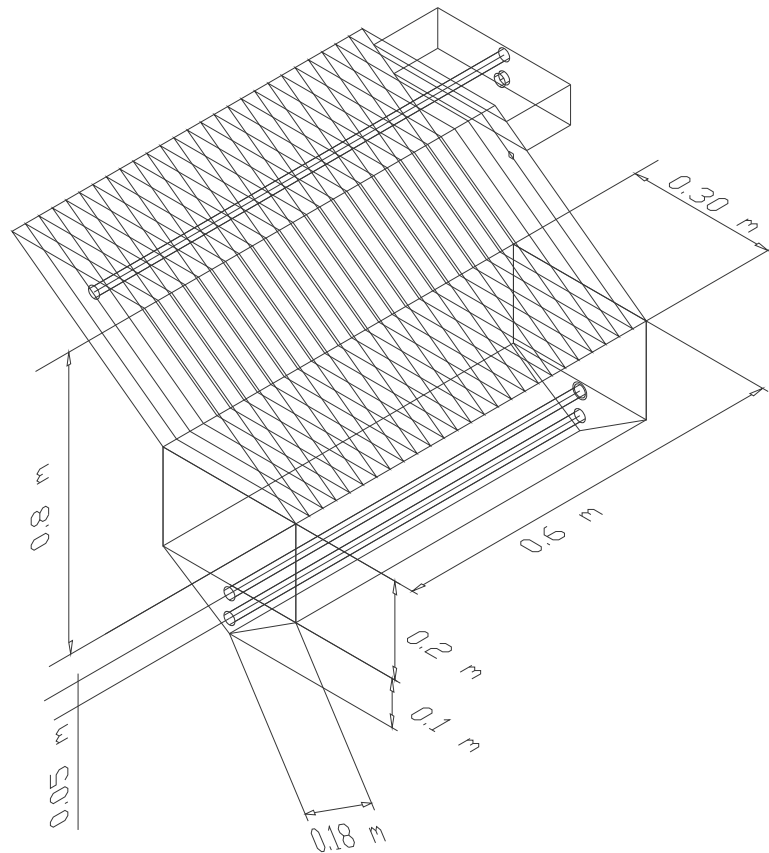


Figura III.1 Dimensiones del modelo físico del sedimentador de alta tasa utilizado

A diferencia de los diseños de estas unidades, normalmente rígidas, en su alimentación del flujo a la unidad y recolección del flujo clarificado. Para cumplir con el estudio de los efectos, las variables de operación, como el uso de geometrías diferentes en los dispositivos de entrada y salida del flujo así como el poder variar el número de mamparas. El diseño presenta la versatilidad de ser modificado, generando distintos patrones de flujo, permitiendo obtener información experimental de un comportamiento casi ideal hasta condiciones de flujo extremas. Tanto el rediseño como la elaboración de estos accesorios, así como el sistema de inyección del trazador, fueron realizados por el autor de esta investigación. Más adelante se detallan los criterios del rediseño.

Para caracterizar el comportamiento hidráulico del sedimentador se procedió a adicionar trazadores, bajo las mismas condiciones de flujo, utilizando salmuera y colorantes en forma sucesiva. Para correlacionar las mediciones de concentraciones a la salida del sedimentador durante una corrida, contra la distribución de colorante observada en otra corrida "similar". Con lo anterior fue posible generar información cualitativa y cuantitativa del comportamiento hidráulico del sedimentador, misma que se utilizó para

evaluar y validar el comportamiento de los modelos matemáticos actuales, así como el que se desarrolló en este trabajo. Sin embargo, fue posible “convertir” la información visual cualitativa en información cuantitativa, cuyo proceso se detallará más adelante.

III.1.1 Montaje experimental del modelo físico

El modelo físico utilizado es un sedimentador de alta tasa, cuyo volumen es de 45 L. Esta unidad fue construida en su totalidad de plásticos transparentes que permitieron la visualización del flujo con el uso de los colorantes utilizados: azul de metileno y rodamina sandolán.

Para garantizar condiciones de flujo en estado estable a lo largo de los experimentos, se construyó un sistema de alimentación de agua con presión constante, como se muestra en la Figura III.2. El gasto de entrada a la unidad se midió mediante un rotámetro colocado en el tubo de alimentación a la unidad. En esta misma tubería se llevó a cabo la inyección instantánea del trazador mediante una jeringa colocada a 10 centímetros aproximadamente de la unidad. Antes de cada prueba, el sistema se estabilizó hidráulicamente manteniendo el nivel constante tanto en la unidad de sedimentación, como en el tanque superior, de tal forma que las variaciones del gasto a la entrada del reactor fueran nulas.

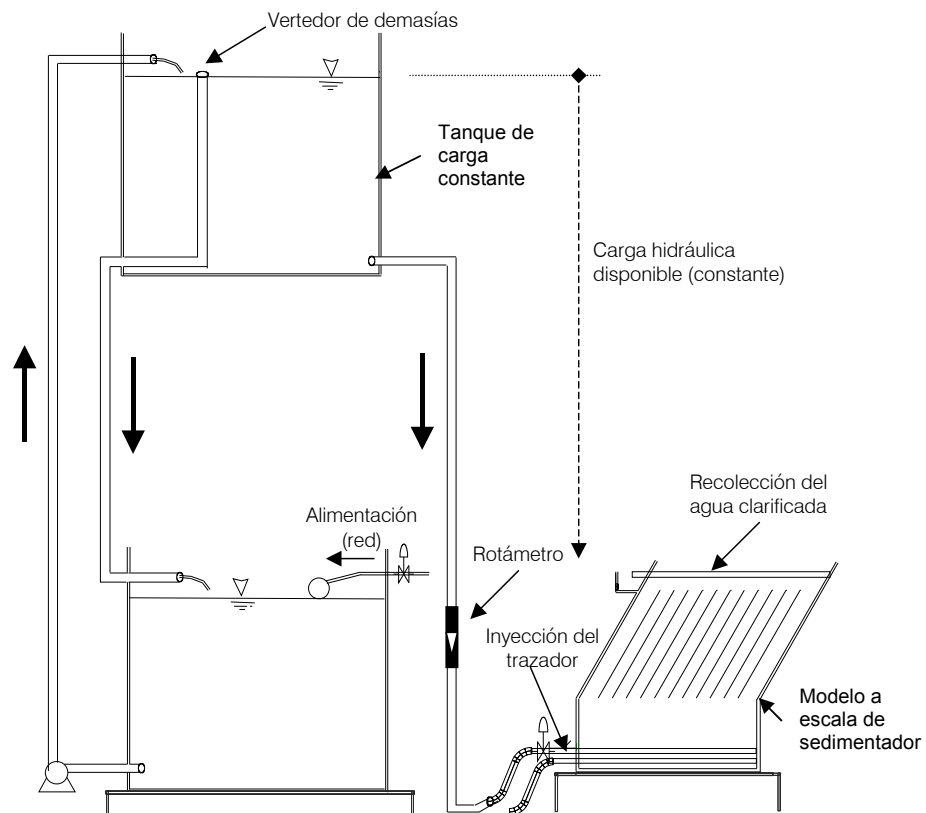


Figura III.2. Montaje experimental para mantener condiciones de flujo constantes a modelo de sedimentador de alta tasa.

III.1.2 Tanque de carga constante

La función primordial de este componente es garantizar un flujo constante, sin variaciones, al sedimentador. El volumen de éste es 450 litros, sin embargo, al generar una recirculación del agua entre el tanque superior e inferior, el volumen efectivo del tanque superior queda de 415 litros. Por ejemplo tomando en cuenta el gasto de diseño de 6 L/min, y una duración de tres veces el tiempo de retención teórica, cada prueba requiere un volumen de 434 litros, originando un déficit de solo 19 litros. Para pruebas con gastos de 6 L/min este volumen de 415 litros es suficiente, sin embargo, para gastos mayores se puede utilizar también el tanque inferior con un volumen de 450 litros adicionales, por lo tanto el volumen total de agua disponible en el sistema, sin una fuente externa, antes de iniciar una prueba era de 884 litros

III.1.3 Sistema de inyección del trazador

Los modelos de flujo que se pretende validar en este trabajo, requieren para su aplicación el que se introduzca un volumen dado de trazador en la corriente de entrada al dispositivo de estudio. Además, el volumen de trazador debe de inyectarse muy rápidamente para originar un impulso. El sistema experimental aquí utilizado logra este efecto mediante un dispositivo de inyección que consta de una jeringa conectada al tubo de alimentación al sedimentador, tal y como se muestra en la Figura III.3

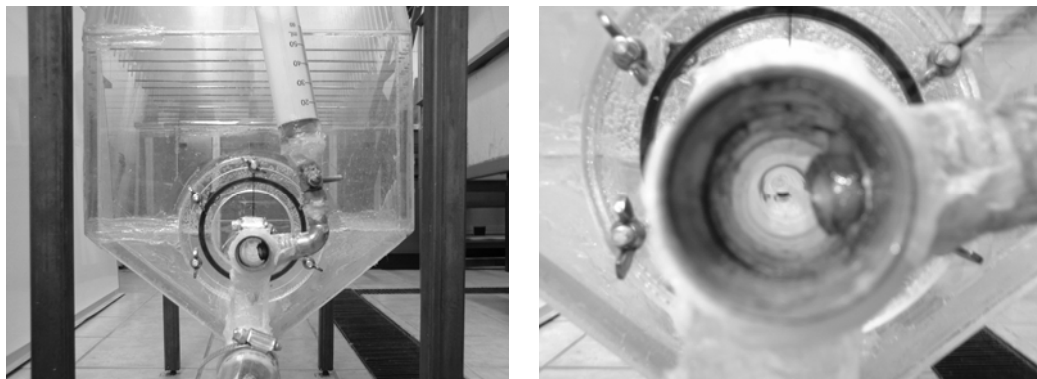


Figura III.3. Sistema de inyección a la unidad .Con detalle (derecha) de inserto, manguera interior.

Las dimensiones de la jeringa utilizada, considerando un volumen de trazador de 60 mL, es de 4¼" de altura con un diámetro de 1", sin embargo, si se utiliza otro volumen, el accesorio de inyección permite conectar distintos tipos de jeringas. Con el objetivo de minimizar el estancamiento de trazador se instaló una Tee de ¾" con reducción a ¼" entre la jeringa y el tubo de alimentación con una manguera interior ($\varnothing = 1/8"$ y longitud de 3"). Con este arreglo, se garantiza la inyección de al menos el 98% del trazador.

La concentración que se alcanzaría si todo el trazador se mezcla uniformemente e instantáneamente en el reactor, se puede calcular mediante el área bajo la curva de respuesta a la salida del reactor;

$$C_o = \frac{K \int_0^{\infty} QC(t)dt}{V} = \frac{Q}{V} \int_0^{\infty} C(t)dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\infty} C(t)dt \approx \frac{\sum C\Delta t}{\tau} \quad (\text{III.1})$$

O mediante la cantidad de trazador agregada al inicio de la prueba

$$C_o = \frac{w}{V} \quad (\text{III.2})$$

Donde:

K	Factor de conversión: $K = 10^3 \text{ L/m}^3$
C_o	Concentración del trazador [mg/L]
Q	Gasto [m^3/s]
V	Volumen de la unidad [L]
T	Tiempo [s]
τ	Tiempo teórico de residencia [s]
C(t)	Concentración del trazador en el tiempo t [mg/L]
W	Cantidad de trazador utilizado [mg]

De acuerdo con Levenspiel [11], la concentración del trazador puede tomarse en el rango de 25 a 30 mg/L.

III.1.4 Zona de medición de la concentración

En la figura III.4 se muestra la bandeja que recibe el agua recolectada mediante el accesorio de la zona de salida. De igual forma se aprecia la ubicación del sensor portátil para medir conductividad. Cabe aclarar que esta posición siempre es la misma, lo que garantiza estabilidad en la toma de lectura para cada una de las pruebas.

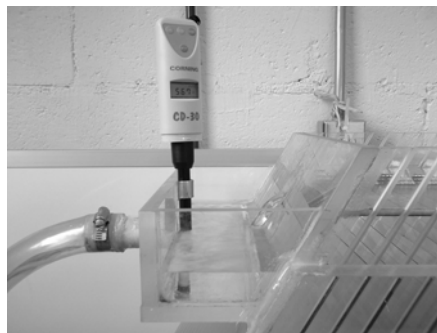


Figura III.4. Bandeja de recolección del agua clarificada, utilizada para medir la concentración a la salida del sedimentador.

Obtención de curvas DTR

Antes de inyectar la salmuera como trazador, de acuerdo a las condiciones especificadas en el apartado III.1.2, en primer lugar se llenaban tanto el tanque superior como el inferior, así como el sedimentador. Una vez realizado esto, se cerró la válvula de alimentación al tanque inferior, se dejaba recircular el agua entre estos tres recipientes, de tal forma que se homogenizara la conductividad de entrada del volumen de agua a utilizarse durante la prueba. En seguida se tomaba la primer lectura mediante el sensor de conductividad y se llevaba a cabo la inyección de la salmuera como impulso y se tomaba la lectura de conductividad de salida cada minuto, cuyo tiempo se midió siempre con el mismo cronómetro, hasta que eventualmente la concentración se acercara a la concentración inicial antes de la inyección del trazador. Es pertinente mencionar que el agua utilizada en las pruebas se tomaba de la tubería de alimentación del edificio.

III.2. CRITERIOS DE REDISEÑO DE LA UNIDAD ESTUDIADA

III.2.1 Principales zonas de la unidad estudiada

Las zonas relevantes de una unidad de sedimentación son: zona de entrada, zona de placas y zona de salida, mismas que se muestran en la Figura III.5.

Como puede observarse en este esquema, el equipo se acondicionó para variar la geometría de las zonas de entrada y salida, así como variar la cantidad de placas en la zona de sedimentación, generando así una variedad de arreglos para generar distintos patrones de flujo. En los temas posteriores se mostraran el diseño de cada accesorio y los arreglos contemplados.

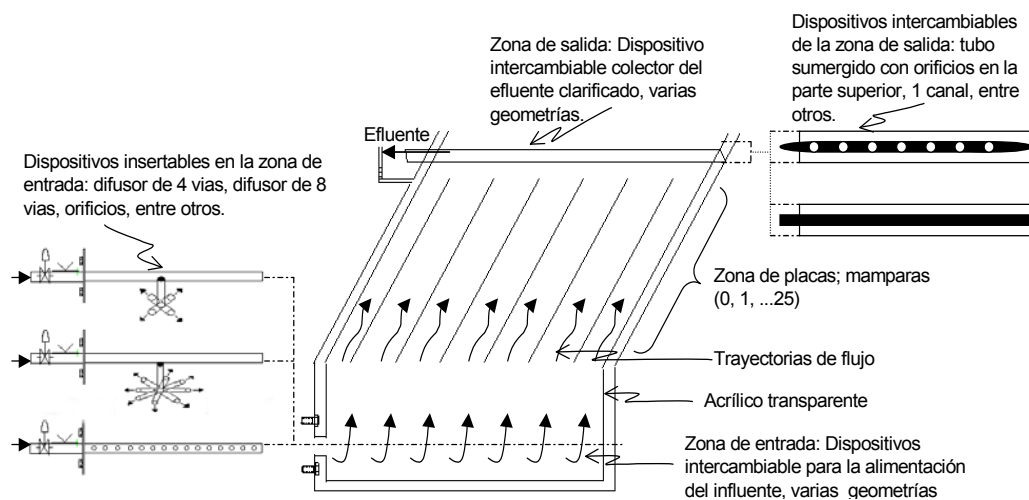


Figura III.5. Arreglo experimental en la unidad para las pruebas de laboratorio

III.2.2 Zona de entrada

El principal propósito de la zona de entrada es el de proveer una transición entre la velocidad relativamente alta del afluente (v_{afluente}), de 0.6 a 2.0 m/s [55] y la velocidad baja deseable en la zona de asentamiento o zona de entrada (v_{ze}), de 0.15 a 0.6 m/s [50], para minimizar su interferencia con el proceso de sedimentación [56]. Tanto la velocidad como la forma de distribución del flujo a la entrada del sedimentador determinan el grado de homogenización del flujo al ingresar a la zona de placas. En la Figura III.6 se muestran los arreglos utilizados en este estudio en el tubo de alimentación. Con estas geometrías se generaron distintos patrones de flujo en la zona de entrada.

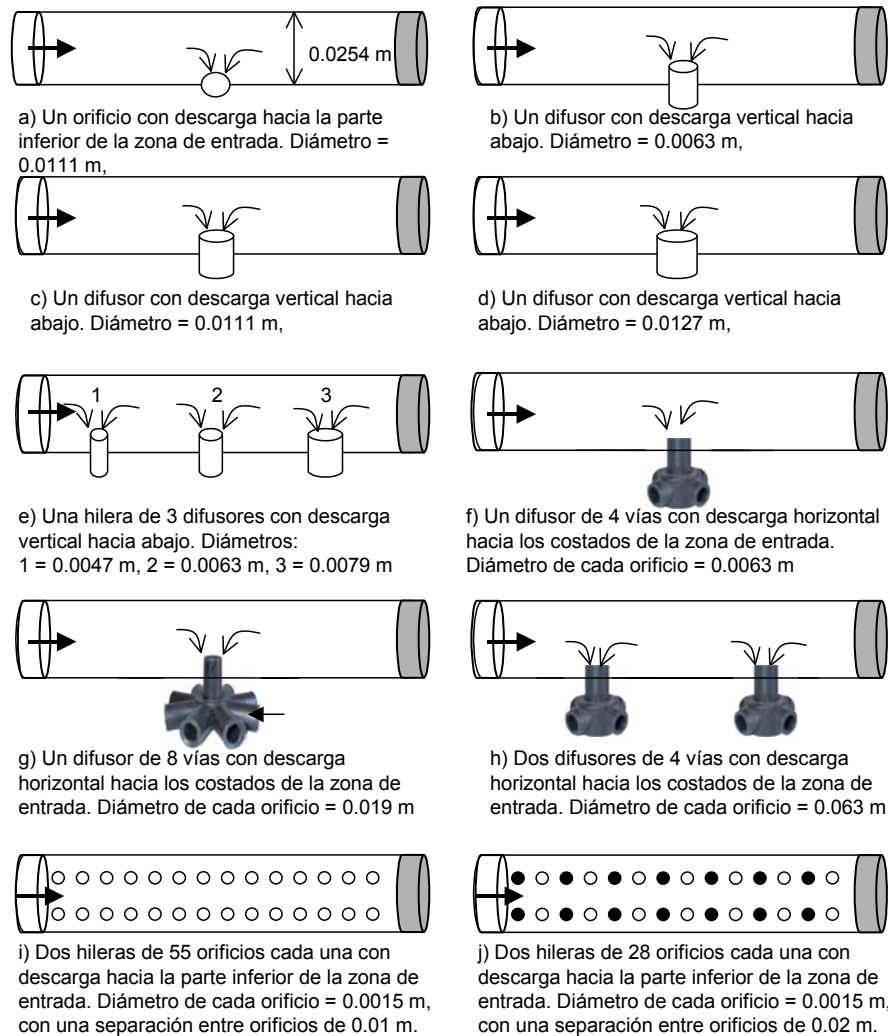


Figura III.6. Zona de entrada. Geometrías diseñadas para la inyección del flujo a la unidad.

El número de Reynolds se utilizó como parámetro de comparación en cada una de las pruebas, Tabla III.1 en la sección de resultados, para determinar el intervalo adecuado de velocidades en el tubo de alimentación del fluido a la zona de entrada. El Reynolds está definido por:

$$Re = \frac{v_{afuente} \phi}{\nu} \quad (III.4)$$

Donde:

$v_{afuente}$	Velocidad promedio en el tubo de alimentación [m/s]
ϕ	Diámetro interno del tubo o de los orificios [m]
ν	Viscosidad cinemática del fluido [m ² /s]

III.2.3 Zona de placas

En la zona de placas se lleva a cabo el proceso de sedimentación de los sólidos. El flujo entra a la unidad y se distribuye por debajo de las placas. Una vez que el líquido entra a la zona de placas, su velocidad deberá ser lo más homogénea posible, y comportarse en forma laminar; $Re < 500$ [53]. En la Figura III.7 se muestra un esquema del proceso de sedimentación en la zona de placas.

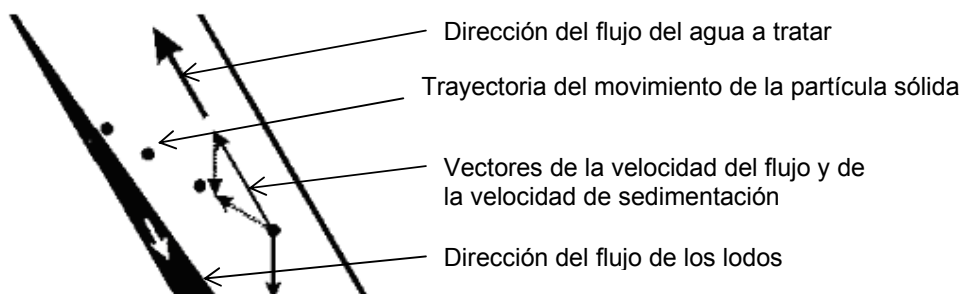


Figura III. 7. Esquema del funcionamiento hidráulico del área de placas inclinadas

El número de Reynolds para el flujo en cada celda se define tomando como longitud característica la distancia de separación entre placas, y la velocidad promedio de flujo. En este trabajo se define “celda” como el espacio entre dos placas contiguas. La velocidad se determinó en cada celda midiendo el tiempo que tardó el colorante en desplazarse desde la parte inferior de la placa hasta a la parte superior de ésta. La longitud de las placas es de 0.7 m. El diseño del sedimentador permite variar la cantidad de placas. Cuando se utilizaron 25 placas, se originaron 26 celdas con un ancho de 1.85 cm, 12 placas generan 13 celdas con ancho de 3.7 cm, y en caso de no colocar ninguna placa, se tiene una sola celda con ancho de 60 cm. Figura III.8

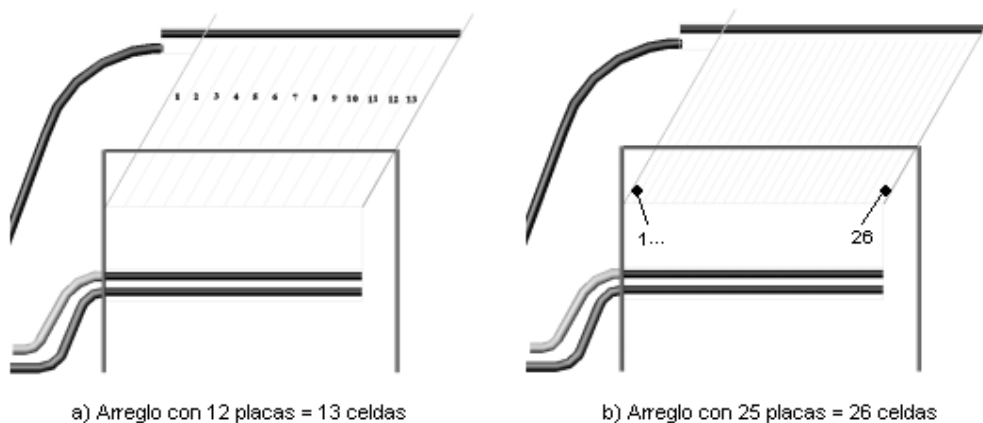


Figura III.8. Arreglos varios en la zona de placas

III.2.4 Zona de salida

El desalojo del agua ya clarificada ocurre en la zona de salida del sedimentador (parte superior del mismo, en sedimentadores de alta tasa).

Para la recolección y desalojo del caudal se utilizan canaletas o tubos colocados a lo largo del sedimentador. Las canaletas pueden ser de varios tipos de sección de flujo, como son circular, rectangular, trapezoidal o triangular. A lo largo de la canaleta se cortan vertedores que permiten regular el flujo desalojado. En el caso de utilizarse conductos cerrados (tuberías), se realizan perforaciones (circulares) a lo largo del conducto.

El número y tamaño de conductos utilizados, así como el número, tipo y tamaño de vertedores o perforaciones presentes, ocasiona la aparición de diferentes patrones de flujo en el agua clarificada a su paso por la zona de salida.

A continuación se analizan los dispositivos utilizados en este trabajo para producir diferentes patrones de flujo de salida en la unidad experimental.

Canal Rectangular con vertedores triangulares.

Dos de las geometrías utilizada en este estudio para la recolección del agua clarificada fueron mediante uno y dos canales, como se muestra en la Figura III.9, con una serie de 15 vertedores triangulares a cada costado de cada canal.

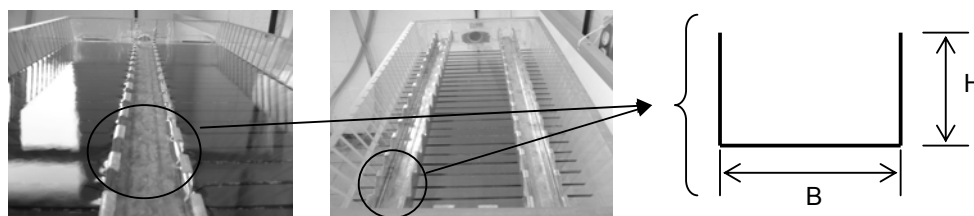


Figura III.9. Sistema de salida de la unidad mediante arreglos de uno y dos canales; en ambos casos $H = 0.042$ m, $B = 0.03$ m

Como puede observarse se realizaron dos arreglos distintos, 1 canal al centro de la zona de salida, y el segundo caso se colocaron dos canales que recolectan el 50% cada uno del flujo que llega a esta zona.

Este tipo de diseño permite el desalojo del fluido que llega a esta zona de una manera más homogénea, debido al gradiente, que garantiza que el fluido ingrese hacia el interior del canal. Las expresiones III.5 y III.6 se utilizaron para determinar las dimensiones del canal principal [55].

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A_h^{5/3}}{P^{2/3}} S^{1/2} \quad (III.5)$$

$$v_{canal} = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (III.6)$$

Donde:

v_{canal}	velocidad media de la sección [m/s]
Q	Gasto o caudal que escurre en el canal [m ³ /s].
H	Tirante vertical del flujo [m].
B	Plantilla o ancho del fondo [m].
A_h	Área hidráulica. Área normal al flujo; $A = BH$ [m ²].
P	Perímetro mojado. Sección hidráulica en contacto con la superficie del canal; $P = B+2H$ [m].
R	radio hidráulico; $R = A / P$ [m]
L_{ong}	Longitud del tramo del canal [m].
H_p	Pérdidas de energía del flujo a lo largo del canal [m].
S	Pendiente (o gradiente) de energía; $S = h_p / L_{ong}$. [adim]

En ambos casos los canales cuentan con una serie de vertedores triangulares para facilitar y homogenizar la recolección del fluido hacia el interior del canal. Figuras III.10 y III.11.

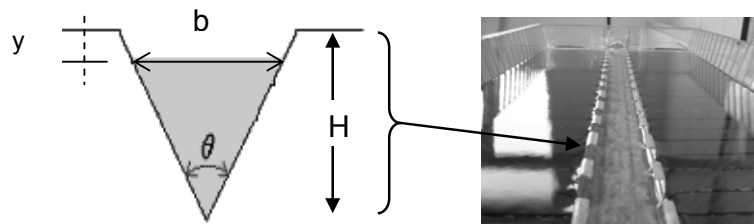


Figura III.10. Sistema de salida de la unidad mediante 1 canal, $H = 0.15$ m y $\theta = 90^\circ$ con un total de 30 vertedores, 15 por cada lado.

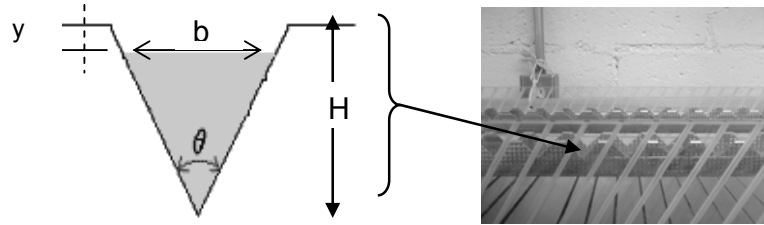


Figura III.11. Sistema de salida de la unidad mediante 2 canales, $H = 0.15$ m y $\theta = 90^\circ$ con un total de 30 vertedores por canal, 15 por cada lado.

Las expresiones III.7 y III.8 se utilizaron para determinar las dimensiones de los vertederos triangulares [55].

$$b = 2(H - y) \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{III.7})$$

$$Q_{V.TRIANGULAR} = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) H^{5/2} \quad (\text{III.8})$$

Donde:

$Q_{V.TRIANGULAR}$	Es el caudal en el vertedor triangular [(m ³ /s)]
H	Tirante vertical del flujo [m].
θ	Angulo del vertedor [rad].
G	Aceleración de la gravedad [m/s ²]

Al aplicar la ecuación de continuidad en las expresiones anteriores, el gasto que entra a la unidad es el gasto que llega a la zona de salida, por lo tanto es un dato conocido, sin embargo, si se desea determinar la aportación de cada vertedor (dado que se tienen una serie de vertedores por cada lado de las paredes del canal), para determinar el gasto que escurre por la sección del canal, se suman las aportaciones de cada vertedor, y la relación utilizada es la siguiente:

$$Q = A_I \left(\frac{v_{v1}}{2}\right) + A_{II} \left(\frac{v_{v1} + v_{v2}}{2}\right) + A_{III} \left(\frac{v_{v2} + v_{v3}}{2}\right) + \dots \quad (\text{III.9})$$

Donde:

Q	Caudal que escurre por la sección del canal [m ³ /s]
A_I, A_{II}, A_{III}	Área de cada uno de los vertedores triangulares [m ²]
v_v	Velocidad en cada vertedor triangular [m/s]

Tubo sumergido con orificios en la parte superior.

Se ha reportado que el uso de secciones circulares, mediante tubos con perforaciones en la parte superior, da buenos resultados siempre y

cuando cada orificio sea del mismo diámetro, descargue libremente dentro del tubo [17] y el tubo trabaje a sección llena. Esta última condición es básica para que cada orificio extraiga la misma cantidad de agua en función de la carga hidráulica; h (m) por encima de los orificios. En la Figura III.12 se muestra un esquema de la geometría empleada del tubo utilizado en esta investigación.

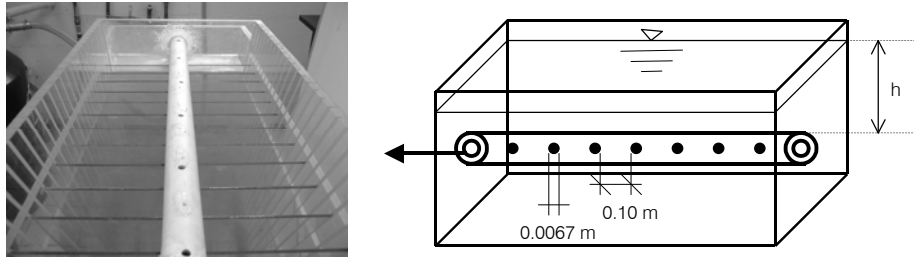


Figura III.12. Dispositivo de recolección; tubo sumergido con 6 orificios en la parte superior

Por lo tanto, una vez propuesta la cantidad (n_{orif}) y diámetro de los orificios en el tubo (ϕ), la carga hidráulica (h) sobre los orificios estará en función de las variaciones del caudal. Mediante la expresión III.10 se puede obtener “ h ” [17]:

$$Q_{orif} = C_{fricción} A_T n_{orif} \sqrt{2gh} \quad \text{de la cual} \quad h = \left(\frac{Q_{orif}}{C_{fricción} A_T n_{orif}} \right)^2 \quad (III.10)$$

Donde:

Q_{orif}	Es el caudal por orificio [m^3/s]
A_T	Área transversal de los orificios [m^2]
H	Carga hidráulica sobre los orificios [m]
$C_{fricción}$	Coefficiente de fricción en función del material del tubo [de 0.6 a 1.5]
n_{orif}	Número de orificios
G	Aceleración de la gravedad [m/s^2]

Diferentes tipos de flujos en canales.

En este tipo de secciones el líquido que fluye presenta una superficie libre sujeta a la presión atmosférica, en el cual se establece que Re sea menor a 500 para un flujo laminar, así como que el número de Froude (Fr) debe ser menor que 1, para un flujo subcrítico. La ecuación utilizada para el cálculo del número de Reynolds es la misma de la expresión III.4, sustituyendo a “ ϕ ” por el ancho del canal (B) y “ v ” es la velocidad promedio que fluye por el canal. El número de Froude se determina mediante la expresión III.11.

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gB}} \quad (III.11)$$

Donde:

v	Velocidad promedio en el canal o conducto [m/s]
B	Ancho del canal o conducto [m]
g	Aceleración de la gravedad [m/s ²]

La clasificación de los flujos se llevó a cabo en relación con (Roberson y Crowe, 1997):

Por efecto de la profundidad:

Supercrítico: $Fr > 1$,

Crítico: $Fr = 1$,

Subcrítico: $Fr < 1$.

Por el tipo de flujo:

Laminar: $Re < 500$,

De transición: $500 < Re < 2000$,

Turbulento: $Re > 2000$

III.2.5. Geometrías resultantes al combinar los distintos arreglos en las tres zonas.

En la tabla III.1 se muestran 23 casos, resultado de combinar geometrías de las tres zonas primordiales de la unidad. Con cada combinación se logró un patrón de flujos distinto. El objetivo en cada caso fue obtener distintas magnitudes de zonas muertas, corto-circuitos y recirculación interna. Los resultados experimentales con salmuera se alimentaron a los modelos, y los resultados se compararon contra los fenómenos observados mediante la utilización de los colorantes, lo anterior permitió determinar la capacidad de predicción de los modelos matemáticos.

Por ejemplo, tomando como referencia el caso1; Figura A.1 (Anexo A). El flujo en el tubo de alimentación es de izquierda a derecha, al tener un solo orificio al centro del área de la zona de entrada, se orienta el flujo que entra a la unidad hacia las celdas de la derecha, originando que reciban la mayor parte del flujo generando así altas velocidades de flujo ascendente en ellas. Esto implica que al llegar esta porción de flujo a la zona de salida, el tubo con orificios será incapaz de desalojarlo adecuadamente generando de esta forma flujo descendente en el resto de las celdas. La diferencia de velocidades entre las celdas de flujo ascendente y descendente podría originar zonas muertas.

Por otro lado, el caso 2 (Figura A.2) que pudiera ser similar al anterior, no lo es, ya que el tener un difusor orientado hacia debajo de la zona de entrada, generará flujo ascendente en las celdas de ambos extremos de la unidad, generando de esta forma menor cantidad de celdas con flujo descendente, presumiblemente recirculación interna. Tomando en cuenta este mismo formato, pero incrementando el diámetro de este difusor, caso 3, la velocidad en las celdas ascendentes es menor, lo que permitirá que el tubo

de recolección del flujo trabaje más adecuadamente, evitando menor cantidad de celdas con flujo descendente.

Sin embargo, al colocar un accesorio que permitió inyectar el flujo a la zona de entrada con velocidades bajas y hacia todas direcciones, como el difusor de 8 vías. Aunado a un accesorio en la zona de salida que recolecta con mayor eficiencia el flujo que llega a esta zona, tal como un canal con vertedores triangulares, con la totalidad de las mamparas. Originó que la mayoría de las celdas tuviesen flujos ascendentes con velocidades muy similares, acercándose a un comportamiento ideal; flujo predominantemente laminar. El caso 16 es un ejemplo de este tipo de arreglo. En el Anexo A, se muestran los resultados visuales de cada uno de estos casos, así como un análisis del comportamiento del flujo en las celdas, utilizando el número de Reynolds.

Caso	Gasto de entrada (L/s)	Zona de entrada	Zona de placas (No. de Celdas)	Zona de salida
1	0.1	Orificio de 1.11 cm	26	Tubo con orificios
2	0.1	Difusor de 1.11 cm	26	Tubo con orificios
3	0.1	Difusor de 1.27 cm	26	Tubo con orificios
4	0.1	Hilera de 3 difusores	26	Tubo con orificios
5	0.1	Difusor de 4 vías	26	Tubo con orificios
6	0.1	Difusor de 4 vías	1	Tubo con orificios
7	0.1	Difusor de 8 vías	1	Tubo con orificios
8	0.1	Difusor de 8 vías	13	Tubo con orificios
9	0.1	Difusor de 8 vías	13	Tubo con orificios
10	0.1	2 hileras de 55 orificios	13	Tubo con orificios
11	0.1	2 hileras de 28 orificios	13	Tubo con orificios
12	0.1	Difusor de 8 vías	26	Un canal
13	0.066	Difusor de 8 vías	26	Un canal
14	0.13	Difusor de 8 vías	26	Un canal
15	0.066	Dos difusores de 4 vías	26	Un canal
16	0.1	Dos difusores de 4 vías	26	Un canal
17	0.13	Dos difusores de 4 vías	26	Un canal
18	0.066	Difusor de 4 vías	26	Un canal
19	0.1	Difusor de 4 vías	26	Un canal
20	0.13	Difusor de 4 vías	26	Un canal
21	0.1	Difusor de 4 vías	26	Un canal
22	0.1	Difusor de 8 vías	26	Un canal
23	0.1	Dos difusores de 4 vías	26	Un canal

Tabla III.1. Combinaciones utilizadas de las geometrías de las zonas de entrada, placas y salida.

III.3 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LA INFORMACIÓN EXPERIMENTAL OBTENIDA MEDIANTE IMÁGENES

Como se mencionó anteriormente, los resultados experimentales con salmuera se alimentaron a los modelos, y los resultados se compararon contra los fenómenos observados mediante la utilización de los colorantes, lo

anterior permitió determinar la capacidad de predicción de los modelos matemáticos.

La utilización de colorantes proporcionó información experimental cualitativa, y originalmente se pretendió inferir la presencia de cortocircuitos, zonas muertas y recirculación en forma visual y determinar si los modelos predecían la presencia de estos así como su magnitud. Sin embargo, esta comparación fue muy subjetiva y se prestó a imprecisiones. Por ejemplo, si se toma en cuenta la fotografía de la figura A.41 tomada a los 5 minutos de iniciada la prueba, no es posible inferir cuales celdas contribuyen a generar corto-circuitos. Es posible observar que en algunas celdas el colorante llega primero a la zona de salida, pero no es determinante que en éstas se generen corto-circuitos. Además, tampoco es viable determinar que zonas son espacios muertos, ya que al progresar la prueba todos los espacios tienden paulatinamente a tener colorante, ya sea por difusión o convección, pero progresivamente toda la unidad recibe colorante. Por lo tanto, queda claro en que momento es pertinente considerar la cuantificación de los espacios que todavía no reciben colorante. Por otro lado, aparentemente es factible visualizar las celdas con recirculación, ya que en ellas se aprecia un flujo claramente descendente

Por lo tanto, es posible pasar de una información visual a datos cuantificables [57], y llevar a cabo una analogía con los índices de tendencia central, como los descritos en la sección de antecedentes, lo cual arrojó una información experimental del colorante cuali-cuantitativa. Para llevar a cabo este procedimiento, el cual se describe más adelante, se utilizó de la información visual la medición de las velocidades de ascenso y descenso del colorante en la zona de placas. Posteriormente se aplicó un análisis estadístico a estos datos para determinar cuales son las probables celdas que contribuyen a generar corto-circuito, zonas muertas y recirculación. Dicha cuantificación se realizó mediante expresiones que involucran la media (μ), varianza (σ), entre otros.

Para pasar de una información visual a datos cuantificables se siguió el siguiente procedimiento, tomando como ejemplo el caso de la Figura A.41.

III.3.1 Verificación del comportamiento normal de la información visual

La velocidad se determinó en cada celda midiendo el tiempo que tardó el colorante en desplazarse por la zona de placas; en forma ascendente se midió desde la parte inferior de la placa hasta a la parte superior de ésta (se considera flujo positivo), y descendente desde la parte superior hasta la parte inferior de la celda (negativo). Los resultados se muestran en la Figura III.13.

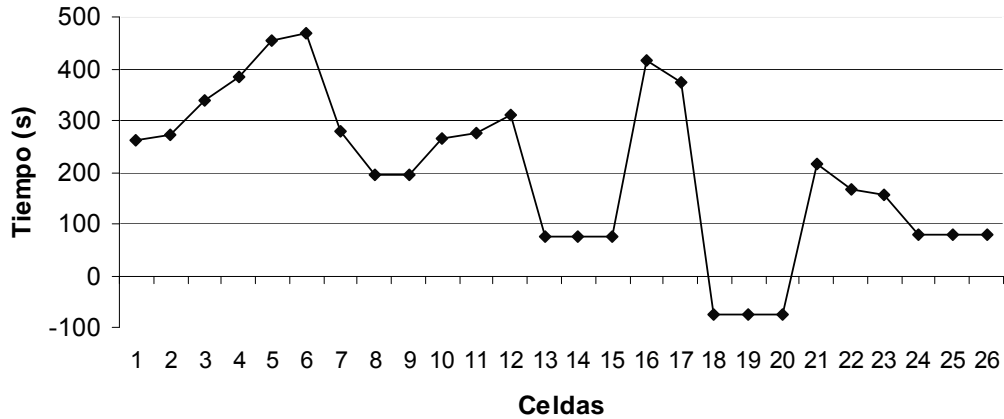


Figura III.13. Tiempo que le tomó al colorante en recorrer la zona de placas; ascendente (+) o descendente (-).

Una vez que se determinó el tiempo, se procedió a calcular la velocidad en cada celda, tomando en cuenta que la longitud de las placas es de 0.7 m. La relación utilizada para este cálculo, fue:

$$Velocidad = \frac{\text{Longitud de placa (m)}}{\text{tiempo (s)}} \quad (III.12)$$

Los resultados se muestran en la Figura III.14:

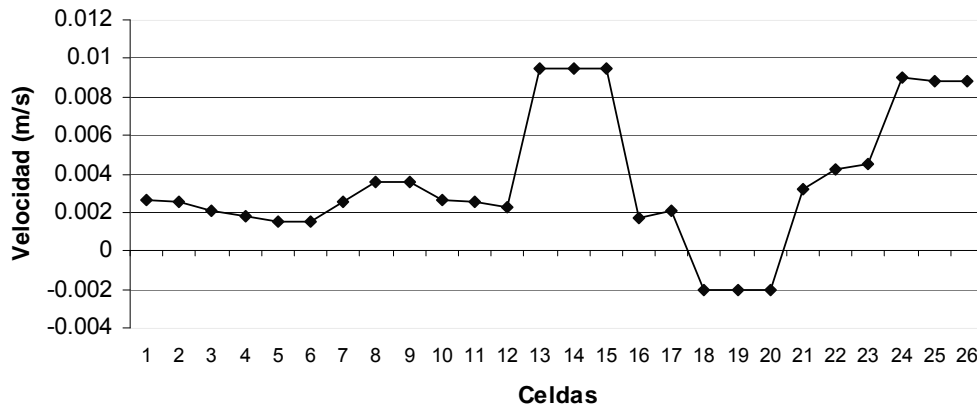


Figura III.14. Velocidad en cada celda con flujo ascendente de la zona de placas.

En seguida, mediante la expresión inferior se determinó el flujo en cada celda. Sin embargo, a pesar que el flujo en la ecuación III.13 se presenta en m^3/s , en los cálculos subsecuentes a este análisis, se realizó una conversión a L/min, para una mejor visualización de los resultados.

$$Q = VA \quad (III.13)$$

Donde:

Q	Gasto en cada celda con flujo ascendente [m^3/s]
V	V = Velocidad promedio en cada celda [m/s]
A	A = Área entre placas [m^2]

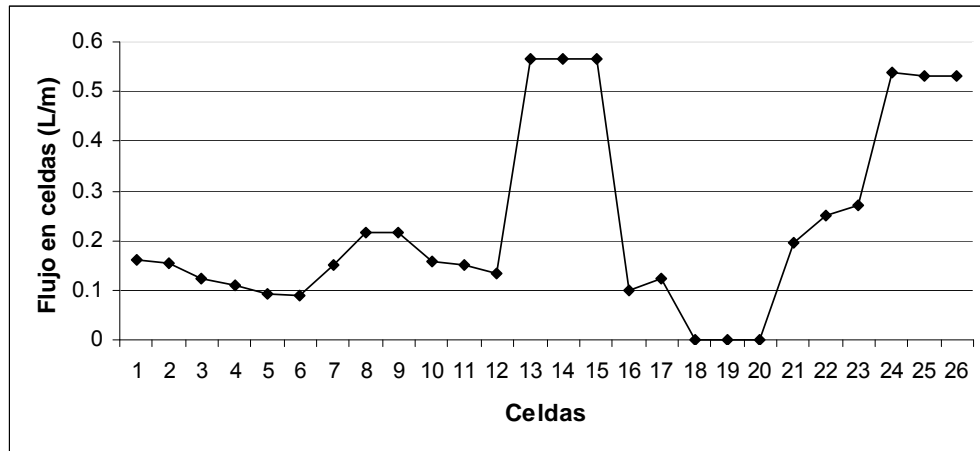


Figura III.15. Gasto en cada celda con flujo ascendente de la zona de placas.

Para obtener y calcular así la fracción que corresponde a los cortocircuitos se utilizará la teoría de tendencia central de un rango de datos [58]. Sin embargo, se deberá primero verificar la hipótesis de la prueba de distribución normal para este grupo de datos [59], y ver si efectivamente el comportamiento de esta información experimental sigue un comportamiento normal.

El primer paso, para determinar si el grupo de datos tiene un comportamiento normal, es obtener el histograma de frecuencias, Figura III.16.

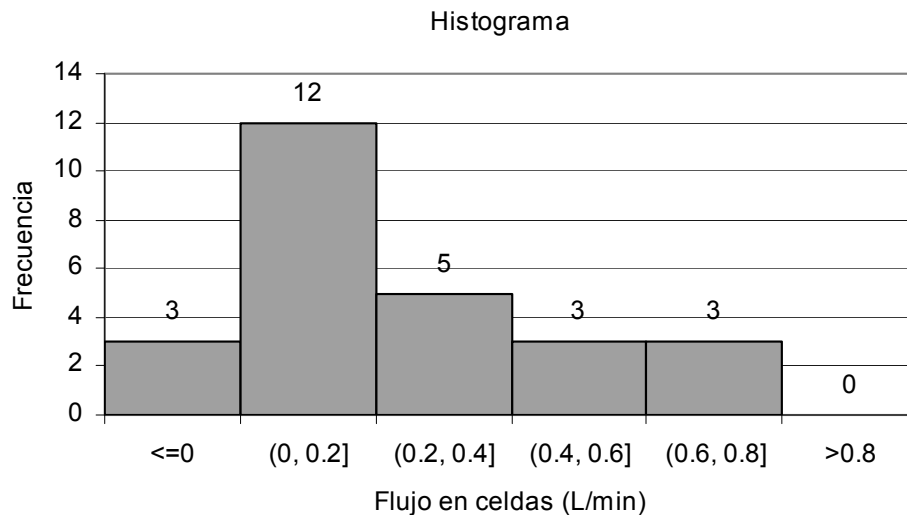


Figura III.16. Frecuencias relativas del grupo de datos experimentales

Y posteriormente se determinan los valores porcentuales de la función acumulativa, éstos se grafican, con respecto a los cuartiles; teoría de Kolmogorov-Smirnov [60]

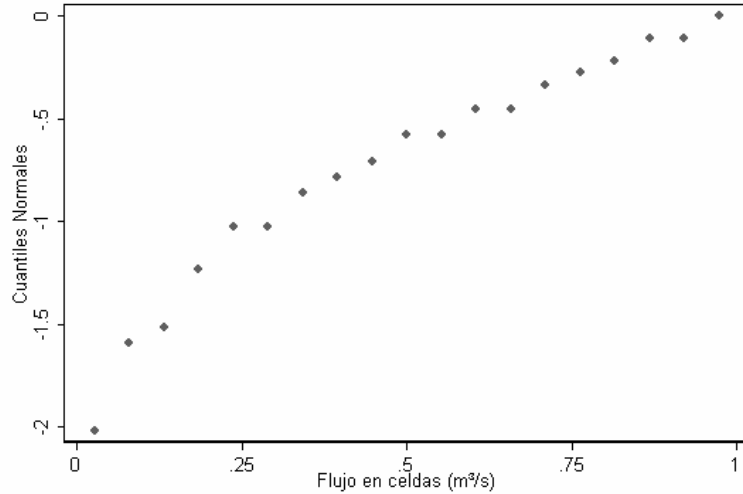


Figura III.17. Tendencia del comportamiento del grupo de datos experimentales.

Para una distribución normal ideal, todos los valores deben formar una línea recta. Sin embargo, generalmente los puntos en los límites 16% y 84% ($-\sigma$ y $+\sigma$) y no forman una línea recta. Por lo tanto en este caso se acepta la hipótesis de que la información experimental tiene un comportamiento normal. A continuación, los datos experimentales se analizaron utilizando el Teorema de Límites Centrales de una curva normal [61], homólogo a como se analiza la curva de distribución de tiempos de residencia:

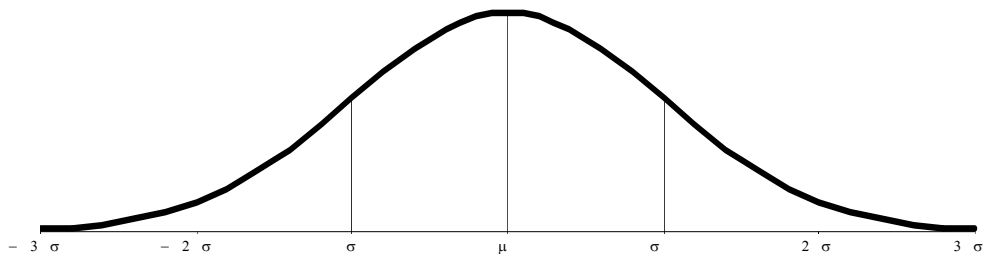


Figura III.18. Teorema de límites centrales de una curva normal en campana.

El resultado de este análisis se muestra en la Figura III.19:

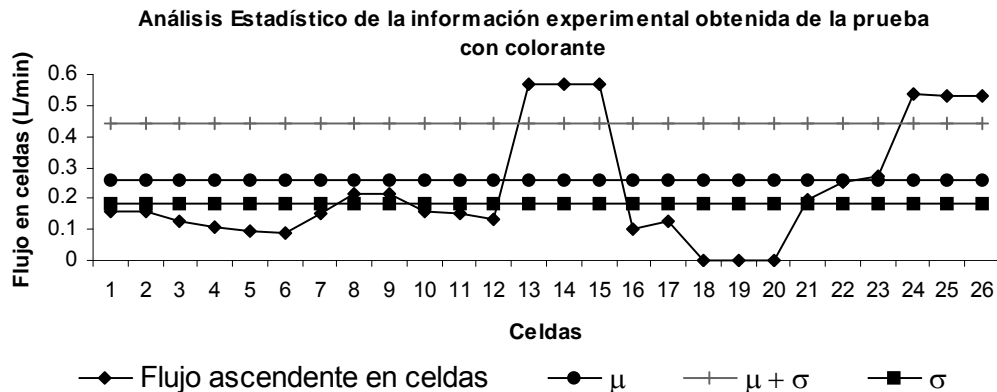


Figura III.19. Análisis estadístico de los datos experimentales utilizando las áreas de rechazo mediante los límites centrales

III.3.2 Cortocircuitos

De la Figura III.19 se obtienen las celdas que contribuyen a generar los corto-circuitos (área de rechazo) son las celdas; 13, 14, 15, 24, 25 y 26, y la fracción de flujo de esas celdas se determina mediante el rango que excede $\mu+\sigma$. Por lo tanto el cálculo del corto-circuito se obtiene a partir de la tabla III.2:

Celda	Flujo (L/min)	Dato ($\mu+\sigma$)	Celda	Flujo (L/min)	Dato ($\mu+\sigma$)	Celda	Flujo (L/min)	Dato ($\mu+\sigma$)
1	0.16	0	10	0.16	0	19	0	0
2	0.15	0	11	0.15	0	20	0	0
3	0.12	0	12	0.14	0	21	0.19	0
4	0.11	0	13	0.57	0.12	22	0.25	0
5	0.09	0	14	0.57	0.12	23	0.27	0
6	0.09	0	15	0.57	0.12	24	0.54	0.10
7	0.15	0	16	0.10	0	25	0.53	0.09
8	0.21	0	17	0.12	0	26	0.53	0.09
9	0.21	0	18	0	0			
Sumas							6	0.64

Tabla III.2. Relación de flujos en celdas y cuantificación del flujo en celdas que propician corto-circuitos

$$\text{Corto - circuitos} = \frac{\sum \text{fracción de flujo de las celdas}}{\text{Flujo total}} \times 100\% = \frac{0.64}{6} \times 100 = 10.66\% \quad (\text{II.14})$$

III.3.3 Recirculación interna

Para calcular la magnitud de recirculación en las celdas con flujo descendente, se midió la velocidad de la misma forma que con el flujo ascendente y se realizó la conversión a gasto en L/min con la ecuación III.14. Sin embargo, se tomó el tiempo en tardaba en llegar el colorante desde la parte superior de la celda hasta la inferior de la misma. Los flujos obtenidos se muestran en la Figura III.20.

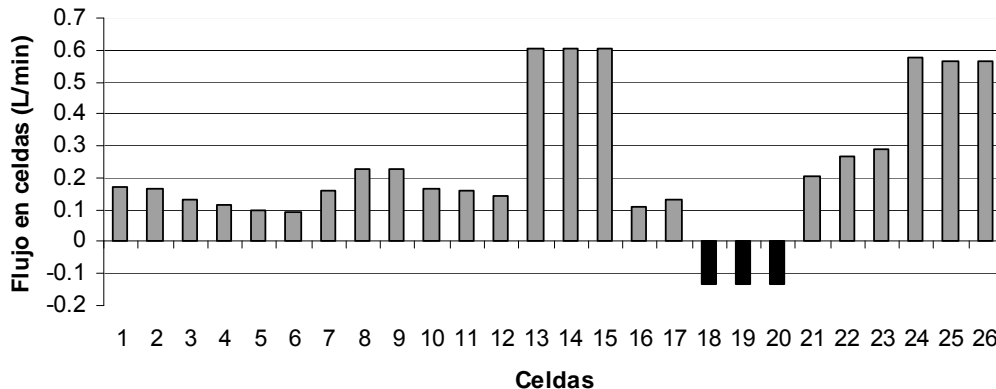


Figura III.20. Gasto en cada celda con flujo ascendente y descendente (recirculación) de la zona de placas.

$$\text{Recirculación} = \frac{\sum \text{del flujo de las celdas "negativas"}}{\text{Flujo total}} \times 100\% = \frac{0.133 * 3}{6} \times 100\% = 6.65\% \quad (\text{III.15})$$

III.3.4 Zonas muertas

El volumen muerto se determinó mediante las celdas cuyo rango queda por debajo del rango $\mu - \sigma$, y este rango coincide con las celdas negativas (flujo descendente); celdas 18, 19 y 20. Por lo tanto el cálculo del volumen muerto para cada celda se obtuvo:

$$V_{\text{muerto}} = \sum [\text{Volumen de las celdas negativas}] = [\text{Ancho}] [\text{Seperación de placas}] [\text{Altura}]$$

$$V_{\text{muerto}} = (0.3m)(0.0185m)(0.7m) = 0.003885m^3$$

Y considerando el total de celdas con este fenómeno:

$$V_{\text{muerto}} = 0.003885m^3 \times 3 \text{ celdas} = 0.011655m^3$$

$$\frac{V_{\text{muerto}}}{V_{\text{total}}} \times 100 = \frac{0.011655m^3}{0.145m^3} \times 100 = 8.03\%$$

Los resultados obtenidos mediante la conversión de imágenes a datos cuantificables, de corto-circuitos, recirculación y de zonas muertas son similares a la “medición” cualitativa observada, a través del análisis de imágenes y videos tanto del área lateral como transversal de la unidad. Sin embargo, no era posible tomar en cuenta el análisis de imágenes de una prueba en particular, fijar ese marco de referencia y extrapolarlo a otras pruebas, ya que las condiciones de flujo en cada una de ellas son diferentes. Por esta razón se determinó este marco de referencia estadístico y se aplicó la totalidad de los 23 casos. Y se compararon los resultados con la predicción de los modelos con datos cuantitativos de la DTR.

III.4. DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO

Se empezó el análisis considerando los regímenes de flujo ideales, es decir las condiciones de frontera, y partir de éstos llevar a cabo el desarrollo del modelo. Las características de flujo de una unidad de tratamiento rara vez se acercan a un régimen ideal; flujo completamente mezclado (MC) y flujo pistón (FP). Sin embargo, las unidades se diseñan acercándose lo más posible a un caso o al otro, dependiendo de las características propias de la unidad a diseñar.

La herramienta fundamental para analizar y caracterizar el régimen de flujo en unidades de tratamiento es la curva de Distribución de Tiempos de Residencia (DTR), la cual se obtiene mediante la técnica estímulo-respuesta utilizando trazadores [4]. Las propiedades deseables de estos trazadores son; que sean completamente solubles, que no participen en ninguna reacción y que no absorban o sean absorbidos por el reactor o su contenido. Se asume que las moléculas de trazador se muevan de la misma forma que las moléculas de agua y de esta forma su patrón de flujo y el del agua van a ser muy similares [13]. Si un trazador se agrega como impulso al fluido de la tubería de entrada a la unidad, éste va a aparecer en la salida en un lapso de tiempo y dará lugar, mediante su medición, a la DTR.

III.4.1 Análisis de unidades completamente mezcladas

Considérese un reactor de volumen V , recibiendo un flujo uniforme Q , con tiempo de residencia hidráulico τ , ecuación III.16 [11] y se asume que la unidad tiene un comportamiento de MC, ya que la cantidad de trazador inyectado en la entrada, se distribuye instantánea y homogéneamente en toda la unidad [34, 43, 62].

$$\tau = \frac{V}{Q} \quad \text{(III.16)}$$

Donde:

τ es el tiempo de residencia hidráulico teórico (s)

V es el volumen del reactor (m^3)

Q es el flujo de entrada (m^3/s)

En un tiempo, $t = 0$, la concentración (C) del trazador en la unidad es 0, e inmediatamente se inyecta como impulso un trazador de concentración C_i , en el tubo de alimentación de entrada y se inicia la medición de C a la salida, Figura III.21.

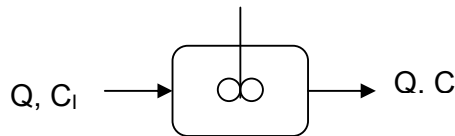


Figura III.21. Unidad con flujo completamente mezclado

El balance de masa para el trazador es el siguiente [4, 11, 12]

Entrada – Salida = Acumulación

$$QC_i - QC = V \frac{dC}{dt} \quad \text{(III.17)}$$

Donde:

C_i es la concentración del trazador en la alimentación aplicada como impulso
 C es la concentración del trazador en la unidad

Debido a que el trazador no reacciona con la unidad o su contenido, el término de generación es cero. Por lo tanto, la ecuación III.17 queda de la siguiente forma:

$$\frac{dC}{dt} + \frac{1}{\tau}C = \frac{1}{\tau}C_i \quad (\text{III.18})$$

En la ecuación III.18, C_i es la función que propicia el proceso y es variable con respecto al tiempo, de igual forma la concentración del trazador a la salida de la unidad va a ser variable con respecto al tiempo. Los sistemas lineales con coeficientes constantes pueden ser representados por ecuaciones diferenciales o por funciones de transferencia. La función de transferencia se considera como una caja negra con una entrada y una salida, por ejemplo si se define a $x(t)$ la señal de entrada y una vez que ésta atraviesa la unidad da $y(t)$ que es la señal de salida transformada por la caja negra.

En la Figura III.22 se muestra el diagrama para un reactor perfectamente mezclado [49], se muestran dos tipos de nomenclatura, la utilizada en la literatura en general y la que se adoptará en este trabajo para ser congruentes con la nomenclatura del balance de masa. La función de transferencia se define como el cociente de la transformada de Laplace de la señal de salida, entre la transformada de Laplace de la señal de entrada [63].

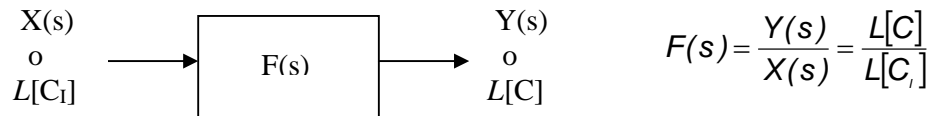


Figura III.22. Diagrama de bloque para una unidad con flujo completamente mezclado

En el Anexo E1, se muestra el desarrollo matemático para una unidad completamente mezclada, y la solución de una DTR normalizada para este tipo de unidades, se muestra en la ecuación III.19.

$$E(\theta) = e^{-\theta} \quad (\text{III.19})$$

III.4.2 Análisis de unidades con comportamiento de flujo pistón

El esquema de la figura III.23 representa una unidad con flujo pistón, en la cual no hay mezclado axial. Debido a la inexistencia de mezcla en planos adyacentes en la unidad con flujo pistón, se espera que el trazador aplicado como impulso vaya a aparecer a la salida en el tiempo de salida que contiene la totalidad del trazador inyectado. Por lo tanto se asume que el

trazador inyectado en un tiempo $t = 0$ se va a distribuir completamente en un elemento de volumen en particular de la unidad, incluyendo la expansión a lo largo de la sección transversal de este elemento. Debido a estas suposiciones el balance de masa del trazador no puede llevarse a cabo en el volumen total del reactor ya que no es homogénea la mezcla. Por tal razón se tomará en cuenta un elemento del volumen.

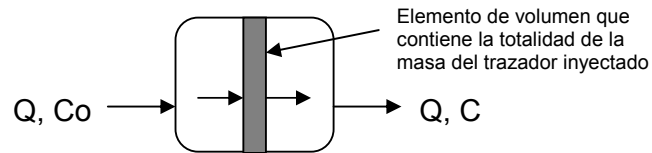


Figura III.23. Unidad con flujo pistón

El balance de masa para el elemento de volumen considerado es el siguiente [49]:

Entrada – Salida + Generación = Acumulación

$$QC - Q(C + dC) + 0 = dV \frac{d\left[C + \frac{dC}{2}\right]}{dt} \quad (\text{III.20})$$

Donde:

$C + \frac{dC}{2}$ es el promedio de la concentración del trazador en dV (diferencial del volumen del elemento)

Sustituyendo $A dz$ (diferencial del ancho del elemento) para dV en el balance de masas y reordenando se tiene:

$$-QdC = Adz \left[\frac{dC}{dt} + \frac{1}{2} d\left(\frac{dC}{dt}\right) \right] = Adz \frac{dC}{dt} \quad (\text{III.21})$$

Lo que se reduce a:

$$-\frac{Q}{A} \frac{dC}{dz} = \frac{dC}{dt} \quad (\text{III.22})$$

Debido a que $d(dC/dt)$ es una diferencial de segundo orden, pero

$$\frac{Q}{A} = v = \frac{dz}{dt} \quad (\text{III.23})$$

donde v es la velocidad del fluido en la unidad (m/s).

Utilizando la relación III.23, se encuentra la siguiente relación (III.24):

$$-\frac{dC}{dt} = \frac{dC}{dt} \quad (\text{III.24})$$

La única forma que la ecuación sea verdadera es que dC/dt sea cero. Sin embargo, el comportamiento en flujo pistón puede ser resuelto utilizando la transformada de Laplace. La ecuación III.22 es prueba de la continuidad de la ecuación III.25.

$$-v \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (\text{III.25})$$

Donde

z es la distancia a lo largo del reactor.

$C = C(z;t)$

En el Anexo E2, se detalla el desarrollo matemático para la condición inicial de C_0 de inyección del trazador a la unidad, la cual queda como sigue:

$$C(z,t) = C_0 \delta(t - t_1) \quad \text{en } z = 0 \quad (\text{III.26})$$

Ya que la constante C_0 es la condición inicial, y no τ como es el caso de CM. Por lo tanto transformando la ecuación III.26 se tiene:

$$Y(0,s) = L[C(0,t)] = C_0 e^{-st_1} \quad (\text{III.27})$$

Utilizando las ecuaciones III.25.5 (del Anexo E2) y III.27 se obtiene:

$$Y = C_0 e^{-st_1} = K_1 e^{-\frac{s}{v}(0)} \quad (\text{III.28})$$

$$K_1 = C_0 e^{-st_1}$$

Sustituyendo la ecuación II.55 en la ecuación III.52:

$$Y = C_0 \exp\left[-s\left(t_1 + \frac{z}{v}\right)\right] \quad (\text{III.29})$$

La transformada inversa de la ecuación III.29 da la expresión de una unidad con comportamiento de flujo pistón

$$C(x,t) = C_0 \delta\left(t - t_1 - \frac{z}{v}\right) \quad (\text{III.30})$$

Los valores de la ecuación III.30 son:

$$C(z,t) = C_0 \quad \text{cuando} \quad t = t_1 + \frac{z}{v}$$

$$C(z,t) = 0 \quad \text{en cualquier otro caso}$$

Si $t_1=0$, entonces la ecuación III.30 establece que la concentración es cero en cualquier parte de la unidad, excepto en el plano $z = vt$, el movimiento del plano con velocidad v a través de la unidad, establece el flujo pistón ideal. Esta interpretación equivale a lo que por definición se conoce como delta de Dirac para una inyección por impulso. El resultado es compatible con la expresión utilizada por algunos autores; $E(t)=\delta(t-\tau)$ [11, 12, 64].

III.4.3 Modelo de varios reactores en serie

Típicamente las unidades de tratamiento de agua no se comportan como CM ni como FP, sino como alguna combinación de ambos tipos de flujo. Por lo tanto, es necesario analizar las unidades modelando este tipo de comportamiento combinado. Una de las técnicas propuestas en la literatura para predecir los patrones de flujos reales, es la utilización de modelos de un parámetro, tales como el de tanques en serie, o modelos de dispersión [11, 12, 49, 65], ver Figura III.24. O con modelos de dos o más parámetros, como los modelos que incluyen cortocircuitos, zonas muertas y recirculación.

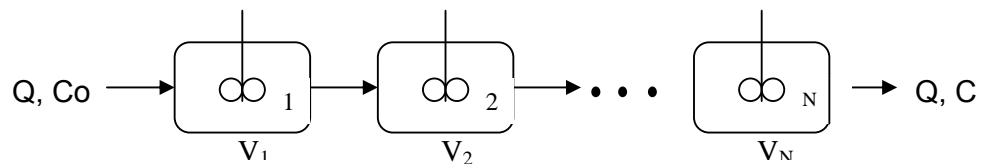


Figura III.24. Varios reactores conectados en serie

Se analizará primero el modelo de un parámetro, y posteriormente se utilizará como base para complementarlo con los otros modelos mencionados. Un parámetro es utilizado para cuantificar la no idealidad del reactor, mediante el análisis de la DTR obtenida por medio de la técnica estímulo-respuesta, con inyección del trazador como impulso. Se asume que en el modelo de varios reactores mezclados en serie, el volumen total se distribuye entre un número N de reactores perfectamente mezclados, de tal forma que [4]:

$$V_i = \frac{V}{N} \quad (III.31)$$

y el tiempo de residencia teórico para cada uno de ellos es:

$$\tau_i = \frac{\tau}{N} \quad (III.32)$$

En la figura III.25 se muestra el diagrama para varias unidades conectadas en serie, así como su correspondiente función de transferencia [66]

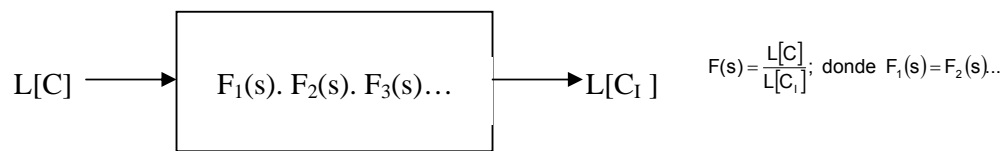


Figura III.25. Diagrama y función de transferencia de varios reactores en serie

En el desarrollo de este modelo, se tomará en cuenta el balance de masa para un reactor perfectamente mezclado.

Partiendo de la ecuación III.18.5 (del Anexo E1) considerando un solo reactor y reordenando términos se tiene:

$$L[C] = \frac{\frac{1}{\tau_i} L[C_1]}{s + \frac{1}{\tau_i}} = \frac{L[C_1]}{s\tau_i + 1} \quad (III.33)$$

Tomando como referencia la ecuación III.33, en el Anexo E3 se muestra el desarrollo matemático para la expresión del Modelo de Varios Reactores en serie, cuya solución se muestra en la ecuación III.34.

$$\boxed{E(\theta) = \frac{N^N \theta^{N-1} e^{-N\theta}}{\tau(N-1)!}} \quad (III.34)$$

El modelo de la ecuación III.34, coincide con los reportados en la literatura especializada [11, 12, 16, 24, 49].

III.4.4 Modelo de varios reactores en serie con zonas muertas y corto-circuitos

Como se ha mostrado, en la mayoría de la literatura especializada se han analizado los flujos en unidades de tratamiento desde un mismo enfoque, en donde la herramienta principal ha sido la utilización de funciones de transferencia mediante la transformada de Laplace y su inversa. En este estudio se ha estado trabajando con un modelo desarrollado con este mismo enfoque, el cual es un modelo de varios reactores en serie con zonas muertas y corto-circuitos. En la ecuación I.5 se muestra dicho modelo [20], mientras que en la figura III.41 se ilustra un esquema del modelo.

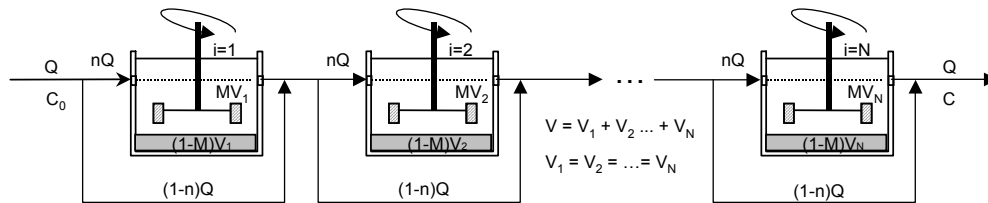


Figura III.26. Modelo de varios reactores en serie con zonas muertas y cortocircuitos

$$E(\theta) = \frac{Nn}{M} \sum_{i=1}^N \frac{N! e^{\frac{-nN\theta}{M}} \left(\frac{Nn\theta}{M} \right)^{i-1} (1-n)^{N-i} n^i}{(N-i)! i! (i-1)!} \quad (III.35)$$

Para el desarrollo de dicho modelo, los autores se basaron en la función de transferencia, y determinaron la función de transferencia global partieron del modelo de varios reactores serie perfectamente mezclados. Se utilizaron las siguientes definiciones:

- $F_1 = (1-M)$; A la función que describe un solo reactor perfectamente mezclado con zonas muertas.
- $F_2 = (1-n)$; La función que describe el flujo pistón.
- $F_2(s)$; El corto-circuito que corresponde a la función impulso, que por definición es =1
- $F(s) = nF_1(s) + (1-n)G_2(s)$

El tiempo de residencia hidráulico teórico determinado mediante dichas suposiciones fue:

$$\tau = \frac{MV}{nQ} = \frac{M\tau}{n} \quad (\text{II.36})$$

Y se llegó a la función de transferencia global para un solo reactor con zonas muertas y cortocircuitos:

$$F_1(s) = \frac{n}{1 + \frac{M\tau_i}{n}s} + (1-n) \quad (\text{III.37})$$

Para varios reactores en serie con zonas muertas y cortos circuitos:

$$F_1(s) = \left[\frac{n}{1 + \frac{M\tau_i}{n}s} + (1-n) \right]^N \quad (\text{III.38})$$

Y con la ecuación III.38 se realizó todo el desarrollo matemático; se obtuvo la transformada de Laplace, y su correspondiente inversa y se llegó la ecuación III.35.

III.4.5 Efectos de flujos de recirculación interna sobre el tiempo de residencia teórico.

Hasta este punto se tienen los modelos para mezcla completa, flujo pistón, varios reactores en serie y varios reactores en serie con corto-circuitos y zonas muertas, y para cumplir con el objetivo, se deberá involucrar el fenómeno de recirculación en el desarrollo realizado. Sin embargo se desconoce la influencia de este fenómeno sobre el tiempo de residencia teórico, situación que se verificará a continuación.

En la figura III.27 se muestra un esquema del patrón de flujo del sistema propuesto. El fluido llega a la salida de la unidad, sin embargo una porción de éste no la abandona, sino que se reintegra al fluido en la zona de entrada, en donde tanto el flujo de entrada como la porción reciclada se mezclan, iniciando de esta forma una nueva etapa [67]. Se asume que para un reactor perfectamente mezclado, la porción de flujo reciclado puede reintegrarse a cualquier zona del tanque sin consecuencia y para reactores con flujo pistón la fracción del flujo reciclado normalmente debería ser mezclado con el elemento del flujo que más recientemente entra a la unidad.

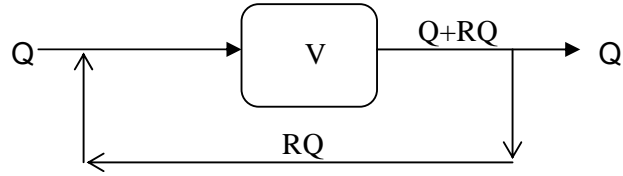


Figura III.27. Sistema con flujo de recirculación

Del esquema de Figura III.27 se puede deducir que el valor del flujo de recirculación Q_r hacia el flujo de entrada es R , y V es el volumen de la unidad. Por lo tanto el valor de R sería:

$$R = \frac{Q_r}{Q} \quad (\text{III.39})$$

Para calcular el tiempo de residencia promedio del fluido en la unidad, se considerará un elemento del volumen del agua; Δq . Sin embargo, sin importar el régimen de mezclado en la unidad, el tiempo promedio de residencia del elemento de volumen durante una primera etapa (t_E) va a ser:

$$t_E = \frac{V}{Q + RQ} \quad (\text{III.40})$$

Una porción del efluente de la unidad primaria será reciclado, cuya fracción Δq de un elemento del volumen es:

$$\frac{RQ}{Q + RQ} \Delta q \quad (\text{III.41})$$

En este trabajo se define "etapa" como el tiempo que tarda el fluido en llegar de la entrada a la zona de salida más el tiempo que le toma a la porción de flujo de recirculación en llegar a la zona de entrada. Es decir una vuelta completa, empezando en la zona de entrada y terminando en la zona de entrada [44]. Por lo tanto la fracción de recirculación del elemento de volumen al inicio del sistema es:

$$\frac{RQ}{Q + RQ} = \frac{R}{1 + R} \quad (\text{III.42})$$

La porción de fluido que se recicló, permanecerá de nuevo en la unidad un tiempo promedio de t_E , y una fracción de esta fracción va a ser reciclada:

$$\frac{RQ}{Q + RQ} \left(\frac{RQ}{Q + RQ} \Delta q \right) = \left(\frac{RQ}{Q + RQ} \right)^2 \Delta q \quad (\text{III.43})$$

Este proceso se repite un número infinito de tiempos, incrementándose el exponente en cada etapa. Por lo tanto el tiempo total de residencia para una unidad de elemento de volumen (t_r), puede ser formulada de la siguiente forma:

$$t_r = \frac{V}{Q+RQ} + \left(\frac{RQ}{Q+RQ}\right)\left(\frac{V}{Q+RQ}\right) + \left(\frac{RQ}{Q+RQ}\right)^2\left(\frac{V}{Q+RQ}\right) + \dots\left(\frac{RQ}{Q+RQ}\right)^i\left(\frac{V}{Q+RQ}\right) + \dots \quad (\text{III.44})$$

Reordenando y simplificando la ecuación III.44, se tiene:

$$t_r = \frac{V}{Q}\left(\frac{1}{1+R}\right)\left[1 + \frac{R}{1+R} + \left(\frac{R}{1+R}\right)^2 + \dots + \left(\frac{R}{1+R}\right)^i + \dots\right] \quad (\text{III.45})$$

De acuerdo a la literatura, estas series se conocen como series geométricas cuyo término general es [68]:

$$x = \frac{R}{1+R} \quad (\text{III.46})$$

Considerando este término en la ecuación III.45 se tiene:

$$t_r = \frac{V}{Q}\left(\frac{1}{1+R}\right)\sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} = \frac{V}{Q}\left(\frac{1}{1+R}\right)\left(\frac{1}{1+x}\right) = \frac{V}{Q}\left(\frac{1}{1+R}\right)\left(\frac{R+1}{1+R-R}\right) \quad (\text{III.47})$$

Por lo tanto:

$$t_r = \frac{V}{Q} = \tau \quad (\text{III.48})$$

Con el resultado de la ecuación III.48 se concluye que el tiempo de residencia teórico de la unidad no es afectado por la cantidad de flujo de recirculación ya que se asume como de un volumen pequeño que puede ser llevado inmediatamente a la zona de entrada de la unidad. Teóricamente R puede variar de 0 a infinito [44].

El diagrama de bloque y función de transferencia para el modelo con recirculación descrito quedaría de la siguiente manera [13, 67]:

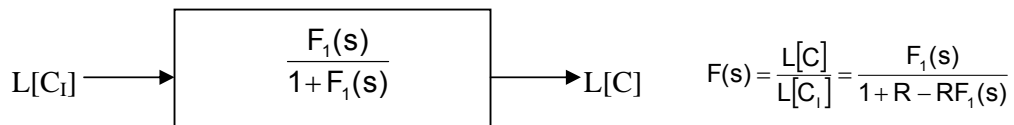
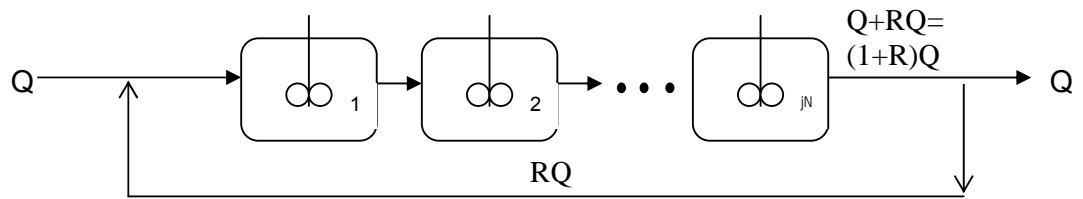


Figura III.28. Diagrama y función de transferencia para un reactor con recirculación

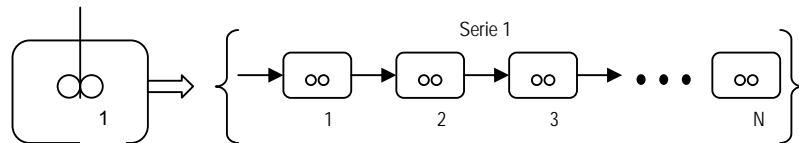
III.4.6 Modelo de varios reactores en serie con recirculación interna

Se analizará un arreglo de varios reactores en serie con recirculación, para lo cual se tomará como referencia el desarrollo anterior. Partiendo de la ecuación III.44, que es para un solo reactor, y tomando en cuenta N reactores en serie, el modelo deberá contemplar varias series consecutivas de N reactores en cada una de ellas hasta la j -ésima serie. Esto equivale a tener una serie de jN reactores consecutivos.

Por lo tanto tomando como referencia la Figura III.27, pero con reactores conectados en serie se obtiene el modelo de varios reactores en serie con recirculación, Figura III.29:



a) Varios reactores en serie con recirculación



b) Cada unidad tiene una serie de N reactores

Figura III.29. Varios reactores en serie con recirculación y cada unidad equivalen a una serie de etapas

El diagrama para llegar a la función de transferencia para un modelo de varios reactores en serie con recirculación de acuerdo al modelo físico de la Figura III.29, el cual es una combinación de las figuras III.25 y III.29, se tiene (Figura III.30):

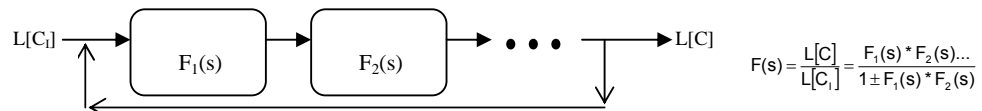


Figura III.30. Diagrama de bloque de varios reactores en serie con recirculación

Para desarrollar este modelo, se tomará en cuenta el análisis descrito anteriormente. Para iniciar el desarrollo se consideran sumas y separación de flujos tanto en la zona de entrada como de salida. En la zona de entrada, en una segunda etapa, se suman el flujo entrante más la fracción de recirculación (ecuación III.42), y conforme este flujo llega a la salida se da una separación, ya que una fracción sale y una fracción de la fracción con una previa recirculación, vuelve a la entrada de la unidad. Por lo tanto, tomando en cuenta este razonamiento y partiendo de la ecuación III.33.4 (anexo E3), en la que se analizó un balance de masa para N reactores en serie, y considerando que cada reactor tiene su propia serie, se sustituye τ por τ_i .

$$F(s) = \frac{L[C]}{L[C_i]} = \left[\frac{1}{s\tau_i + 1} \right]^N = \frac{1}{\tau_i^N \left[s - \left(-\frac{1}{\tau_i} \right) \right]^N} \quad (\text{III.49})$$

Cuya transformada se muestra en la ecuación III.50, que es similar a la ecuación III.33.5 (anexo E3), tomando en cuenta a τ_i , y sustituyendo la ecuación III.18.21 (anexo E1) para normalizarla con respecto a la concentración del trazador se tiene:

$$E(t) = L^{-1}[F(s)] = \left[\frac{1}{\tau_i^N} \right] \frac{t^{N-1} e^{-t/\tau_i}}{(N-1)!} \quad (\text{III.50})$$

De la ecuación III.45 (ver figura III.29a) se deduce que la fracción del trazador que sale de la unidad es $(1/(1+R))$, por lo tanto el trazador que sale de la unidad en una primera etapa se refleja con la sumatoria de este parámetro y la ecuación III.50:

$$E(t) = \frac{1}{1+R} \left[\left(\frac{1}{\tau_i^N} \right) \frac{t^{N-1} e^{-t/\tau_i}}{(N-1)!} \right] \quad (\text{III.51})$$

Sin embargo, al considerar el trazador con recirculación en una primera etapa (ecuación III.42), y considerando la llegada de la suma del trazador en la segunda etapa, antes de la salida, se obtiene lo siguiente:

$$E(t) = \frac{R}{1+R} \left[\left(\frac{1}{\tau_i^{2N}} \right) \frac{t^{2N-1} e^{-t/\tau_i}}{(2N-1)!} \right] \quad (\text{III.52})$$

Una vez que este flujo llega a la salida, en la bifurcación una fracción sale y la otra se reintegra $(1/(1+R))$ sumándose a la fracción de la primera etapa es decir:

$$E(t) = \left(\frac{1}{1+R} \right) \left\{ \frac{R}{1+R} \left[\left(\frac{1}{\tau_i^{2N}} \right) \frac{t^{2N-1} e^{-t/\tau_i}}{(2N-1)!} \right] \right\} \quad (\text{III.53})$$

El trazador que sale de la unidad, una vez concluida la segunda etapa es la suma de las ecuaciones III.52 y III.53. es decir:

$$E(t) = \left\langle \left(\frac{1}{1+R} \right) \left\{ \frac{R}{1+R} \left[\left(\frac{1}{\tau_i^{2N}} \right) \frac{t^{2N-1} e^{-t/\tau_i}}{(2N-1)!} \right] \right\} \right\rangle + \left\{ \frac{1}{1+R} \left[\left(\frac{1}{\tau_i^N} \right) \frac{t^{N-1} e^{-t/\tau_i}}{(N-1)!} \right] \right\} \quad (\text{III.54})$$

Para una tercera etapa el proceso es el mismo, las ecuaciones III.44 y III.45 son una analogía del proceso global de recirculación. Por lo tanto expresando la sumatoria de "j $\rightarrow \infty$ " etapas se tiene:

$$E(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \frac{1}{\tau_i^{jN}} \left(\frac{t^{jN-1} e^{-t/\tau_i}}{(jN-1)!} \right) \quad (\text{III.55})$$

De la ecuación III.41 se deduce que τ_i es igual a:

$$t_E = \tau_i = \frac{V_i}{Q + RQ} = \frac{V_i}{(1+R)Q} \quad (\text{III.56})$$

V_i es el volumen de un solo reactor, considerando el volumen total V con de N reactores conectados en serie se tiene:

$$V_i = \frac{V}{N} \quad (\text{III.57})$$

Sustituyendo la ecuación III.57 en la ecuación III.56 y reacomodando se tiene:

$$\tau_i = \frac{\frac{V}{N}}{(1+R)Q} = \frac{\tau}{N(1+R)} \quad (\text{III.58})$$

Sustituyendo la ecuación III.58 en la ecuación III.55 se tiene:

$$E(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \frac{1}{\left(\frac{\tau}{N(1+R)} \right)^{jN}} \left(\frac{t^{jN-1} e^{-t/\left(\frac{\tau}{N(1+R)} \right)}}{(jN-1)!} \right) \quad (\text{III.59})$$

Sustituyendo la ecuación III.18.22 (anexo E3) en la ecuación III.59 para normalizarla, y reacomodando términos se tiene el: **Modelo para varios reactores en serie con recirculación:**

$$E(\theta) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1} \left[N(1+R)^{jN} \theta^{jN-1} \right]}{(1+R)^j} \left(\frac{e^{-\theta N(1+R)}}{(jN-1)!} \right) \quad (\text{III.60})$$

El modelo de la ecuación III.60, coincide con los reportados en la literatura especializada [16, 24].

III.4.7 Modelo de varios reactores en serie con cortocircuitos, zonas muertas y recirculación:

Finalmente, utilizando los planteamientos de los modelos anteriores, tanto de los diagramas de bloque como las funciones de transferencia, se llega al modelo que engloba todos los fenómenos hidráulicos planteados. En la figura III.31 se muestra el modelo físico de un modelo de varios reactores en serie con cortocircuitos, zonas muertas y recirculación.

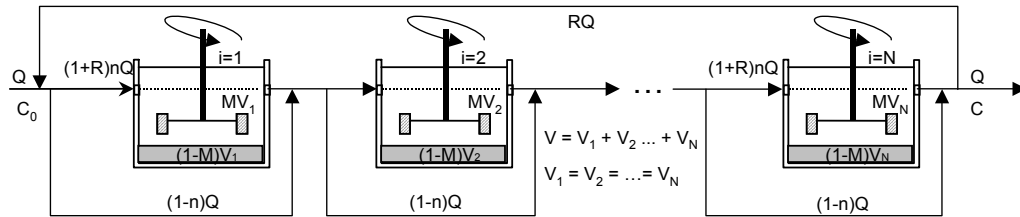


Figura III.31. Varios reactores en serie con corto-circuitos, zonas muertas y recirculación

Tomando en cuenta la ecuación III.31.1 (Anexo E3), el flujo de recirculación, N reactores en serie y sustituyendo todo esto en la ecuación III.38, se llega a la función de transferencia global para un modelo de varios reactores en serie con zonas muertas y cortocircuitos, ecuación III.61.

$$\frac{L[C]}{L[C_1]} = F(s) = \frac{1}{1+R} \left[\frac{n}{1 + \frac{M\tau}{N(1+R)}s} (1-n) \right]^N \quad (III.61)$$

Reordenando la ecuación III.61 se obtiene:

$$\frac{L[C]}{L[C_1]} = F(s) = \frac{1}{1+R} \left[\frac{n + \left(1 + \frac{M\tau}{nN(1+R)}s\right)(1-n)}{1 + \frac{M\tau}{nN(1+R)}s} \right]^N \quad (III.64)$$

Desarrollando y reordenando la ecuación III.64, para asemejarla a transformadas de Laplace especiales encontradas en tablas, se tiene la función de transferencia para varios reactores en serie con zonas muertas, cortocircuitos y recirculación:

$$\frac{L[C]}{L[C_1]} = F(s) = \frac{1}{1+R} \left[\frac{\frac{nN(1+R)}{M\tau} + (1-n)s}{s + \left(\frac{nN(1+R)}{M\tau} \right)} \right]^N \quad (III.65)$$

A partir de la a transformada de la función III.65, considerando su normalización con respecto a la concentración mediante la ecuación III.18.21 (Anexo E3), y la sumatoria del número de etapas de recirculación, y mediante una serie pasos para simplificar la ecuación III.66, cuyo desarrollo se muestra en el Anexo E4, se llega a la siguiente expresión III.67.

$$E(\theta) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \frac{nN}{M} \sum_{i=1}^{jN} \frac{(jN)! e^{-\frac{nN(1+R)\theta}{M}} \left(\frac{nN\theta}{M} \right)^{i-1} n^i (1+R)^i (1-n)^{jN-i}}{(jN-i)! i! (i-1)!} \quad (III.67)$$

El modelo de la ecuación III.67, coincide con el reportado por [24]. Sin embargo, al llevar a cabo un ajuste con este modelo no se logró obtener un comportamiento similar al de datos experimentales. El problema detectado fue que al iterar con las variables N y j, número de reactores en serie y número de etapas de recirculación respectivamente, el modelo variaba bruscamente en su escala vertical, evitando un ajuste adecuado. Además, el número máximo de reactores que permitía utilizar era de 20 con una etapa, pero al incrementar a dos el número de etapas el número de reactores máximo disminuía a 12 aproximadamente.

Tras analizar cada uno de los términos de este modelo, se encontró que al trabajar con todo el rango de factoriales $jN!$, se originaba este conflicto. Es posible simplificar este término para obtener una mejor respuesta del modelo, por lo cual se realizó lo siguiente (ecuación III.68):

$$(jN)! = \frac{jN * (jN-1) * (jN-2) * (jN-i+1) * \dots * (jN-i)!}{(jN-i)! (jN-i)!} \quad (III.68)$$

Reordenando:

$$\frac{(jN)!}{(jN-i)!} = jN * (jN-1) * (jN-2) * (jN-i+1) \quad (III.69)$$

La ecuación III.68 se puede resolver por medio de una iteración anidada dentro de la ecuación III.67, o si se desea un resultado con una

menor precisión, se puede sustituir en la ecuación III.67, cuyo resultado se muestra en la ecuación III.70; modelo para varios reactores en serie con corto-circuitos, zonas muertas y recirculación:

$$E(\theta) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \frac{nN}{M} \sum_{i=1}^{jN} \frac{[jN(jN-1)(jN-2)\dots(jN-i+1)] e^{-\frac{nN(1+R)\theta}{M}} \left(\frac{nN\theta}{M}\right)^{i-1} n^i (1+R)^i (1-n)^{jN-i}}{i!(i-1)!} \quad (\text{III.70})$$

Donde:

(1-n)	Fracción del flujo que es corto-circuito
(1-M)	Fracción del volumen inactivo; zonas muertas
R	Fracción del volumen inactivo; zonas muertas
N	Numero de reactores conectados en serie; flujo pistón o unidad con mezcla
J	Número de etapas del flujo con recirculación

Los parámetros utilizados por los modelos matemáticos para cuantificar la magnitud de los problemas hidráulicos involucrados en los flujos de unidades de tratamiento se presentan en la Tabla III.3.

Parámetro	Definición y criterios de utilización
$\varepsilon = \frac{\sqrt{\left[\left(\frac{C}{C_O} \right)_{\text{real}} - \left(\frac{C}{C_O} \right)_{\text{teórico}} \right]^2}}{\text{Número de mediciones} - 1}$	1. Mediante un método iterativo que haga variar los parámetros propios de cada modelo, calculará el menor error "ε" posible entre la información experimental y la curva generada por los modelos (Criterio de Reynolds).
$M = \frac{\mu}{\tau}$	2. Zonas muertas; Se utiliza esta expresión como una primera aproximación al método iterativo, pero es válido solamente cuando no hay cortos circuitos, se puede utilizar para darle una primera aproximación al método iterativo.
$\tau = \frac{MV}{nQ} = \frac{M}{n} \tau$	3. Mediante un método como el "Solver" de Excel, se puede determinar la magnitud de cortocircuitos.
$\frac{\sigma^2}{\mu^2} = \frac{1}{N}$	4. Varianza relativa. Este criterio es utilizado como valor inicial de iteración para determinar el número de tanques conectados en serie.
$0 \leq \frac{\sigma^2}{\mu^2} \leq 1$	5. Cero significa que el flujo predominante en el reactor es corto-circuito y 1 es perfectamente mezclado.
$\sigma^2 = \frac{(1+NR)}{N(1+R)}$	6. Varianza adimensional para determinar la fracción de recirculación mediante el modelo de varios reactores con recirculación [16].

Tabla III.3. Parámetros y criterios para analizar las curvas DTR mediante los modelos matemáticos descritos, así como para cuantificar los fenómenos hidráulicos de unidades de tratamiento.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se analizaron los modelos matemáticos actuales; RA; Anexo "C" y VRS_cc_zm; Anexo "D", con la información experimental cuantitativa obtenida mediante salmuera; Anexo "B". Se encontró que el Modelo de VRS_cc_zm, predice con mayor precisión la magnitud de zonas muertas, comparándola con la información visual; Anexo "A". De igual forma, este último predice más adecuadamente el tipo de flujo predominante en la unidad; pistón o mezcla completa.

Para validar las predicciones de algunos de los modelos planteados; ecuaciones III.69, III.93 y III.104-III.107, se utilizó información experimental obtenida bajo condiciones controladas en una unidad de sedimentación de alta tasa. Tal y como se detalló en el Capítulo III, la información experimental consistió en dos tipos para cada una de las pruebas; visual y curvas DTR. En este mismo capítulo se detallaron tanto el montaje experimental como las condiciones de operación de 23 pruebas, debidamente documentadas.

IV. 1. COMPORTAMIENTO HIDRÁULICO DE LA UNIDAD

El punto de partida de diseño de la unidad se basó en la velocidad crítica de sedimentación, ecuación III.6, con la cual se definen las dimensiones geométricas de la unidad. Dichas dimensiones podrían garantizar un funcionamiento hidráulico cercano a la idealidad, siempre y cuando la geometría de los accesorios de entrada y salida de la unidad sean los adecuados, ya que son estos los que definen el comportamiento del patrón de flujos en la unidad, razón por la cual se diseñaron distintos accesorios para estas zonas.

Tal y como se detalló en el Capítulo III, en el diseño de estos accesorios se debe de respetar una serie de lineamientos y restricciones para garantizar condiciones de velocidades y flujo adecuados en las tres zonas de la unidad, así como en el tubo de alimentación.

En la Tabla IV.1 se muestra el comportamiento hidráulico resultante de cada una de las combinaciones elaboradas.

De acuerdo a la literatura especializada, la velocidad en el tubo de alimentación no debe de ser menor a 0.6 m/s y no mayor a 2 m/s. El primer criterio es para evitar que materiales incrustantes se depositen en las paredes de los tubos, mientras que el segundo criterio es para limitar las pérdidas por fricción. En la tabla IV.1 se puede observar que en todos los casos la velocidad en el tubo de alimentación es inferior a la mínima permitida por diseño. Sin embargo, dado que el tubo de alimentación a la unidad es intercambiable, difícilmente se tendrá acumulación de materiales incrustantes. Además, debido a la longitud de los tubos; (0.7 m) se pueden limpiar fácilmente.

Caso	Tubo de alimentación		Geometría de inyección (entrada)		Zona de placas (Re)	Geometría de recolección (salida)	
	Vel (m/s)	Re	Vel (m/s)	Re		Re	Fr
1	0.19	5011	1.03	11457	78 a 862	965	0.007
2	0.19	5011	1.03	11457	349 a 862	965	0.007
3	0.19	5011	0.79	10025	308 a 647	965	0.007
4	0.19	5011	0.35	6847	20 a 647	965	0.007
5	0.19	5011	0.19	5011	43 a 340	965	0.007
6	0.19	5011	0.19	5011	6394	965	0.007
7	0.19	5011	0.005	835	6312	965	0.007
8	0.19	5011	0.005	835	31 a 614	965	0.007
9	0.19	5011	0.005	835	322 a 359	965	0.007
10	0.19	5011	0.004	729	152 a 275	965	0.007
11	0.19	5011	0.015	1432	110 a 375	965	0.007
12	0.19	5011	0.005	835	44 a 147	980	0.12
13	0.13	3341	0.003	556	72 a 142	980	0.12
14	0.26	6683	0.06	1109	55 a 227	980	0.12
15	0.13	3341	0.034	1670	44 a 259	980	0.12
16	0.19	5011	0.05	2506	41 a 647	980	0.12
17	0.26	6683	0.06	3341	56 a 145	980	0.12
18	0.13	3341	0.13	3341	39 a 143	980	0.12
19	0.19	5011	0.19	5011	42 a 301	980	0.12
20	0.26	6683	0.26	6616	159 a 350	980	0.12
21	0.19	5011	0.19	5011	161 a 213	490	0.06
22	0.19	5011	0.005	835	27 a 193	490	0.06
23	0.19	5011	0.05	2506	39 a 269	490	0.06

Tabla IV.1. Comportamiento hidráulico en cada zona de la unidad; entrada, placas y salida.

Con respecto a la velocidad de entrada a la zona por debajo de las placas, si se estuviese trabajando con agua proveniente de un floculador, la velocidad no deberá mayor a 0.6 m/s, para no romper los flóculos. Como puede observarse en la tabla IV.1, solo los casos 1, 2 y 3 superan este valor. Pero para fines de lograr condiciones de flujo extremas en la unidad y contar con mayores elementos para validar los modelos matemáticos, se trabajó con rangos superiores de velocidades.

Por otro lado, el número de Reynolds máximo establecido en la literatura en celdas de la zona de placas, no deberá ser mayor a 500, y como puede observarse en la tabla IV.1, en ningún caso se excede este valor, a excepción de los casos 6 y 7 en los cuales no se utilizó ninguna mampara. En el modelo físico utilizado en este estudio, cuando se tuvieron Reynolds menores a 150, la magnitud de problemas hidráulicos fue muy baja.

Finalmente en la zona de salida, se establecieron dos parámetros como criterios de diseño, los números de Reynolds y Froude. En los casos de 1 al 20 se encontró que los Reynolds estuvieron en el rango de flujo de transición, mientras que los últimos tres tuvieron un comportamiento laminar. Por otro lado, los valores de Froude en todos los casos estuvieron en la categoría de flujo subcrítico.

En este trabajo se utilizaron dos diferentes tipos de dispositivos para la evacuación del flujo de salida del sedimentador experimental; canaletas con vertederos triangulares (casos 12-23) y tubos sumergidos, de sección triangular, dotados de orificios a lo largo de la parte superior (casos 1-11).

De la utilización de dichos dispositivos se observó que los tubos sumergidos ocasionaron recirculación en la zona de salida del sedimentador en 10 de 11 casos que se utilizaron, mientras que la utilización de canaletas con vertederos ocasionó recirculación en 7 de los 12 casos en que se usaron.

IV. 2. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN VISUAL

Como se mencionó anteriormente, el utilizar colorantes como trazadores, dio como resultado la obtención de imágenes del patrón de flujos para cada caso. La información visual se obtuvo mediante dos formas; secuencia de fotografías, con cámara digital, a cada 3 segundos una vez iniciada la prueba cuyos resultados se muestran en el Anexo A, y por medio de filmación con cámara de video.

Al analizar la información obtenida mediante ambas formas fue posible determinar, en forma cualitativa, los patrones de flujo en la unidad que dan indicios de la presencia de fenómenos hidráulicos tales como tendencia del flujo predominante, corto-circuitos y recirculación. Aunque, como se detalló en el Capítulo III, para determinar la presencia de zonas muertas fue más complicado, ya que una vez iniciada la prueba, el colorante paulatinamente cubría todo el volumen del líquido en la unidad, con el paso del tiempo. La clave para determinar con mayor precisión las fronteras entre un corto-circuito y una zona muerta, es el tiempo de residencia hidráulico de una partícula en la unidad, mientras que en el cortocircuito el trazador sale mucho antes de lo anticipado, en la zona muerta el trazador sufre un retraso considerable en su posible salida. Por esta razón, y tomando como referencia las velocidades del flujo en las celdas información visual, se optó realizar un análisis estadístico de tendencia central.

IV. 2. 1 Flujo en celdas

En las tablas IV.2 y IV.3 se muestran los resultados del flujo en las celdas. Tomando en cuenta los valores positivos en cada una de las celdas de cada caso, es posible corroborar que la suma de éstos coincide con el flujo que ingresa a la unidad, lo que redundó en resultados sin problemas de difusión del trazador en la unidad. Lo cual es congruente con la teoría de difusividad, en donde la velocidad de difusión molecular en líquidos es mucho menor que en gases. Las moléculas de un líquido están muy cercanas entre sí. La densidad y la resistencia a la difusión de un líquido son mucho mayores, por tanto, las moléculas de A que se difunde chocarán con las moléculas de B con más frecuencia y se difundirán con mayor lentitud que en los gases. Debido a esta proximidad de las moléculas las fuerzas de atracción entre ellas tienen un efecto importante sobre la difusión. Durante las

pruebas en cada uno de los casos, tanto la densidad como la temperatura permanecieron constantes, lo que minimizó la posibilidad de que se presentara este fenómeno.

Celda	Caso 8 (L/min)	Caso 9 (L/min)	Caso 10 (L/min)	Caso 11 (L/min)
1	2.57	0.77	-1.36	-0.54
2	1.80	0.77	-1.36	-0.54
3	1.63	1.23	-1.36	-0.50
4	-0.57	0.82	-1.36	-0.41
5	-0.48	-0.82	0.68	1.09
6	-0.46	-0.74	0.68	1.09
7	-0.45	-0.74	0.68	1.13
8	-0.44	-0.82	0.73	1.09
9	-0.49	-0.74	0.73	1.09
10	-0.49	-0.82	-1.67	-0.37
11	-0.47	0.80	1.25	0.51
12	-0.28	0.80	1.25	-0.51
13	-0.28	0.80	-0.98	-0.55

Tabla IV.2. Flujo en celdas para los casos con 12 mamparas

Celda	Casos																
	1	2	3	4	5	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	0.29	1.04	0.09	-0.14	0.48	0.10	0.78	0.57	-0.15	-0.10	0.43	0.17	0.09	0.29	0.83	0.29	0.43
2	-0.09	1.25	0.29	-0.05	0.48	0.32	0.50	0.41	0.31	0.31	0.41	0.17	0.09	0.29	0.83	0.30	0.42
3	-0.09	0.78	0.33	-0.05	0.34	0.37	0.27	0.16	0.31	0.31	0.20	0.17	0.09	0.35	0.31	0.37	0.16
4	-0.09	0.57	0.33	-0.07	0.34	0.37	0.26	-0.19	0.22	0.19	0.15	0.19	0.64	-1.63	-0.11	0.42	-0.10
5	-0.12	0.52	0.33	-0.08	0.17	0.37	0.26	-0.19	0.22	0.20	0.15	0.19	0.30	-1.54	-0.11	0.50	-0.10
6	-0.09	-0.14	0.29	-0.02	-0.03	0.32	0.25	-0.24	0.30	0.20	0.15	0.25	0.64	0.61	-0.11	0.52	0.23
7	-0.09	-0.35	0.29	-0.02	-0.03	0.32	0.25	-0.24	0.30	0.19	0.27	0.25	-0.29	0.55	-0.16	0.31	0.23
8	-0.09	-0.37	0.29	-0.02	0.42	0.32	0.22	-0.21	0.30	0.25	0.27	0.25	-0.29	0.59	-0.17	0.22	0.23
9	-0.09	-0.38	0.37	0.36	0.42	0.41	-0.12	-0.24	0.30	0.22	-0.27	0.57	0.64	-1.43	-0.17	0.22	0.22
10	-0.09	-0.40	0.32	0.36	0.40	0.35	-0.12	-0.21	0.25	0.35	-0.20	0.57	0.64	-1.47	-0.17	0.29	0.21
11	-0.07	-0.47	0.32	0.48	0.13	0.35	-0.12	-0.16	0.27	0.35	-0.20	0.25	0.64	-1.34	-0.18	0.30	0.20
12	-0.07	-0.47	0.32	0.20	0.13	0.35	-0.44	-0.16	0.25	0.32	-0.15	0.25	0.12	-0.96	-0.19	0.34	0.19
13	-0.07	-0.46	0.11	0.15	0.73	0.12	0.25	0.56	0.22	0.21	-0.14	0.25	0.12	0.50	0.36	0.08	0.17
14	-0.07	-0.49	0.11	0.14	0.43	0.12	0.24	0.52	-0.06	0.21	-0.12	0.15	0.12	0.37	0.50	0.08	0.17
15	-0.08	-0.46	0.11	0.14	0.02	0.12	0.25	0.56	-0.09	0.21	0.20	0.15	0.12	0.37	0.50	0.08	-0.16
16	-0.24	-0.49	0.11	-0.04	0.02	0.12	-0.39	0.24	-0.09	0.13	0.32	0.15	0.12	0.43	0.38	0.46	-0.16
17	-0.20	-0.46	0.41	-0.03	0.02	0.45	-0.15	-0.12	-0.09	0.13	0.32	0.15	0.12	0.45	0.39	0.37	-0.16
18	-0.20	-0.43	0.28	-0.04	0.02	-0.31	-0.15	-0.12	0.10	0.21	0.15	0.25	0.12	-1.11	0.61	-0.37	0.28
19	-0.20	-0.45	0.28	-0.03	0.38	-0.31	-0.15	-0.14	0.45	0.25	0.46	0.34	0.35	-1.02	0.59	-0.37	0.87
20	-0.16	-0.45	-0.28	-0.10	0.45	-0.31	0.32	-0.27	0.72	0.31	0.49	0.34	0.35	-0.71	0.17	-0.37	0.89
21	-0.16	-0.30	0.28	-0.08	0.45	0.31	0.34	0.41	0.76	0.46	0.47	0.34	0.22	0.42	0.17	0.24	0.44
22	-0.08	-0.21	0.37	-0.08	0.12	0.41	0.35	0.41	0.12	0.32	0.16	0.34	0.22	0.38	0.36	0.18	0.16
23	1.43	-0.18	0.09	0.43	-0.06	0.10	0.41	0.40	0.12	0.21	0.16	0.23	0.29	0.39	-0.23	0.17	0.12
24	1.43	0.45	0.09	0.92	-0.06	0.10	0.50	0.53	0.15	0.17	0.30	-0.23	-0.29	-0.73	-0.24	0.09	0.19
25	1.43	0.62	0.09	1.40	-0.06	0.10	0.55	0.60	0.15	0.17	0.47	-0.23	-0.29	-0.63	-0.24	0.09	0.19
26	1.43	0.78	0.09	1.40	-0.06	0.10	-0.25	0.63	0.15	0.17	0.49	-0.23	-0.29	-0.60	-0.25	0.29	-0.10

Tabla IV.3. Flujo en celdas para los casos con 25 mamparas (unidades en L/min)

IV. 2. 2 Conversión de información cualitativa en cuantitativa.

Una vez que se obtuvieron los flujos en la zona de placas para cada caso, se procedió a calcular la magnitud de los fenómenos hidráulicos

involucrados en cada una de las pruebas, de tal forma que se pudiese contar con una herramienta más para validar la predicción de los modelos matemáticos involucrados en este estudio. En la tabla IV.4 se plasman los resultados de dichos cálculos.

Caso	Corto-circuitos (%)	Zonas muertas (%)	Recirculación (%)
1	15	56	81
2	38	48	69
3	9	40	59
4	34	40	58
5	12	16	23
6	7	22	41
7	6	26	37
8	10	54	76
9	6	32	46
10	13	31	45
11	8	37	54
12	11	8	7
13	16	24	35
14	12	35	50
15	20	14	19
16	13	3	4
17	19	16	23
18	15	8	12
19	32	14	19
20	12	32	56
21	18	34	49
22	13	18	25
23	26	17	23

Tabla IV.4. Magnitud de problemas hidráulicos obtenidos mediante imágenes

IV. 3. PROPAGACIÓN DE ERRORES EN LA OBTENCIÓN DE LAS DTR EXPERIMENTAL

De acuerdo a los resultados mostrados en el Anexo B, la información experimental de los casos 9, 16 y 18 (tablas B.9, B.16 y B.18) reflejan una probable propagación de errores durante la prueba, se desconoce en que punto de la obtención de datos se produjeron los errores; rotámetro, inyección del trazador, toma de lecturas mediante el conductímetro o incluso diferencias de segundos entre tomas de lecturas con el cronómetro a cada minuto, tal y como se especificó anteriormente. Por lo tanto, estos casos no fueron tomados en cuenta en el análisis con los modelos VRS_cc_zm VRS_rec y VRS_cc_zm_rec. Sin embargo, de 23 casos documentados 20 de ellos; 87%, están dentro niveles aceptables.

IV. 4. MODELO MATEMÁTICO DESARROLLADO *VERSUS* OTROS MODELOS

Una vez que se validó estadísticamente la información experimental cuantitativa, y se transformó la información experimental cualitativa a

cuantitativa por medio de un análisis estadístico, utilizando el MINITAB, se procedió a probar el modelo desarrollado de Varios Reactores en Serie con corto-circuitos, zonas muertas y recirculación (VRS_cc_zm_rec); ecuación III.107, con otros modelos desarrollados a partir de la función de transferencia; VRS_cc_zm; ecuación III.69 y VRS_rec; ecuación III.93.

IV.4.1 Análisis las DTR experimentales y teóricas

Para llevar a cabo el ajuste entre los modelos matemáticos y la información experimental obtenida mediante salmuera como trazador, se requirió de un proceso iterativo. En el Modelo VRS_rec se tienen 2 variables, el número de reactores en serie y el número de etapas de recirculación. Mientras que en el modelo VRS_cc_zm, se tienen tres variables; el número de reactores en serie, la magnitud de corto-circuitos y la magnitud de zonas muertas. Y el Modelo VRS_cc_zm_rec tiene las variables de estos dos modelos.

Los modelos aquí estudiados pueden describirse como “soluciones generales” del fenómeno de flujo por la unidad de tratamiento de agua. Dichos modelos contienen parámetros ajustables, tales como N, n, M, R y E.

Para ajustar los modelos a un conjunto de datos experimentales, obtenidos a partir de mediciones del comportamiento de un trazador a su paso por una unidad de tratamiento de agua, se buscan los valores, de dichos parámetros, que producen una curva lo más apegada posible al conjunto de valores experimentales. Este proceso se realiza mediante técnicas de optimización donde se minimiza la suma de los errores, cuadrados o absolutos. Entendiéndose por error la diferencia entre el valor experimental y el valor predicho por el modelo en cada tiempo.

Una forma de lograr lo anterior es utilizando el paquete Excel, mediante la utilidad “solver”, que permite llevar a cabo procesos de optimización. Se utilizó el Excel para llevar a cabo el ajuste entre datos experimentales y la curva producida por los modelos. En Figura IV.1 se muestra como ejemplo una porción de una página de Excel mediante la cual se llevó a cabo el cálculo de los parámetros N, n, M, R y E. Los datos experimentales corresponden al caso 12, cuya información se muestra en la Tabla B.12.

En las columnas de la “A” a la “J” se realizan los cálculos para normalizar las curvas DTR de los datos experimentales, para homologarlos con la presentación de los modelos matemáticos. En las columnas “M” a la “R” se muestran los resultados normalizados, para la elaboración de la curva DTR, que arrojan los modelos matemáticos a través de las utilidades de Excel tales como “solver” módulo de Visual Basic y Macros. En la columna “M” se muestran los datos del Modelo VRS_cc_zm, la “O” para el Modelo VRS_cc_zm_rec y la “Q” para el Modelo VRS_rec. Mientras que las columnas “N”, “P” y “R” representan el error entre los datos experimentales y la curva producida por cada modelo, respectivamente. La figura IV.2 corresponde a

una porción de una página de Excel en donde se muestran los parámetros ajustables.

6	Microsoft Excel - Modelos VRS														Modelo VRS_zm_cc		Modelo VRS_zm_cc_rec		Modelo VRS_rec	
7	Datos	Tiempo (min)	Ret. Hica (µm)	C SDI(mg/l)	Tiempo ² t(min) ²	Δt (min)	θ	θ ² U _c U _c ²	C-Ci	E real (C-Ci)/Co	Suma(C-Ci)	F(i)	Eteórica	(Ereal-Eteó) ²	Eteórica	(Ereal-Eteó) ²	Eteórica	(Ereal-Eteó) ²		
8	1	0.00	36.047	0.000	0.00	0.00	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000	0.000	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000		
9	1	1.00	36.047	0.000	1.00	0.028	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.183	0.033	0.355	0.126	0.000	0.000		
10	1	2.00	36.047	0.000	4.00	0.095	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.335	0.112	0.563	0.317	0.002	0.000		
11	1	3.00	36.047	1.376	9.00	0.203	0.007	1.36	0.045	1.376	0.001	0.465	0.476	0.176	0.769	0.590	0.006	0.001		
12	1	4.00	36.047	1.376	16.00	0.111	0.012	1.38	0.046	2.752	0.003	0.576	0.281	0.961	0.938	0.021	0.001	0.001		
13	1	5.00	36.047	2.064	25.00	0.109	0.019	2.06	0.069	4.816	0.005	0.668	0.359	1.129	1.264	0.043	0.001	0.001		
14	1	6.00	36.047	8.944	36.00	0.166	0.028	8.94	0.298	13.760	0.014	0.745	0.199	1.269	1.574	0.076	0.049	0.049		
15	1	7.00	36.047	12.384	49.00	0.194	0.038	12.38	0.413	28.144	0.027	0.807	0.155	1.378	1.824	0.120	0.086	0.086		
16	1	8.00	36.047	19.852	64.00	0.222	0.049	19.85	0.685	46.096	0.047	0.857	0.107	1.456	1.984	0.173	0.242	0.242		
17	1	9.00	36.047	23.392	81.00	0.250	0.062	23.39	0.780	69.488	0.072	0.896	0.014	1.505	2.056	0.235	0.297	0.297		
18	1	10.00	36.047	23.392	100.00	0.277	0.077	23.39	0.780	92.880	0.096	0.925	0.021	1.529	2.053	0.303	0.228	0.228		
19	1	11.00	36.047	27.520	121.00	0.305	0.093	27.52	0.917	120.400	0.124	0.946	0.001	1.529	1.974	0.375	0.294	0.294		
20	1	12.00	36.047	30.272	144.00	0.333	0.111	30.27	1.009	150.672	0.156	0.959	0.002	1.510	1.835	0.460	0.312	0.312		
21	1	13.00	36.047	34.400	169.00	0.361	0.130	34.40	1.147	185.072	0.191	0.966	0.033	1.475	1.649	0.525	0.387	0.387		
22	1	14.00	36.047	38.528	196.00	0.388	0.151	38.53	1.284	223.600	0.230	0.967	0.101	1.427	1.432	0.598	0.471	0.471		
23	1	15.00	36.047	37.840	225.00	0.416	0.173	37.84	1.281	261.440	0.269	0.963	0.089	1.370	1.211	0.667	0.353	0.353		
24	1	16.00	36.047	33.712	256.00	0.444	0.197	33.71	1.124	295.852	0.304	0.955	0.029	1.295	1.003	0.732	0.184	0.184		
25	1	17.00	36.047	33.712	289.00	0.472	0.222	33.71	1.124	328.864	0.339	0.943	0.033	1.237	0.807	0.790	0.111	0.111		
26	1	18.00	36.047	29.584	324.00	0.499	0.249	29.58	0.986	358.448	0.369	0.928	0.003	1.166	0.635	0.841	0.021	0.021		
27	1	19.00	36.047	29.584	361.00	0.527	0.278	29.58	0.986	388.032	0.399	0.911	0.006	1.094	0.482	0.895	0.010	0.010		
28	1	20.00	36.047	26.144	400.00	0.555	0.308	26.14	0.871	414.176	0.426	0.891	0.000	1.022	0.355	0.921	0.002	0.002		
29	1	21.00	36.047	26.144	441.00	0.583	0.339	26.14	0.871	440.320	0.453	0.870	0.000	0.952	0.249	0.949	0.006	0.006		
30	1	22.00	36.047	22.016	484.00	0.610	0.372	22.02	0.734	462.336	0.478	0.847	0.013	0.884	0.167	0.969	0.055	0.055		
31	1	23.00	36.047	22.016	529.00	0.638	0.407	22.02	0.734	484.352	0.499	0.823	0.008	0.819	0.103	0.982	0.062	0.062		
32	1	24.00	36.047	22.016	576.00	0.666	0.443	22.02	0.734	506.368	0.521	0.799	0.004	0.757	0.056	0.988	0.064	0.064		
33	1	25.00	36.047	26.144	625.00	0.694	0.481	22.02	0.734	528.384	0.544	0.773	0.002	0.699	0.024	0.987	0.064	0.064		
34	1	26.00	36.047	19.264	676.00	0.721	0.520	19.26	0.642	547.848	0.564	0.748	0.011	0.644	0.006	0.981	0.115	0.115		
35	1	27.00	36.047	18.576	729.00	0.749	0.561	18.58	0.619	566.224	0.583	0.722	0.011	0.592	0.000	0.969	0.122	0.122		
36	1	28.00	36.047	18.576	784.00	0.777	0.603	18.58	0.619	584.800	0.602	0.696	0.006	0.544	0.003	0.952	0.111	0.111		

Figura IV.1. Hoja de cálculo Excel para obtener los parámetros ajustables para los modelos de VRS.

El procedimiento para encontrar un ajuste entre las curvas de datos experimentales y las producidas por los modelos es el siguiente: Se varían los valores N, n, M, R, E dependiendo del modelo, hasta encontrar la combinación que minimice el error de la ecuación 1 de la Tabla III.3; columna "AA" de la Figura IV.2. Una buena aproximación de N y M se obtiene de las ecuaciones 2 y 3 de la Tabla III.3, una vez que se tiene el valor de la media y la varianza de los datos experimentales.

42	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE
43													
44							Zona Muerta	Corto Circuito o Flujo pistón					
45													
46													
47							N = 6.000		0.030	= raiz[suma[Eteórico-Ereal] ²]/(datos-1 = 0			
48							1-M = 0.900						Entero de N : 6
49							n = 0.890	10	11				
50													
51													
52													
53													
54							No. reactores	Recirculación	No. de Etapas				
55										0.0210000	= raiz[suma[Eteórico-Ereal] ²]/(datos-1 = 0		
56							N = 2.000						Entero de N : 2
57							R = 0.100						
58							E = 2						
59													
60													
61													
62							No. reactores	Recirculación	No. de Etapas				
63										0.0080000	= raiz[suma[Eteórico-Ereal] ²]/(datos-1 = 0		
64							N = 5.000						Entero de N : 5
65							R = 0.080						
66							E = 4						
67							NE = 20						
68													
69								Zona Muerta	Corto-circuito				
70							1-M = 0.940						
71							n = 0.880	6	12				
72													

Figura IV.2. Hoja de cálculo Excel. Variación de los valores N, n, M, R y E

Al momento de variar los valores de cada uno de los parámetros de la Figura IV.2, se “llama” a las funciones que calculan los modelos de VRS, en las Figuras IV.3 se muestran estas funciones, utilizando los datos del mismo ejemplo de las figuras anteriores.

	M	N	O	P	Q	R
6						
7	Modelo: VRS_zm_cc		Modelo: VRS_zm_cc_rec		Modelo: VRS_rec	
8	E teórica	(Ereal-Eteó)^2	E teórica	(Ereal-Eteó)^2	E teórica	(Ereal-Eteó)^2
9	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	40.168	1613.463	0.457	0.209	0.001	0.000
11	96.861	9381.966	0.766	0.587	0.008	0.000

Figura IV.3a. Hoja de cálculo Excel. Procedimiento para llamar las funciones que calculan el Modelo VRS_rec al variar los valores N, R y E

	M	N	O	P	Q	R
6						
7	Modelo: VRS_zm_cc		Modelo: VRS_zm_cc_rec		Modelo: VRS_rec	
8	E teórica	(Ereal-Eteó)^2	E teórica	(Ereal-Eteó)^2	E teórica	(Ereal-Eteó)^2
9	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	40.168	1613.463	0.457	0.209	0.001	0.000
11	96.861	9381.966	0.766	0.587	0.008	0.000

Figura IV.3b. Hoja de cálculo Excel. Procedimiento para llamar las funciones que calculan el Modelo VRS_zm_cc al variar los valores N, M y n

	M	N	O	P	Q	R
6						
7	Modelo: VRS_zm_cc		Modelo: VRS_zm_cc_rec		Modelo: VRS_rec	
8	E teórica	(Ereal-Eteó)^2	E teórica	(Ereal-Eteó)^2	E teórica	(Ereal-Eteó)^2
9	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
10	40.168	1613.463	0.457	0.209	0.001	0.000
11	96.861	9381.966	0.766	0.587	0.008	0.000

Figura IV.3c. Hoja de cálculo Excel. Procedimiento para llamar las funciones que calculan el Modelo VRS_zm_cc_rec al variar los valores N, M, n, R y E

Mediante Excel es posible realizar este procedimiento, ya que la ecuación correspondiente a cada modelo se inserta como una macro en un módulo de programación. En este macro se escribe el programa, mediante el módulo de Visual Basic (VBA), el código de la ecuación del modelo correspondiente. En la Figura IV.4b se muestran la gráfica resultante de este ejemplo.

Además, del Criterio de Reynolds, se llevó a cabo una serie de análisis estadísticos encaminados a determinar la confiabilidad de los métodos teóricos aplicados a lo experimentales. Los análisis estadísticos aplicados fueron, Chi cuadrada, Coeficientes de regresión y análisis de varianza de Fisher [69], cuyos resultados se muestran en la IV.4.2. Los programas utilizados para llevar a cabo estos análisis fueron el MINITAB y el WSSTATA.

IV.4.2 Resultados entre las DTR experimentales y teóricas

Para probar el Modelo VRS_cc_zm_rec, contra los Modelos VRS_rec y VRS_cc_zm, se seleccionaron 4 casos, mismos que representan condiciones de flujos con casi nulos problemas hidráulicos hasta los más extremos de los 23 casos. Los casos en cuestión fueron; 3, 12, 20 y 22.

Estos casos son representativos de los fenómenos hidráulicos que se pueden presentar en una unidad de tratamiento; corto-circuitos, zonas muertas y recirculación. En el caso 12 se tienen bajas magnitudes los problemas hidráulicos mencionados, incrementándose paulatinamente la magnitud de éstos en el resto de las pruebas seleccionadas. El objetivo de estos casos extremos, desde flujos predominantemente ideales hasta condiciones de flujos con magnitudes altas de estos fenómenos, es para probar el grado de ajuste del Modelo VRS_cc_zm_rec; ecuaciones III.104 a III.107, así como de los modelos VRS_rec (ecuación III.69), y VRS_cc_zm (ecuación III.93). En las figuras de la IV.4 la IV.7 se muestran los resultados de dichos modelos.

En la figura IV.4a, se muestra una fotografía tomada a los 5 minutos de iniciada la prueba, en la que se observan flujos uniformes, en la mayoría de las celdas el flujo ascendente tiene una velocidad muy similar, y solo se aprecian tres celdas sin colorante. Mediante el análisis visual se determinaron en forma aproximada los siguientes resultados; corto-circuitos = 11%, zonas muertas = 8% y recirculación 7%.

Mientras que el resultado de los modelos para las mismas condiciones de operación, pero utilizando sal como trazador fue como sigue. Modelo VRS_rec; recirculación = 10%. Modelo VRS_cc_zm; cortocircuitos = 11% y zonas muertas = 10%. Y Modelo VRS_cc_zm_rec; corto-circuitos = 12%, zonas muertas = 6% y recirculación 8%. Como puede observarse las predicciones de los modelos son muy similares entre ellos y con la información obtenida con la visualización de flujos.

Además el ajuste del modelo integral (VRS_cc_zm_rec) permite seguir el contorno de la de la curva de los datos de la información experimental de esta prueba, tanto en la parte ascendente la cresta y la cola, situación que no se pudo lograr con los otros modelos. El error encontrado en el ajuste fue de 0.008. El resultado del ajuste de los modelos se muestra en la figura III.4b.

Al incrementarse la magnitud de los problemas hidráulicos en la unidad, el modelo integral; VRS con corto-circuitos, zonas muertas y

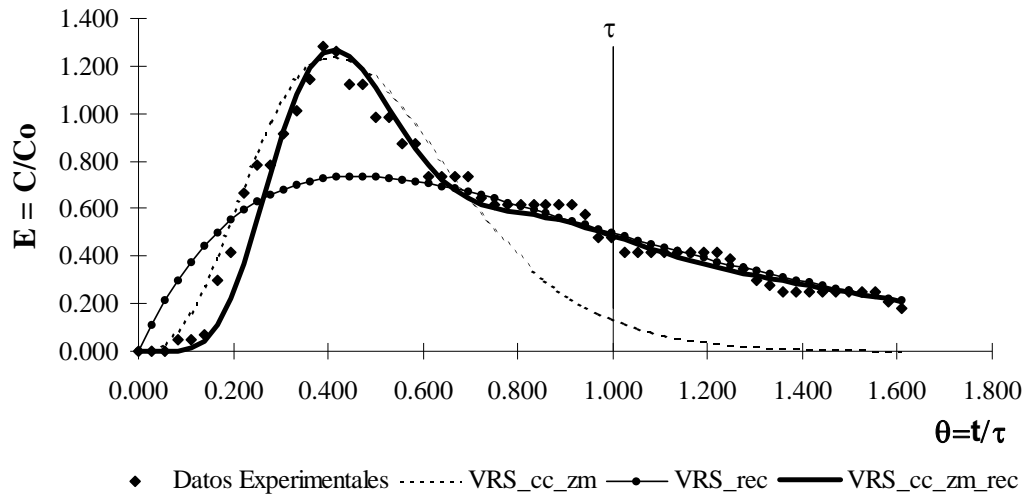
recirculación (VRS_cc_zm_rec), permitió un ajuste adecuado en el contorno de la curva experimental, situación que no sucede con los otros modelos. Además, al comparar los resultados de la figura IV.5(a) y (b), visual cuali-cuantitativamente) y curva DTR respectivamente, se sigue observando una concordancia de las predicciones del modelo integral. Situación que se puede constatar en la tabla de resultados de esta prueba.

El hecho de involucrar el factor de recirculación en el modelo resultante, permitió analizar y ajustar la parte descendente y la cola de la curva DTR, ya que este problema propicia la generación de colas largas, dependiendo de la magnitud del problema presente en la unidad de tratamiento.

Mientras que los modelos que solo consideran corto-circuitos y zonas muertas, logran ajustar solo la parte ascendente y cresta de la curva DTR, más no la cola, ya que no se consideró el fenómeno de recirculación en su desarrollo matemático, situación que si se logró en el modelo integral. Por esta razón, a través del Modelo Integral (VRS Integral_cc-zm-rec) se puede ajustar todo el contorno de la curva.



(a). Patrones de flujo utilizando colorante como trazador:

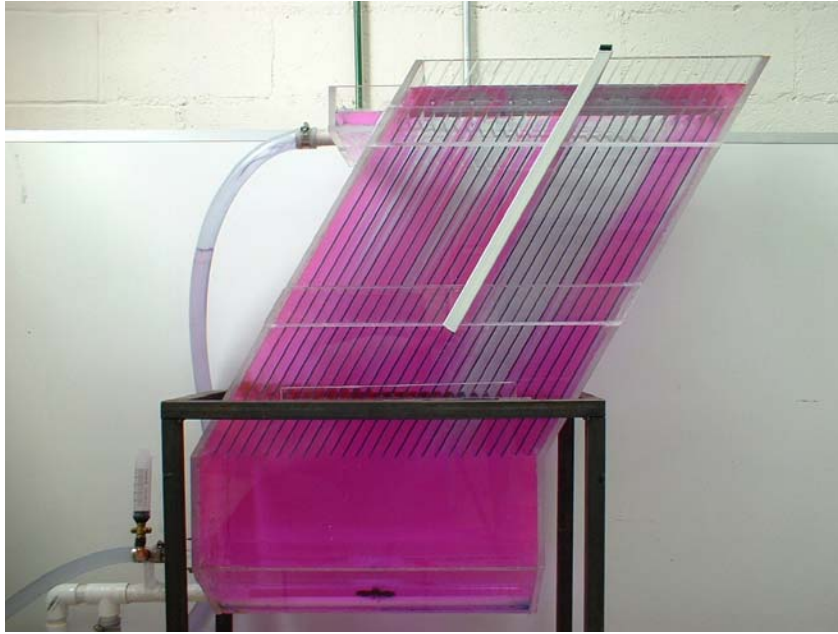


(b) Predicciones de distintos modelos matemáticos, utilizando sal como trazador

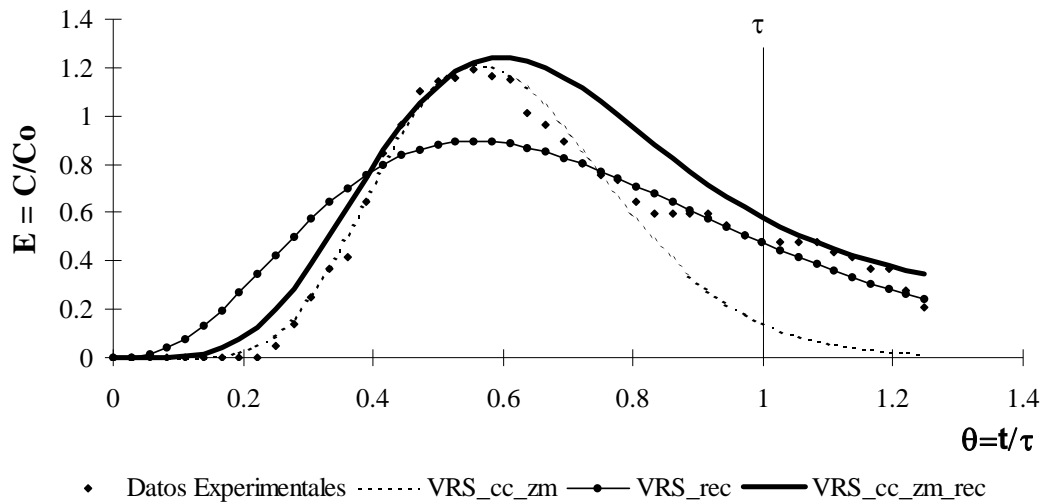
Figura IV.4 Condiciones de operación para las pruebas con colorante (a) y sal (b) como trazadores para el caso 12. Gasto = 6 L/min; Entrada = 1 difusor de 8 vías; Placas = 26 celdas; Salida = 1 canal

Tabla IV.5 Resumen de los resultados de la prueba 6lpm-1d8vias-25m-1c, con ambos trazadores:

Método	Número de reactores	Corto-circuitos (%)	Zonas muertas (%)	Recirculación (%)	No. de Etapas	Error (ϵ)
Visual (a)	---	11%	8%	7%	---	---
VRS_rec	2	---	---	10%	1	0.021
VRS_cc_zm	6	11%	10%	---	---	0.030
VRS_cc_zm_rec	5	12%	6%	8%	4	0.008



(a). Patrones de flujo utilizando colorante como trazador:



(b) Predicciones de distintos modelos matemáticos, utilizando sal como trazador

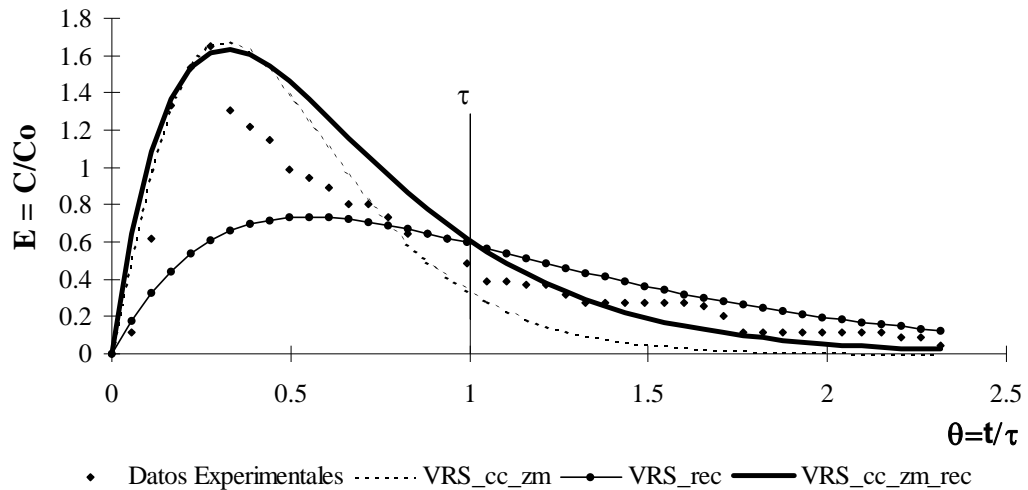
Figura IV.5. Condiciones de operación para las pruebas con colorante (a) y sal (b) como trazadores para el caso 22. Gasto = 6 L/min; Entrada = 1 difusor de 8 vías; Placas = 26 celdas; Salida = 2 canales

Tabla IV.6 Resumen de los resultados de la prueba 6lpm-1d8vias-25m-2c, con ambos trazadores:

Método	Número de reactores	Corto-circuitos (%)	Zonas muertas (%)	Recirculación (%)	No. de Etapas	Error (ϵ)
Visual (a)	---	13%	18%	25%	---	---
VRS_rec	4	---	---	35%	1	0.025
VRS_cc-zm	13	8%	25%	---	---	0.029
VRS_cc-zm_rec	8	6%	32%	28%	3	0.075



(a). Patrones de flujo utilizando colorante como trazador:



(b) Predicciones de distintos modelos matemáticos, utilizando sal como trazador

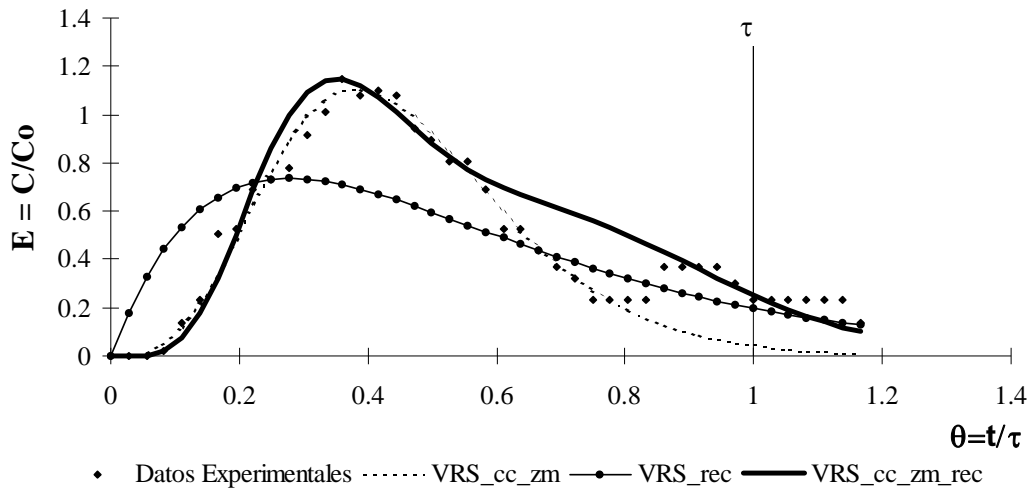
Figura IV.6. Condiciones de operación para las pruebas con colorante (a) y sal (b) como trazadores para el caso 20. Gasto = 8 L/min; Entrada = 1 difusor de 4 vías; Placas = 26 celdas; Salida = 1 canal

Tabla IV.7 Resumen de los resultados de la prueba 8lpm-1d4vias-25m-1tubo, con ambos trazadores:

Método	Número de reactores	Corto-circuitos (%)	Zonas muertas (%)	Recirculación (%)	No. de Etapas	Error (ϵ)
Visual (a)	---	12%	32%	56%	---	---
VRS_rec	2	---	---	60%	1	0.044
VRS_cc-zm	3	7%	48%	---	---	0.032
VRS_cc-zm_rec	2	6%	55%	54%	3	0.028



(a). Patrones de flujo utilizando colorante como trazador:



(b) Predicciones de distintos modelos matemáticos, utilizando sal como trazador

Figura IV.7. Condiciones de operación para las pruebas con colorante (a) y sal (b) como trazadores para el caso 3. Gasto = 6 L/min; Entrada = 1 orificio; Placas = 26 celdas; Salida = 1 tubo

Tabla IV.8 Resumen de los resultados de la prueba 6lpm-1orif-25m-1tubo, con ambos trazadores:

Método	Número de reactores	Cortocircuitos (%)	Zonas muertas (%)	Recirculación (%)	No. de Etapas	Error (ϵ)
Visual (a)	---	9%	40%	59%	---	---
VRS_rec	3	---	---	60%	1	0.127
VRS_cc-zm	7	14%	35%	---	---	0.018
VRS_cc-zm_rec	4	5%	20%	57%	2	0.027

IV.4.3 Resumen del análisis estadístico de estos modelos estadísticos para las pruebas:

Tabla IV.9. Resumen del análisis estadístico de a prueba 6lpm-1d8vias-25m-1c, cuya información corresponde a los datos de la Figura IV.4

Método	Chi cuadrada		Regresión	ANOVA: Fisher		
	X ²	X ² critica $\alpha = 0.05, gl=n-1$	R ²	F calc	F critica (n1, n2, 95%)	p
Visual (a)	---	---	---	---	---	---
VRS_rec	7.458	79.0819	0.607	32.55	3.14	0.000
VRS_cc_zm	9.840	79.0819	0.806	19.62	3.14	0.000
VRS Integral_cc-zm-rec	7.843	79.0819	0.959	188.90	2.54	0.000

Tabla IV.10. Resumen del análisis estadístico de a prueba 6lpm-1d8vias-25m-2c, cuya información corresponde a los datos de la Figura IV.5

Método	Chi cuadrada		Regresión	ANOVA: Fisher		
	X ²	X ² critica $\alpha = 0.05, gl=n-1$	R ²	F calc	F critica (n1, n2, 95%)	p
Visual (a)	---	---	---	---	---	---
VRS_rec	5.471	60.48	0.728	32.63	3.21	0.000
VRS_cc_zm	3.793	60.48	0.841	26.23	3.21	0.000
VRS Integral_cc-zm-rec	8.298	60.48	0.924	44.24	2.59	0.000

Tabla IV.11. Resumen del análisis estadístico de a prueba 8lpm-1d4vias-25m-1c, cuya información corresponde a los datos de la Figura IV.6

Método	Chi cuadrada		Regresión	ANOVA: Fisher		
	X ²	X ² critica $\alpha = 0.05, gl=n-1$	R ²	F calc	F critica (n1, n2, 95%)	p
Visual (a)	---	---	---	---	---	---
VRS_rec	4.441	59.30	0.336	9.56	3.22	0.000
VRS_cc_zm	9.840	59.30	0.806	19.62	3.22	0.000
VRS Integral_cc-zm-rec	4.838	59.30	0.936	20.25	2.61	0.000

Tabla IV.12. Resumen del análisis estadístico de a prueba 6lpm-1orif-25m-1tubo, cuya información corresponde a los datos de la Figura IV.7

Método	Chi cuadrada		Regresión	ANOVA: Fisher		
	X ²	X ² critica $\alpha = 0.05, gl=n-1$	R ²	F calc	F critica (n1, n2, 95%)	p
Visual (a)	---	---	---	---	---	---
VRS_rec	11.288	59.30	0.507	20.62	3.22	0.000
VRS_cc_zm	4.026	59.30	0.900	56.20	3.22	0.000
VRS Integral_cc-zm-rec	5.514	59.30	0.948	51.97	2.61	0.000

Con estos resultados, de los modelos estadísticos aplicados, queda de manifiesto la confiabilidad de los métodos teóricos aplicados a los experimentales, y en general se puede considerar que tanto los datos teóricos como experimentales pertenecen a la misma población, tomando incluso los tres métodos. Sin embargo, el modelo VRS Integral_cc-zm-rec, fue el que mostró los mejores resultados que los otros dos. Sin embargo, a mayor cantidad magnitud de cada uno de estos fenómenos, el ajuste entre datos teóricos y experimentales a través de los modelos, es menos preciso.

V. CONCLUSIONES

Números de Reynolds cercanos a los máximos permitidos (500) en la Unidad, no garantizan un flujo uniforme laminar para un flujo predominantemente pistón. Además, la velocidad de entrada a la unidad no es el único factor para garantizar flujos uniformes, sino también la forma en que el flujo se distribuye por debajo de las placas. Para el modelo físico utilizado en este estudio, se observó que con Reynolds menores a 150 se obtuvieron mejores condiciones de flujo en la unidad.

El método visual permitió comprobar las predicciones hechas por los modelos en cuanto al tipo de fenómeno hidráulico presente en la unidad. Sin embargo, para convertir la información de cualitativa a cuantitativa para determinar la magnitud de zonas muertas, cortocircuito y recirculación se realizó bajo las siguientes suposiciones:

- Se consideró que el colorante que ingresa a una celda lo hace en todo el volumen de la misma.
- El fenómeno de difusión no está presente en la unidad, o que su magnitud es baja y por lo tanto despreciable.

Mediante este modelo físico se observó que las zonas muertas que predicen los modelos, no corresponden a zonas estancadas o estáticas en las que o no entra parte del trazador, o si lo hace no sale, sino que son zonas estancadas dinámicas en las que temporalmente parte del trazador se confina en determinadas celdas, pero eventualmente se reincorporan al flujo general y sale con tiempos similares a los de la recirculación de larga estancia.

Se detectaron dos tipos de recirculación; la primera es de corto tiempo y se origina en la zona de salida, principalmente cuando se tiene el sistema de canales, es decir que la parte del trazador que llegó a la zona de salida no es recolectado inmediatamente por los canales, pero tampoco se regresa al fondo del sedimentador. La segunda es precisamente la que al llegar el trazador a la zona de salida, parte de este no se evacua y regresa a la zona debajo de las mamparas originando tiempos de estancia mayores al del tiempo de residencia hidráulico, provocando también que el flujo predominante en la unidad tienda a mezcla completa.

Tanto el Modelo VRS_cc_zm como el Modelo VRS_rec no permiten ajustar adecuadamente la totalidad de la Curva de Distribución de Tiempos de Residencia. Mientras que el primero permite un ajuste adecuado en la parte ascendente y cresta de la curva DTR, el segundo sólo lo hace en la parte descendente y cola de la curva. No fue posible establecer comparación alguna en cuanto a la predicción de la magnitud de los fenómenos hidráulicos, debido a que se complementan.

El Modelo de VRS_cc_zm_rec, permite ajustar adecuadamente todo el contorno de la curva DTR.

Las predicciones de los resultados del Modelo VRS_cc_zm_rec son muy similares a los obtenidos mediante información visual, cuando se tienen magnitudes bajas de problemas hidráulicos. Sin embargo, a pesar de que estos fenómenos hidráulicos se incrementen, la discrepancia en las predicciones de este modelo siguen siendo aceptables. A diferencia de los Modelos VRS_cc_zm y VRS_rec cuya diferencia en las predicciones se magnifican conforme se incrementan los fenómenos hidráulicos, sobre todo los de recirculación.

POR LO TANTO: En lo general se acepta la hipótesis planteada en el estudio, ya que el modelo integral, satisface el objetivo general.

VI. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Artículos de Investigación:

[5]. Lo, S. N.; Vo, Van Bang and Chollete, A. 1984. Optimization of output fluctuation for the model of non-ideal CSTR's in series with a sinusoidal input of concentrations. *Can. Chem. Eng. Sci.*39(9), pp 1401-1407.

[6]. Grobicki, A. and Stuckey, D.C. 1992. Hydrodynamic characteristics of the anaerobic baffled reactor. *Water Research. U.S.A.* 26(3): 371-378.

[7]. Haarhoff J. and Van der Walt J. J., 2001. Toward optimal design parameters for around-the-end hydraulic flocculators. *Journal of Water Supply and Technology-AQUA. IWA Publishing* 2001. 50(3) 149-159.

[8]. Chien, Yu-Shu. 2001. The effect of non-ideal-mixing on the number of steady states and dynamic behavior for autocatalytical reactions in a CSTR. *Canadian Journal of Chemical Engineering.* 79(1). pp 112-118.

[9]. Gert-Jan S. van der Gulik,* Johan G. Wijers, and Jos T. F. Keurentjes. 2001. Hydrodynamics in a Horizontal Stirred Tank Reactor. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 40, pp 785-794.

[10]. Chien, Yu-Shu. 2002. The effect of non-ideal-mixing on the number of steady-state multiplicity in the start-up diagram of two CSTR in series. *Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers.* 31(4). pp 394-400.

[14]. De Clercq, J.; Devisscher, M.; Boonen, I.; Vanrolleghem, P. A. and Defrancq, J. 2003. A new one-dimensional clarifier model – verification using full-scale experimental data. *Water Science and Technology.* 47(12), pp 105-112.

[15]. Kuipers, J.A.M. 2000. Multilevel Modelling of Dispersed Multiphase Flows. *Oil & Gas Science and Technology.* 55 (4), pp. 427-435.

[20]. Martin-Dominguez, Alejandra; Tzatchkov, Velitchko G.; Martin-Dominguez, Ignacio R. and Lawler, Desmond F. 2005. An enhanced tanks-in-series model for interpretation of tracer tests. *Journal of Water Supply: Research and Technology—AQUA* 54(7), pp 435-448.

[21]. Lakehal, Djamel; Krebs, Peter; Krijgsman, Johan and Rodi, Wolfgang. 1999. Computing shear flows and sludge blanket in secondary clarifiers. *Journal of Hydraulic Engineering., ASCE.* 125(3), pp 253-262.

[22]. Argaman, Yerachmiel; Ofer Raiza, W.; Wesley Eckenfender, Jr. And Alan J. O'Reilly. 2000. Applicability of Batch Test Data for Industrial Wastewater Continuous Flow Process Design. *Water Environment Research,* 72(3), pp 348-352.

- [23]. Lakshmanan, Ajay and. Biegler, Lorenz T. Synthesis of Optimal Chemical Reactor Networks. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 35 (4), pp 1344-1353.
- [25]. Young, James C. and Edwards, Findlay G. 2003. Factors Affecting Ballasted Flocculation Reactions. *Water Environment Research.* 75(3), pp 262-272.
- [26]. Haque, Jennifer N.; Mahmud, Tariq and Roberts, Kevin J. 2006. Modeling Turbulent Flows with Free-Surface in Unbaffled Agitated Vessels. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 45(8), pp 2881-2891.
- [27]. Berezhkovskii, Alexander M.; Zaloj, Veaceslav and Agmon, Noam. 1998. Residence time distribution of a Brownian particle. *The American Physical Society.* 57(4), pp 3837-3947.
- [28]. Yee-Chung, Jin; Qing-Chao, Guo and Thiruvengkatachari, Viraraghavan. 2000. Modeling of Class I Settling Tanks. *Journal of Environmental Engineering.* 126(8), pp 754-760.
- [29]. Bayley, R.; Ta, C.T.; Sherwin, C.J. and Renton, P.J. 2001. Traditional and novel reservoir management techniques to enhance water quality for subsequent potable water treatment. *Water Science and Technology: Water Supply.* 1(1), pp 9–16.
- [30]. Kreutzer, Michiel T.; Bakker, Jasper J. W.; Kapteijn, Freek and Moulijn, Jacob A.. 2005. Scaling-up Multiphase Monolith Reactors: Linking Residence Time Distribution and Feed Maldistribution. *Ind. Eng. Chem. Res.* 44(14), pp 4898-4913.
- [31]. Dormoy, T.; Tisserand, B. and Herremans, L. 1999. Impact of the volume of rain water on the operating constraints for a treatment plant. *Great Britain. Wat. Sci. Tech.* 39(2), pp 145-150.
- [32]. Farooq, Muhammad; Iqbal Hussain Khan, Ghiyas-ud-Din, Samar Gul, Jacek Palige, and Andrzej Dobrowolski. 2003. Radiotracer investigations of municipal sewage treatment stations. *NUKLEONIKA.* 48(1), pp 57–61.
- [33]. Kumaresan, T.; Nere, Nandkishor K. and Joshi, Jyeshtharaj B. 2005. Effect of Internals on the Flow Pattern and Mixing in Stirred Tanks. *Ind. Eng. Chem. Res.* 44(26), PP 9951-9961.
- [34]. Samaras, Kostas; Mavros, Paul and Zamboulis, Dimitris. 2006. Effect of Continuous Feed Stream and Agitator Type on CFSTR Mixing State. *Ind. Eng. Chem. Res.* 45(13), pp 4805-4815.
- [35]. Young, H. W. and Young, J. C. 1998. Hydraulic characteristics of upflow anaerobic filter. *Journal of Environmental Engineering.* U.S.A. 114(3):1128-1136.

- [36]. Narayanan, B.; Hough, S.G. and Ooten, R.J. New Hypothesis for secondary Clarifier Performance Under Hydraulically Limited Conditions. *Water Environment Research*. 72(1), pp 116-126.
- [37]. Scharf E., S.; Cleve, E.; Bach, E. and Schollmeyer, E. Three-Dimensional Flow Calculation in a Textile Dyeing Process. 2002. *Textile Res. J.* 72(9), pp 783-788.
- [38]. Zhang, Lifeng; Pan, Qinmin and Rempel, Garry L. 2007. Residence Time Distribution in a Multistage Agitated Contactor with Newtonian Fluids: CFD Prediction and Experimental Validation. *Ind. Eng. Chem. Res.* 46(11), pp 3538-3546.
- [39]. Ferro, S. P.; Principe, J., y Goldschmit, M. B. 2001. A new approach to the analysis of vessel residence time distribution curves. *Metallurgical and Materials Transactions*. Volume 32B:1185-1193.
- [40]. Fernández-Sempere, J.; Font-Montesinos, R.; y Espejo-Alcaraz, O. 1995. Residence time distribution for unsteady state systems. *Chemical Engineering*, Vol. 50, No. 2, pp. 223-230.
- [41]. Morgan-Sagastume, J. M.; Jimenez, B. and Noyola, A. 1997. Tracer studies in a laboratory and pilot scale UASB reactor. *Environmental Technology*. Vol 18: pp 817-825.
- [42]. Jimenez, B.; Noyola, A. and Capdeville B. 1988. Selected dyes for residence time distribution evaluation in bioreactors. *Biotechnol. Techniques*. Vol. 2: pp 77-82.
- [43]. Nauman, E. Bruce. Residence Time Theory. 2008. *Ind. Eng. Chem. Res.* 47(10), pp 3752-3766.
- [45]. An-Fei Hsu; Emily Wu, Siyuan Shen, Thomas A. Foglia and Kerby Jones. 1999. Immobilized lipoxygenase in a packed-bed column bioreactor: continuous oxygenation of linoleic acid. *Biotechnol. Great Britain. Appl. Biochem.* Vol. 30, pp 245–250.
- [46]. Patwardhan, Ashwin W. 2001. Prediction of Residence Time Distribution of Stirred Reactors. *Ind. Eng. Chem. Res.* 40(24), pp 5686-5695
- [47]. Choi, Byung S.; Wan, Bin; Philyaw, Susan; Dhanasekharan, Kumar and Ring, Terry A. 2004. Residence Time Distributions in a Stirred Tank: Comparison of CFD Predictions with Experiment. *Ind. Eng. Chem. Res.* 43(20), pp 6548-6556.
- [48]. Kashid, M. N.; Gerlach, I.; Goetz, S.; Franzke, J.; Acker, J. F.; Platte, F.; Agar, D. W. and Turek, S. 2005. Internal Circulation within the Liquid Slugs of a Liquid-Liquid Slug-Flow Capillary Microreactor. *Ind. Eng. Chem. Res.* 44(14), pp 5003-5010.

- [51]. Woon-Fong Leung. and Ronald F. Probsteln. 1983. Lamella and lube Settlers. 1. Model and Operation. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 22(1), pp 58-67.
- [52]. Woon-Fong Leung. 1983. Lamella and Tube Settlers. 2. Flow Stablilty. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* Vol. 22, pp (68-73).
- [53]. Yao, K.M. 1970. Theoretical Study of High Rate Sedimentation. *Journal WPCF.* 42(2): 218-228
- [54]. Valdyanathan, K. R.; Henry, Joseph D. Jr. and Verhoff, Francls H. 1981. Indirect Measurement of Inclined Sedimentation for Ash in Coal Liquids at High Temperature and Pressure by X-ray Photography. *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 20(2), pp 165-168.
- [56]. De Cock, W.; Blom, P.; Vaes G. and Berlamont, J. 1999. The feasibility of flocculation in a storage sedimentation basin. Great Britain. *Wat. Sci. Tech.* 39(2), pp 75-83.
- [57]. Wook, Choi Song. Koo, Yoo Chong and Lee, In-Beum. 2003. Overall statistical monitoring of static and dynamic Patterns. American Chemical Society. *Ind. Eng. Res.* Vol. 42, pp108-117.
- [62]. Roussinova, Vesselina and Kresta, Suzanne M. 2008. Comparison of Continuous Blend Time and Residence Time Distribution Models for a Stirred Tank. *Ind. Eng. Chem. Res.* 47(10), pp 3532-3539.
- [63]. Cameron B. Reed. 1992. Linear least-squares fits with errors in both coordinates." II: Comments on parameter variances. U.S.A. *Am. J. Phys.* 60(1): 184-188.
- [64]. Glasser, David; Hildebrandt, Diane and Godorr, Sven. 1994. The Attainable Region for Segregated, Maximum Mixed, and Other Reactor Models. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 33, pp 1136-1144
- [65]. Ibrahim M. Abu-Reesh and Basel F. Abu-Sharkh. 2003. Comparison of Axial Dispersion and Tanks-in-Series Models for Simulating the Performance of Enzyme Reactors. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 42, pp 5495-5505.
- [67]. Gilbaro, L. G. 1971. The recycle flow-mixing model. *Chemical Engineering Science.* Pergamon Press. Printed in Great Britain. Vol. 26, pp. 299-304.

Capítulos de Libros:

- [1]. Nathanson, A., Jerry A. 2000. Water quality. Third Edition. Basic Environmental Technology. Water Supply, Waste Management and Pollution Control. Prentice Hall. Upper Saddle River, New Jersey, U.S.A. 4:81-113.

- [2]. American Society for Testing and Materials (ASTM). 1994. Tratamiento de aguas de proceso y de desechos industriales. Tercera Edición. Manual de aguas para usos industriales. Limusa Noriega Editores. México D.F. IV: 57-96
- [3]. World Health Organization (WHO). 1984. Health-Related inorganic constituents. Vol. 2. Guidelines for drinking-water quality: Health criteria and other supporting information. Geneva. III:63-145
- [4]. Crites, Ron. y Tchobanoglous, George. 2000. Tratamiento preliminar de aguas residuales: Operaciones y procesos. Editora Emma Ariza. Tratamiento de Aguas Residuales en Pequeñas Poblaciones. Mc Graw-Hill. Santa Fe de Bogotá, Colombia. 5:241-342.
- [11]. Levenspiel, Octave. 1999. Basics of non-ideal flow. Compartment models. The tank in series model. Third Edition. Chemical Reaction Engineering. John Wiley & Sons. New York, U.S.A. 11:257-273, 12:283-292, 14:321-328.
- [12]. Fogler, H. Scott. 1999. Models for nonideal reactors. Third Edition. Elements of Chemical Reaction Engineering. Prentice Hall PTR. New Jersey, U.S.A. 14:871-917.
- [13]. Himmelblau, David M. y Bischoff, Kenneth B. 1992. Modelos de balance de población. Fundamentos de análisis de sistemas. Impreso por Gersa. Análisis y Simulación de Procesos. Editorial Reverté, S.A. Barcelona, España. 4:127-190, 8:509-618.
- [16]. Clark, Mark M. 1996. Mixing and reactor modeling. Wiley-Interscience Publication. Transport Modeling for Environmental Engineers and Scientists. John Wiley & Sons. U.S.A. 10:471-536.
- [17]. Arboleda V. Jorge. 2000. Diseño de sedimentadores. control del proceso de sedimentación. teoría y práctica de la purificación del agua. Tercera Edición. McGraw-Hill. Bogotá Colombia. 6:248-330, 7:332-362.
- [18]. Pérez-Carrión, J.M. 1981. Modelos de flujo. Modelos matemáticos. Versión Preliminar. Caracterización de flujos y análisis de periodos de retención. Manual de instrucción. Organización Panamericana de la Salud/Environmental Health Project/Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente (OPS/EHP/CEPIS). Colombia. 1:1-27, 2:28-36
- [19]. Hudson, Herbert E. Jr. 1981. Residence times in pretreatment. Water Clarification Processes; Practical Design and Evaluation. Van Nostrand Reinhold Company. New York, U.S.A. 5:75.99
- [44]. Fair, Gordon M.; Geyer, John C.; y Okun, Daniel A. 2002. Cinética del tratamiento. Sedimentación. Volumen 2. Purificación de aguas y tratamiento y remoción de aguas residuales. Editorial Limusa. México, D.F. 22:87-105, 25:153-185.

[49]. Westerterp, K.R.; Van Swaaij, W.P.M.; y Beenackers, A. A. C. 1989. Chemical reactor design and operations. Second Edition. John Wiley & Sons. New York, U.S.A.

[50]. Romero, R., Jairo A. 1999. Floculación. Sedimentación. Tercera Edición. Potabilización del agua. Alfaomega Editorial. México D.F. 4:79-115, 5:119-190.

[55]. Roberson, John A. y Crowe, Clayton T. 1997. Fluids in motion. Flow in conduits. Varied flow in open channels. Sixth Edition. Engineering Fluid Mechanics. John Wiley & Sons. New York, U.S.A. 4:84-120, 10:353-387, 15:564-594

[58]. Schmidt, Stephen R. and Launsby, Robert G. 1998. Understanding industrial designed experiments. Fourth Edition. Air Academy Press. Colorado Springs, U.S.A.

[59]. Wellmer, Friedrich-Wilhelm. 1998. Statistical evaluations in exploration for mineral deposits. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg. Germany.

[61]. Aczel, Amir D. 1999. Hypothesis Testing. simple linear regression correlation. Fourth Edition. Complete Business Statistics. Irwin/McGraw-Hill. Waltham Massachusetts, U.S.A. 7:267-324, 10:437-497.

[63]. Spiegel, Murray R. 1998. Transformadas de Laplace. Transformada inversa de Laplace. Transformadas de Laplace. McGraw-Hill/Interamericana Editores S.A. de C.V. México, D.F. 1:1-41, 2:42-77.

[66]. Gabel, Robert A. y Roberts, Richard A. 1994. Técnicas en el Dominio de la Transformada. Parte Dos. Señales y Sistemas Lineales. Editorial Limusa, S.A. de C.V. México, D.F. 4:183-227.

[68]. Lewis, Paul H. and Chang, Yang. 1999. Simulación. Impreso por Fareso. Sistemas de Control en Ingeniería. Prentice Hall Iberia. Madrid, España. 5:117-145.

[69]. Ross, Sheldon M. 1999. Análisis estadístico de datos simulados. Segunda Edición. Simulación. Prentice Hall. Naucalpan. México. 7:111-130.

Artículos de Congreso:

[24]. Martín-Domínguez, A., Velitchko, G. Tzatchkov, Mercado-Escalante, J.R. 2000. Modelación del flujo en unidades de tratamiento de agua potable. Federación Mexicana de Ingeniería Sanitaria y Ciencias Ambientales (FEMISCA). 12 Congreso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental. Morelia, 21-24 marzo. Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente (CEPIS).

ANEXO A

**Secuencia fotográfica:
Análisis y resultados de datos experimentales visuales obtenidos
mediante la utilización de colorante como trazador**

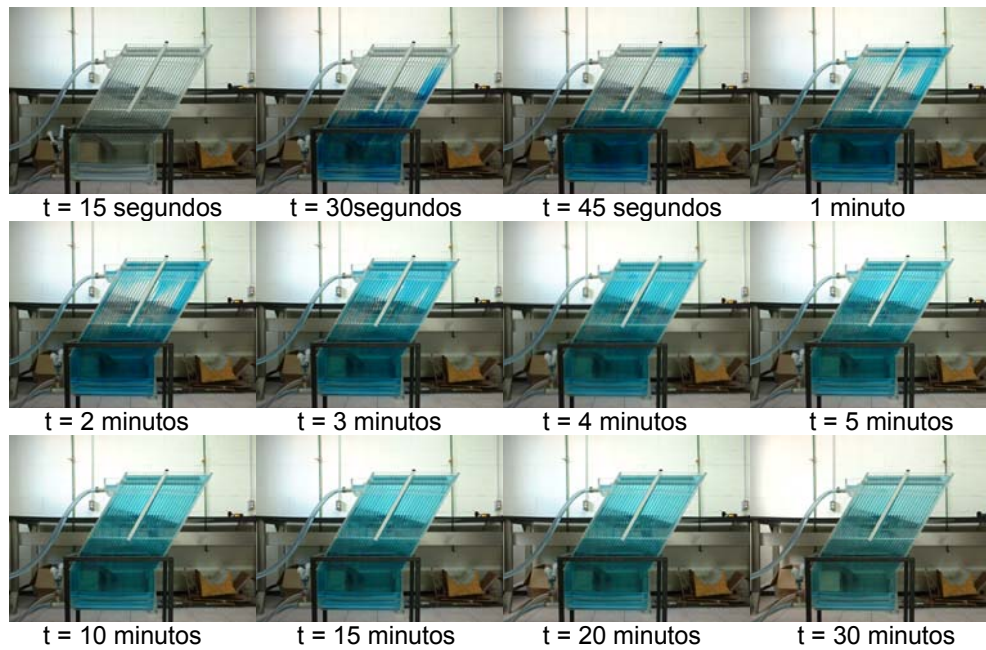


Figura A.1. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 1.

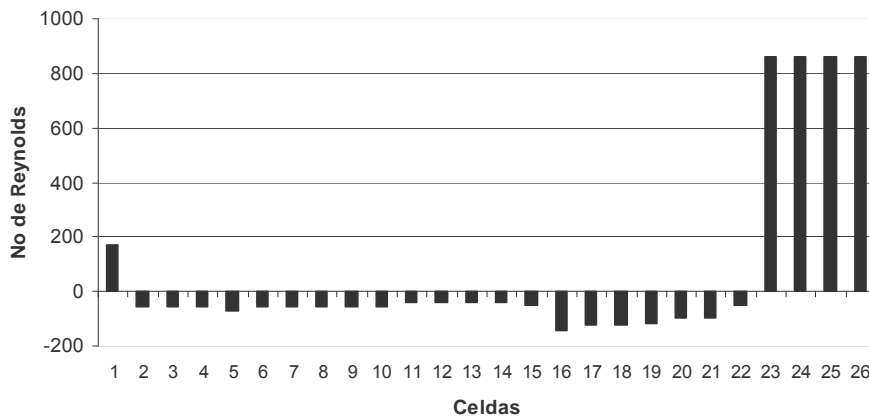


Figura A.2. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 1. Zonas muertas $\approx 3.85\%$, Cortocircuitos $\approx 9.02\%$, Recirculación interna $\approx 38.66\%$

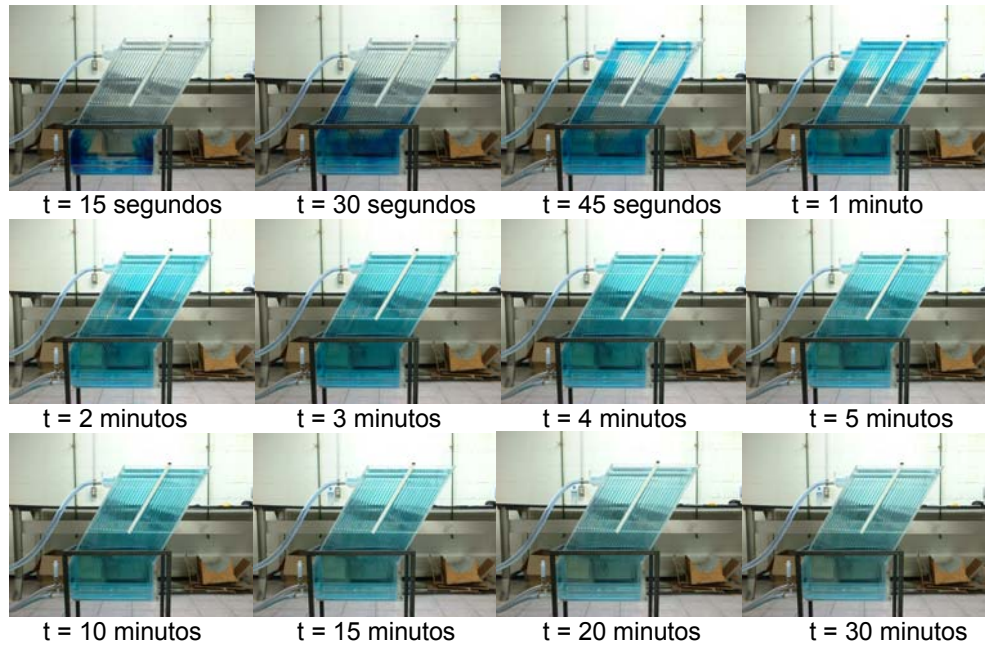


Figura A.3. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 2.

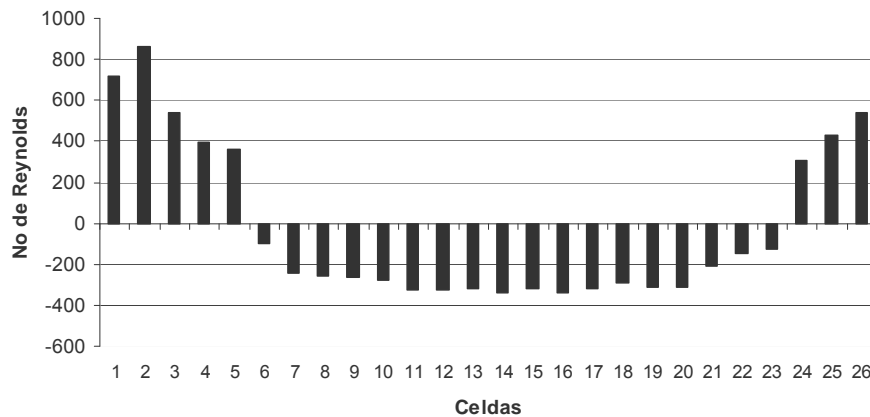


Figura A.4. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 2. Zonas muertas $\approx 4.77\%$, Cortocircuitos $\approx 12.44\%$, Recirculación interna $\approx 56.20\%$

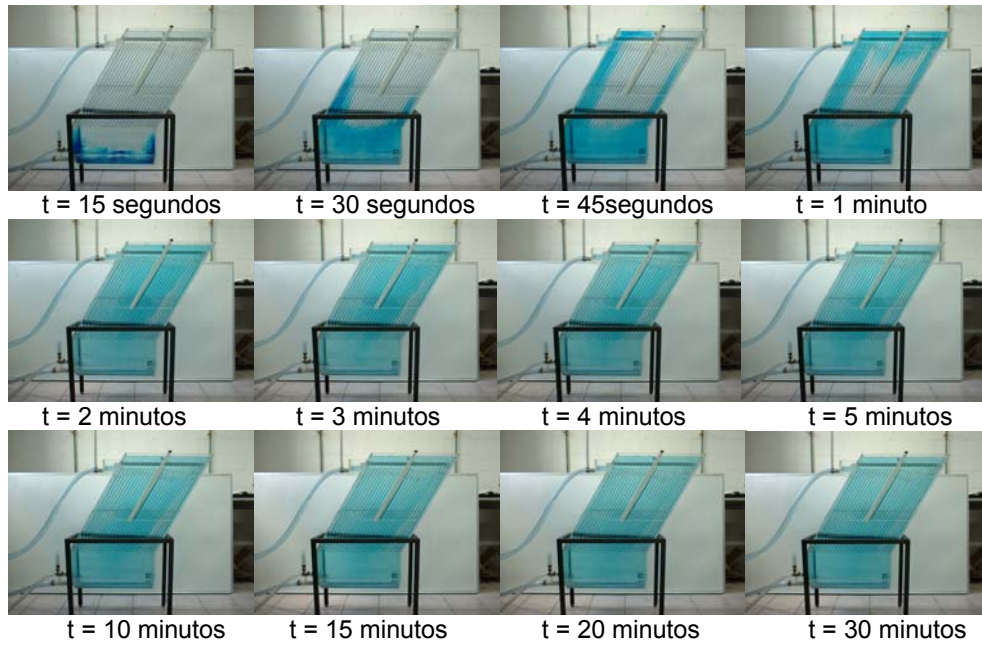


Figura A.5. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 2.

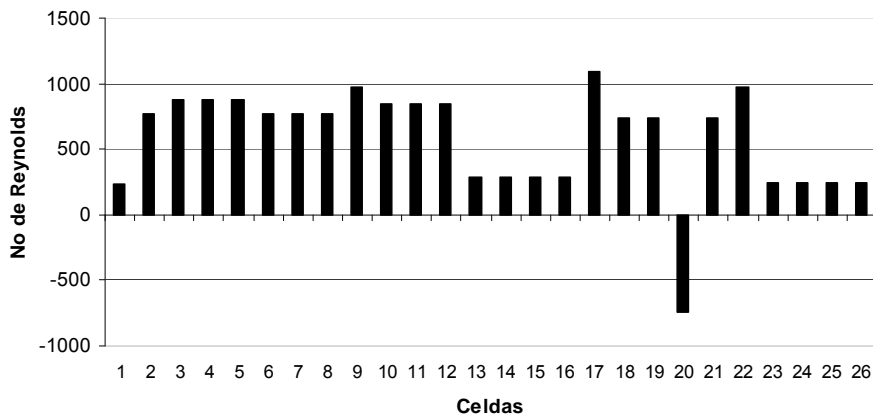


Figura A.6. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 3. Zonas muertas \approx 4.78%, Cortocircuitos \approx 16.75%, Recirculación interna \approx 38.16%

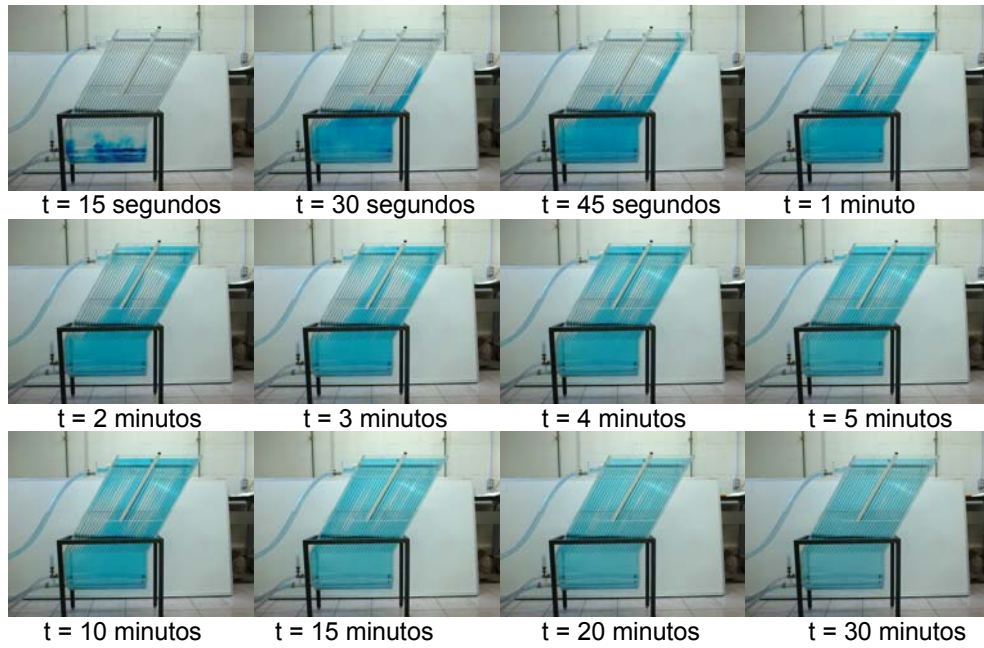


Figura A.7. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 4.

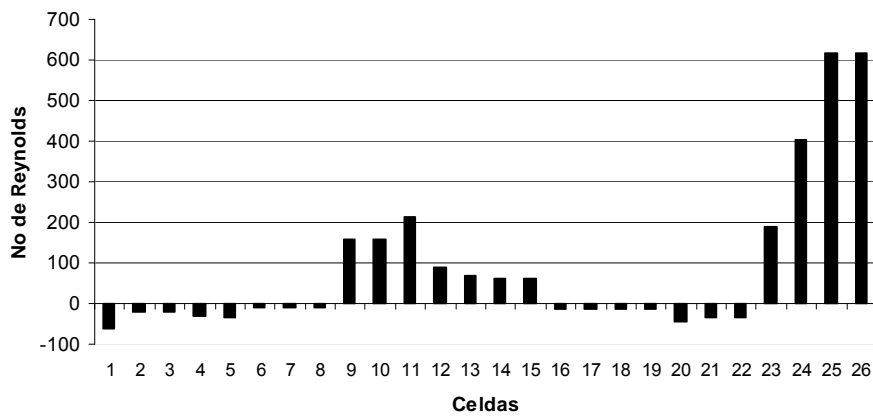


Figura A.8. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 4. Zonas muertas $\approx 9.38\%$, Cortocircuitos $\approx 25.79\%$, Recirculación interna $\approx 28.139\%$

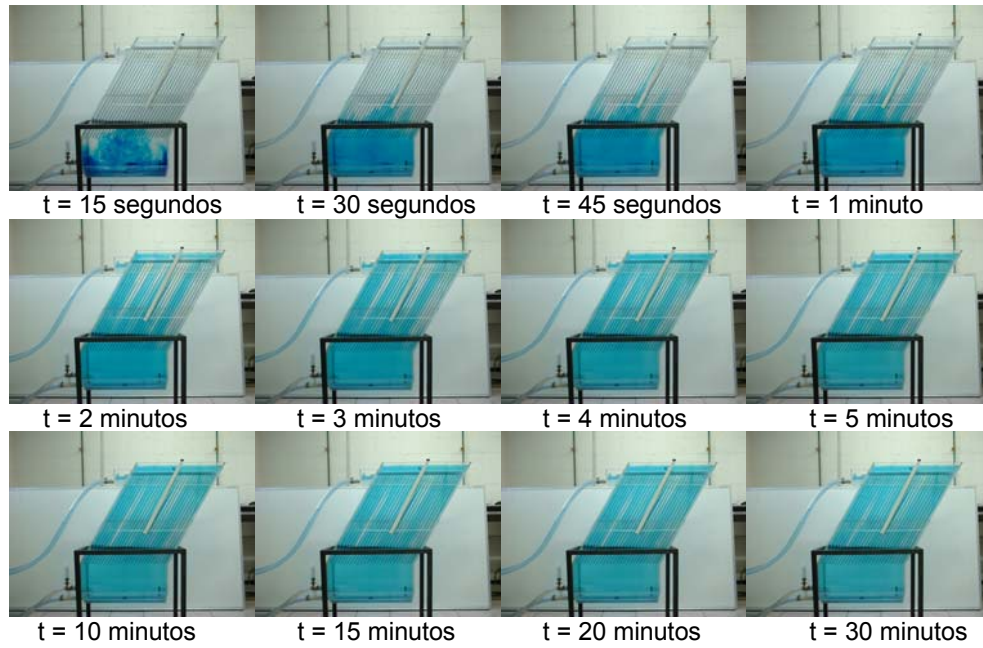


Figura A.9. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 5.

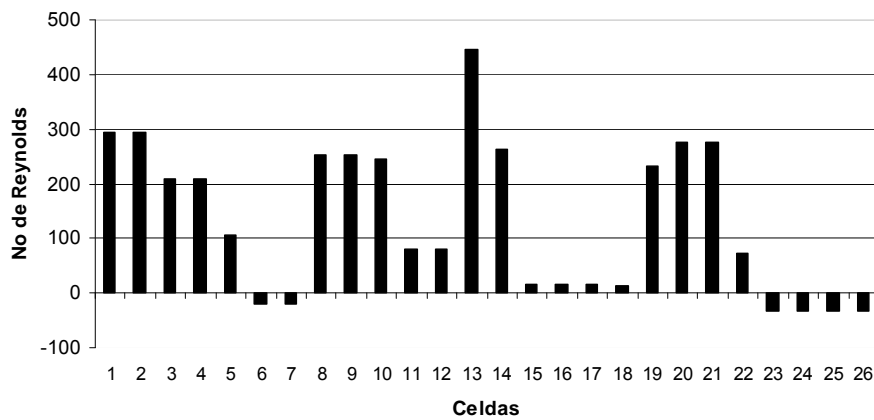


Figura A.10. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 5. Zonas muertas $\approx 6.97\%$, Cortocircuitos ≈ 32.827 , Recirculación interna $\approx 3.546\%$

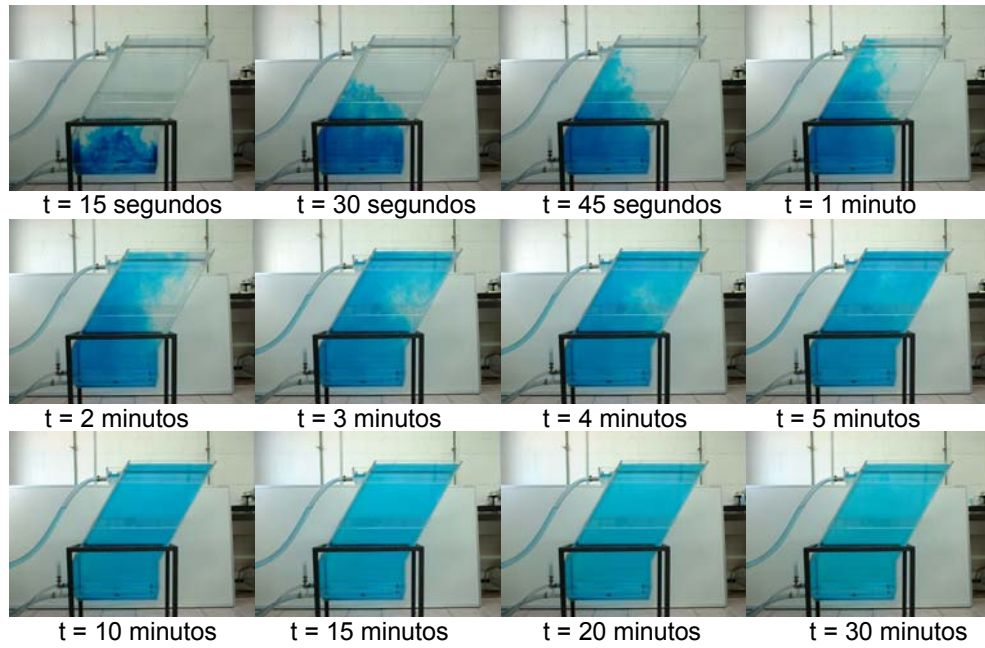


Figura A.11. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 6. Zonas muertas $\approx 22.09\%$, Cortocircuitos $\approx 7.31\%$, Recirculación interna $\approx 40.51\%$

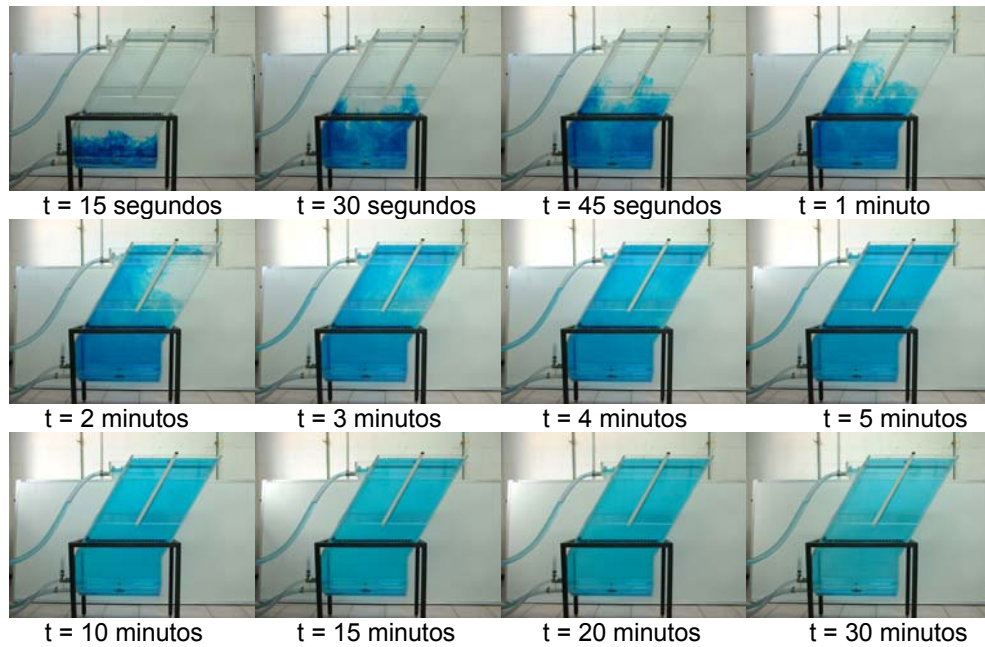


Figura A.12. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 7. Zonas muertas $\approx 25.78\%$, Cortocircuitos $\approx 5.61\%$, Recirculación interna $\approx 36.83\%$

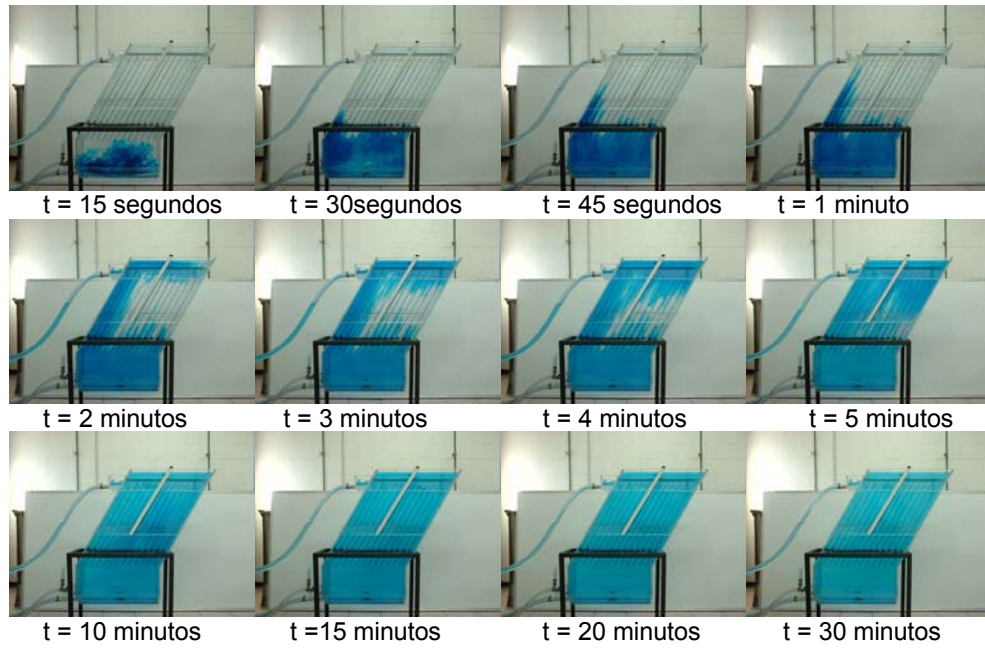


Figura A.13. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 8.

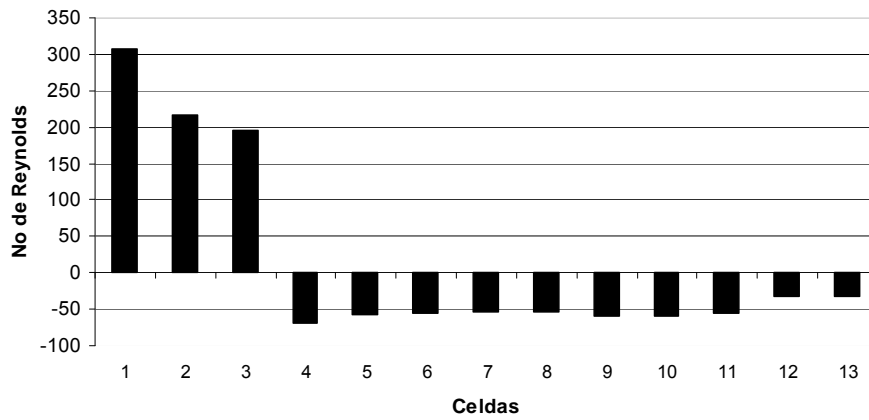


Figura A.14. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 8. Zonas muertas $\approx 8.1\%$, Cortocircuitos $\approx 14.57\%$, Recirculación interna $\approx 37.51\%$

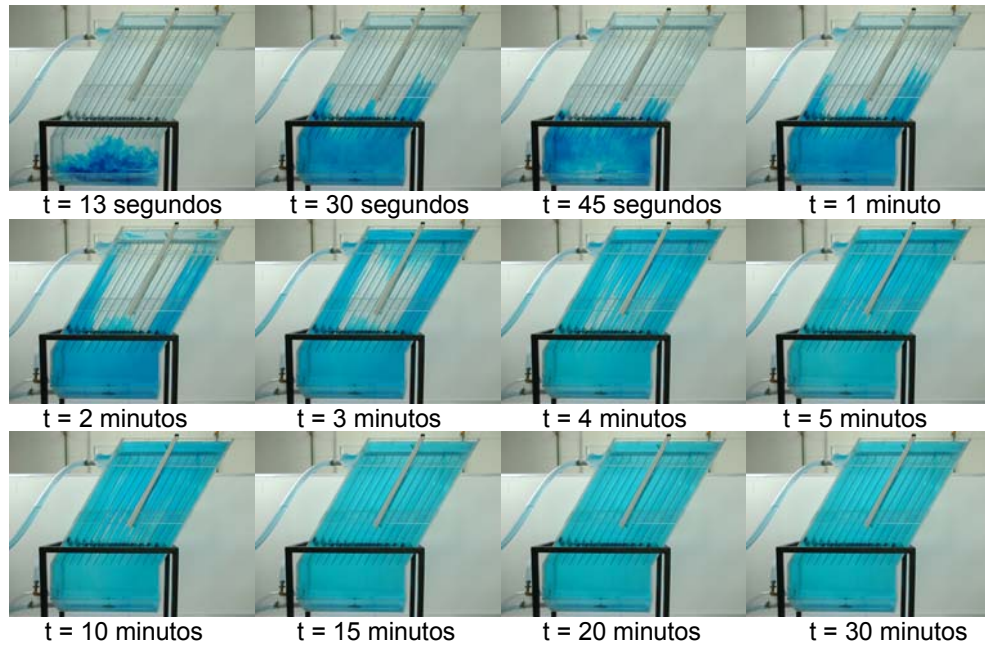


Figura A.15. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 9.

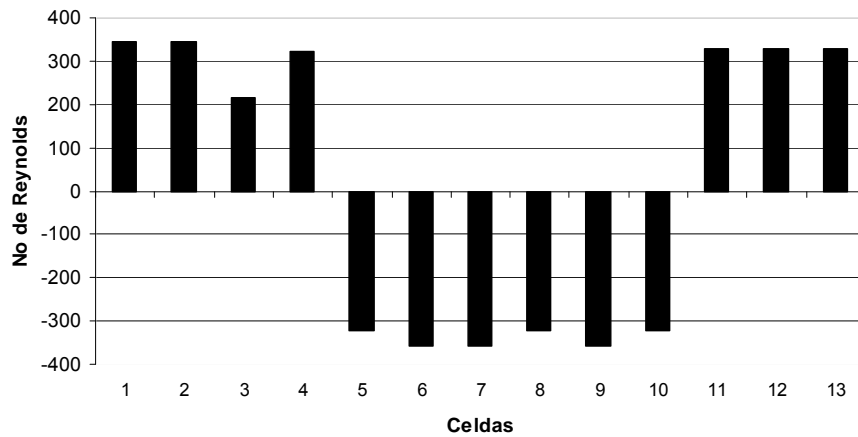


Figura A.16. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 20. Zonas muertas $\approx 9.28\%$, Cortocircuitos $\approx 23.44\%$, Recirculación interna $\approx 28.14\%$

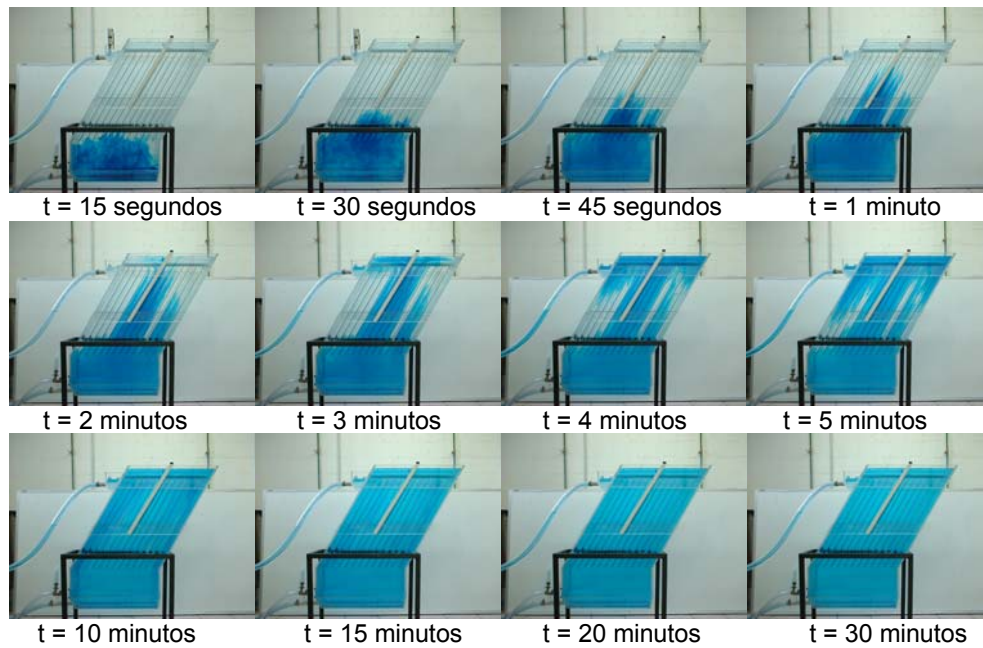


Figura A.17. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 10.

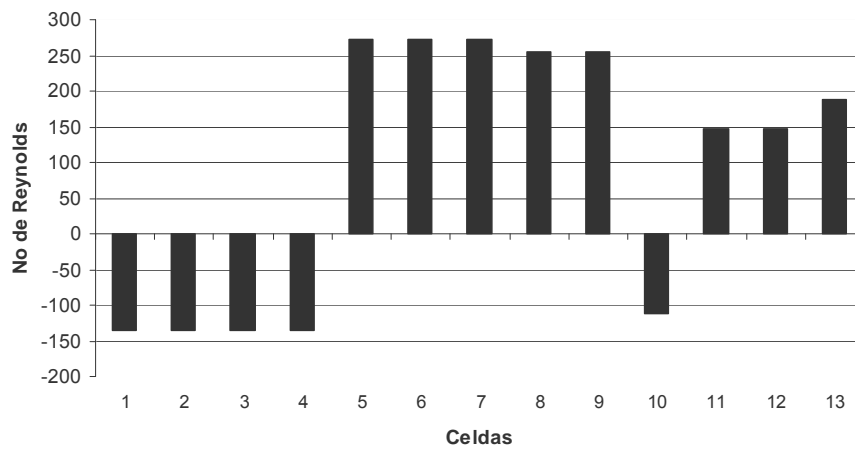


Figura A.18. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 10. Zonas muertas $\approx 14.06\%$, Cortocircuitos $\approx 28.314\%$, Recirculación interna $\approx 18.76\%$

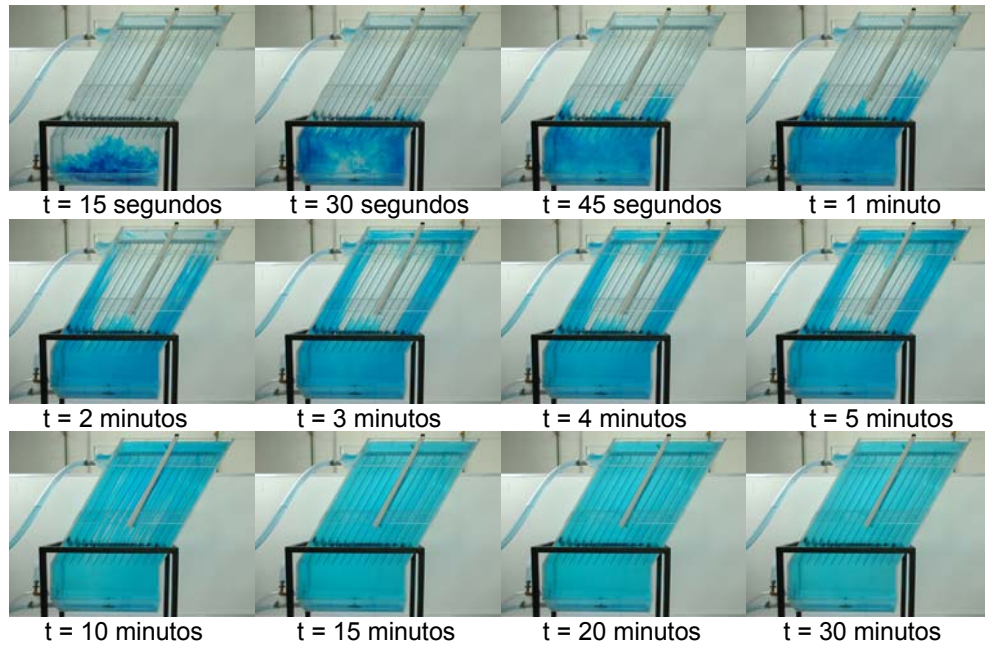


Figura A.19. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 11.

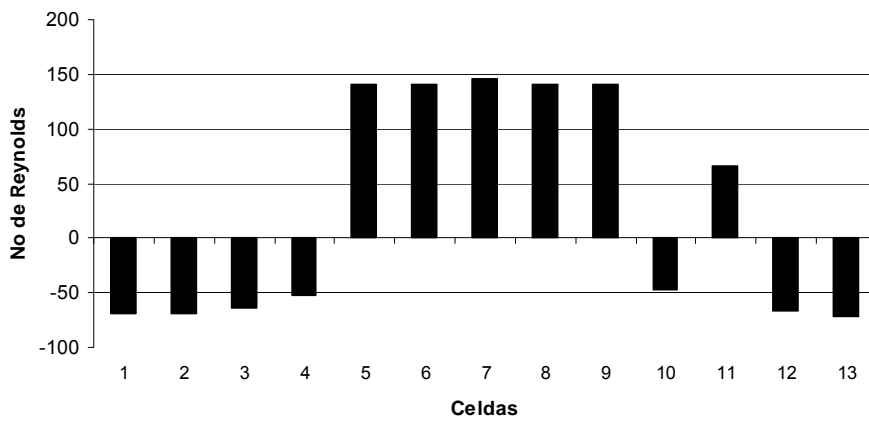


Figura A.20. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 11. Zonas muertas $\approx 3.7\%$, Cortocircuitos $\approx 18.56\%$, Recirculación interna $\approx 32.83\%$

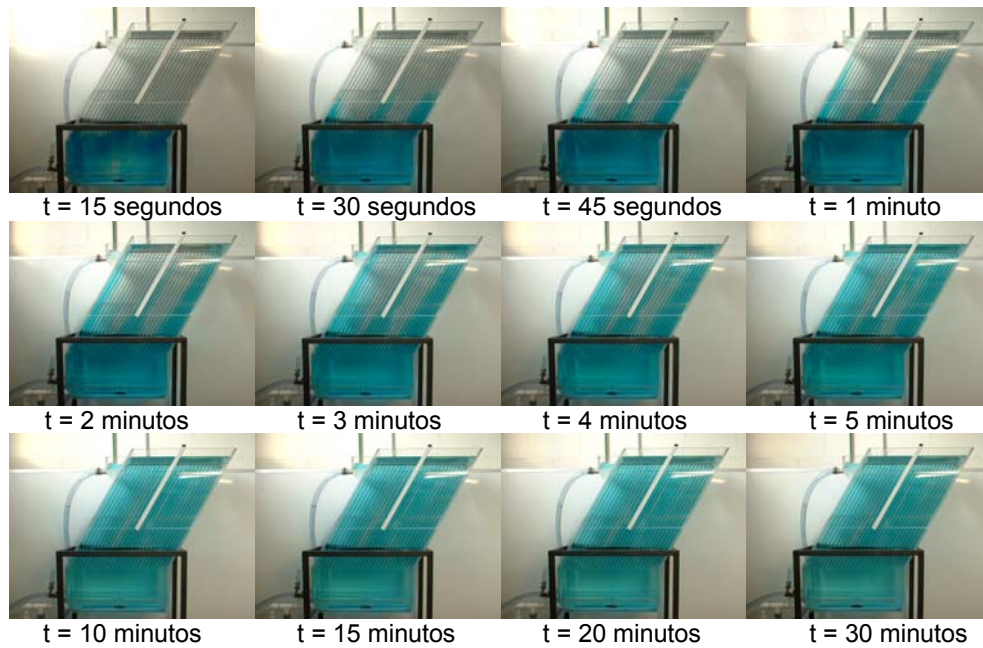


Figura A.21. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 12.

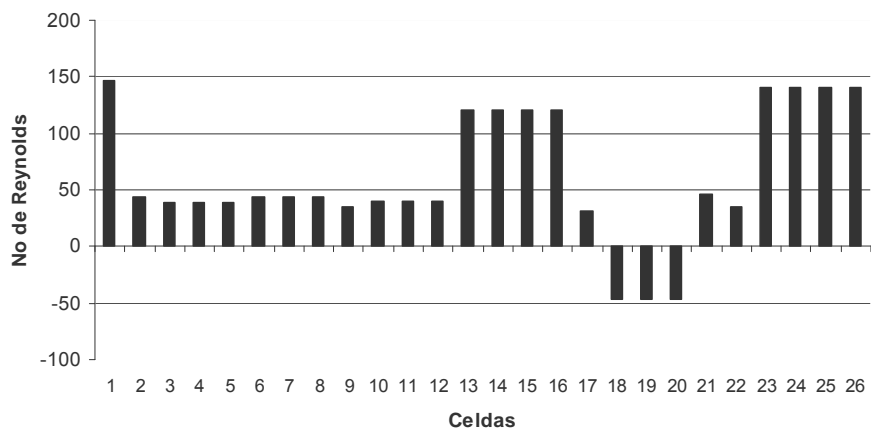


Figura A.22. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 12. Zonas muertas $\approx 8.1\%$, Cortocircuitos $\approx 14.57\%$, Recirculación interna $\approx 37.51\%$

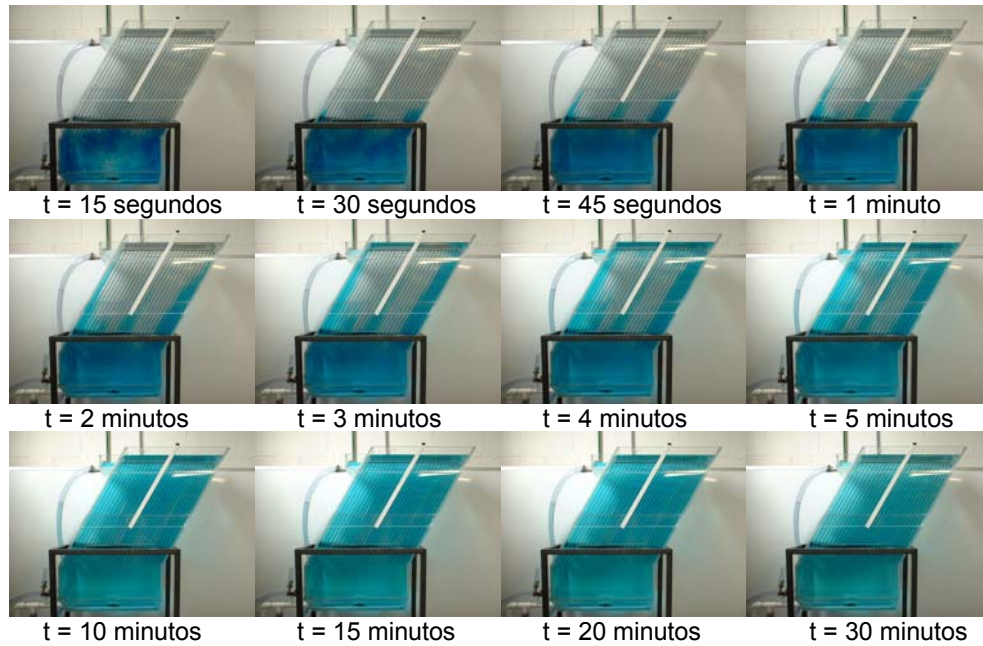


Figura A.23. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 13.

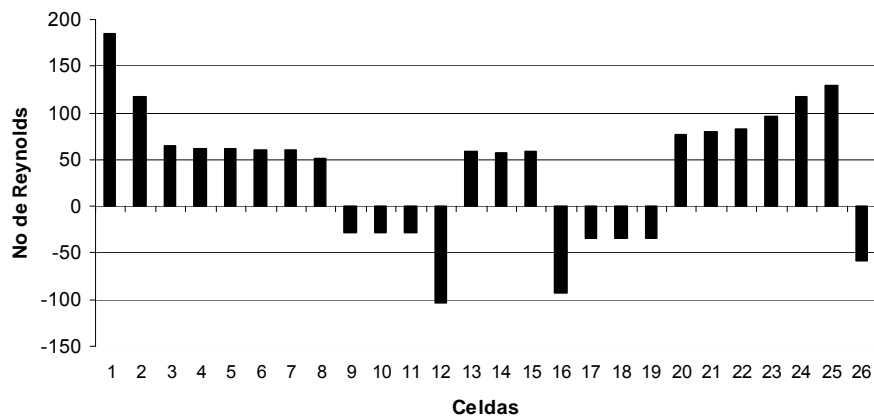


Figura A.24. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 13. Zonas muertas $\approx 8.1\%$, Cortocircuitos $\approx 14.57\%$, Recirculación interna $\approx 37.51\%$

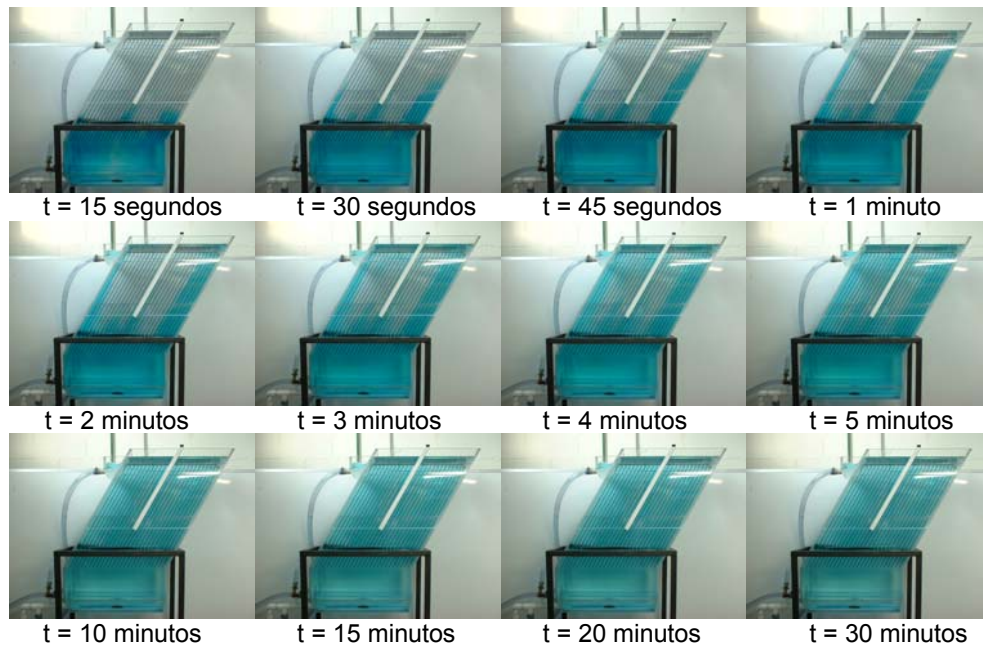


Figura A.25. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 14.

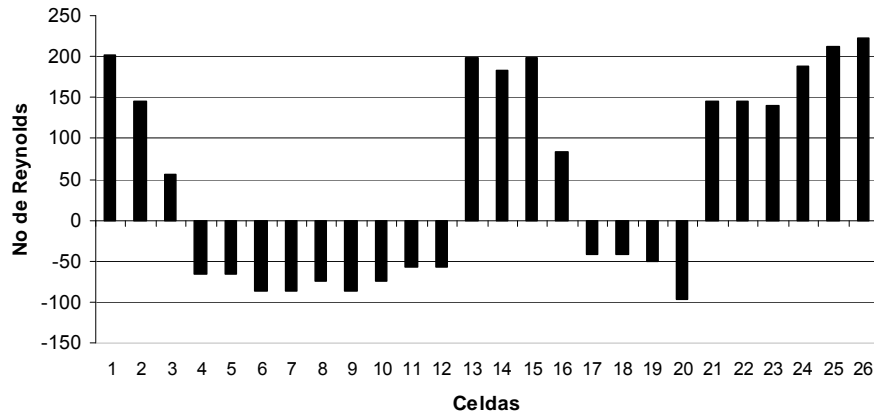


Figura A.26. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 14. Zonas muertas $\approx 8.1\%$, Cortocircuitos $\approx 14.57\%$, Recirculación interna $\approx 37.51\%$

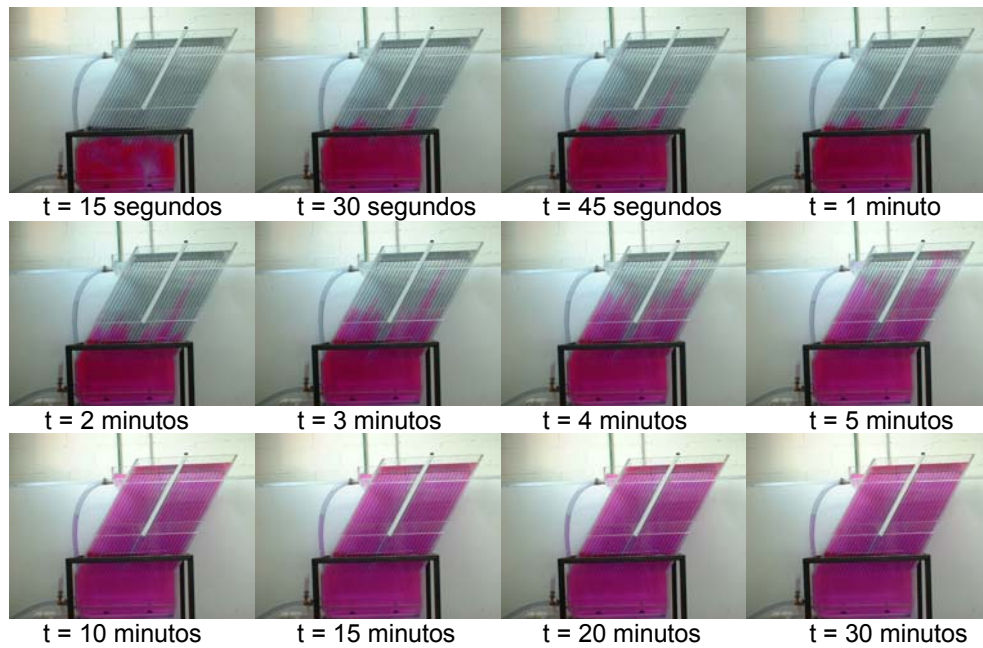


Figura A.27. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 15.

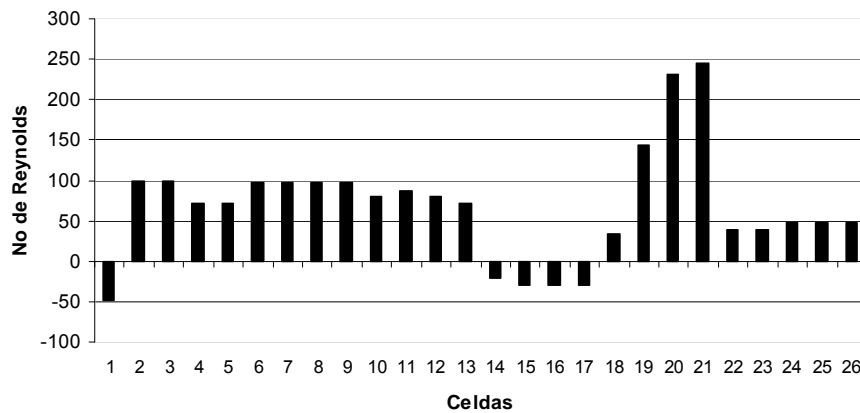


Figura A.28. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 15. Zonas muertas $\approx 8.1\%$, Cortocircuitos $\approx 14.57\%$, Recirculación interna $\approx 37.51\%$

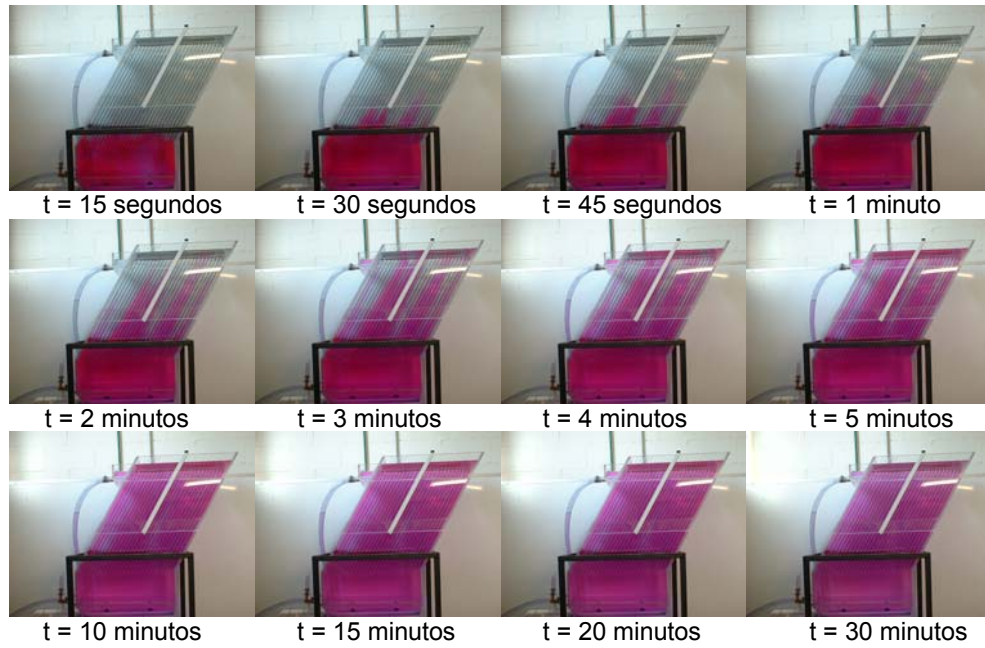


Figura A.29. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 16.

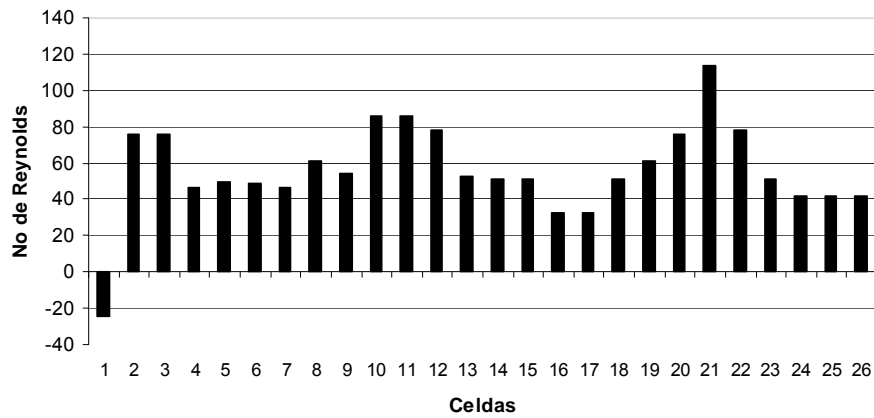


Figura A.30. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 16. Zonas muertas $\approx 8.1\%$, Cortocircuitos $\approx 14.57\%$, Recirculación interna $\approx 37.51\%$

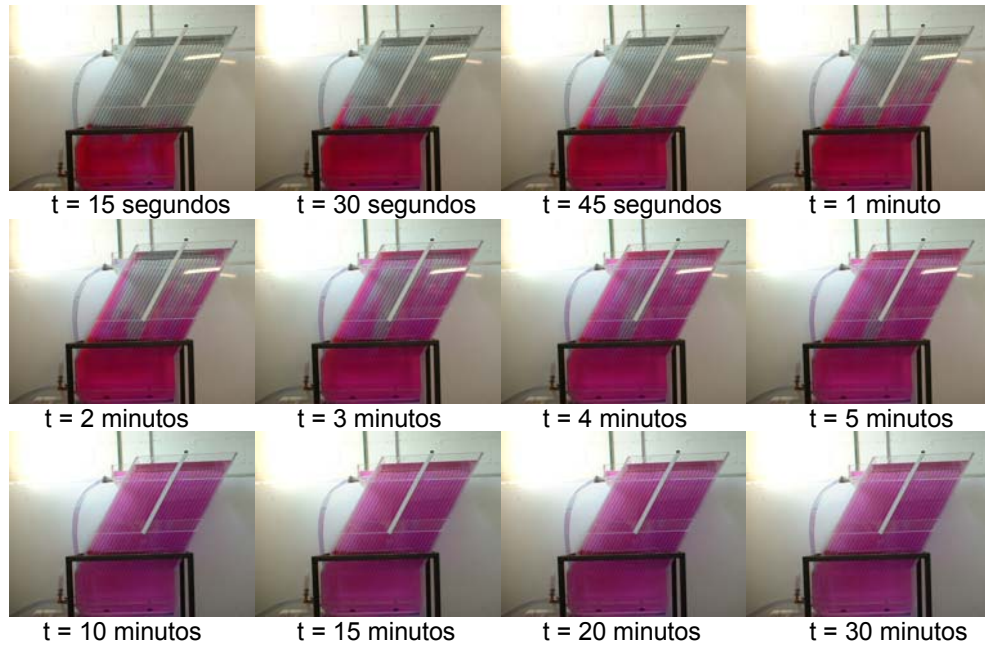


Figura A.31. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 17.

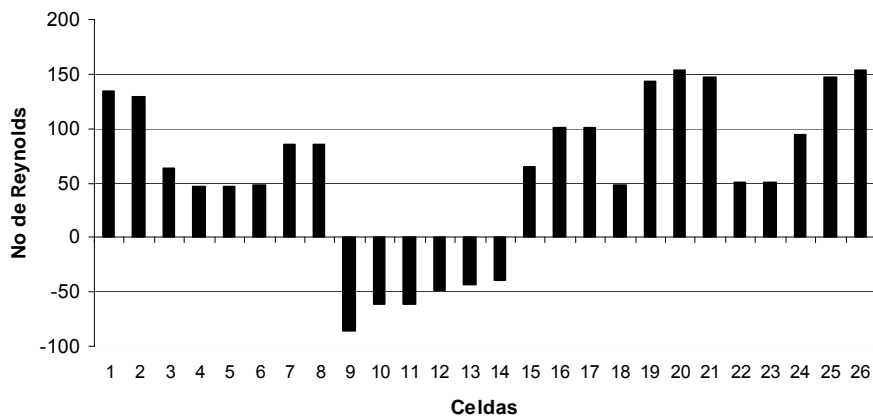


Figura A.32. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 17. Zonas muertas $\approx 8.1\%$, Cortocircuitos $\approx 14.57\%$, Recirculación interna $\approx 37.51\%$

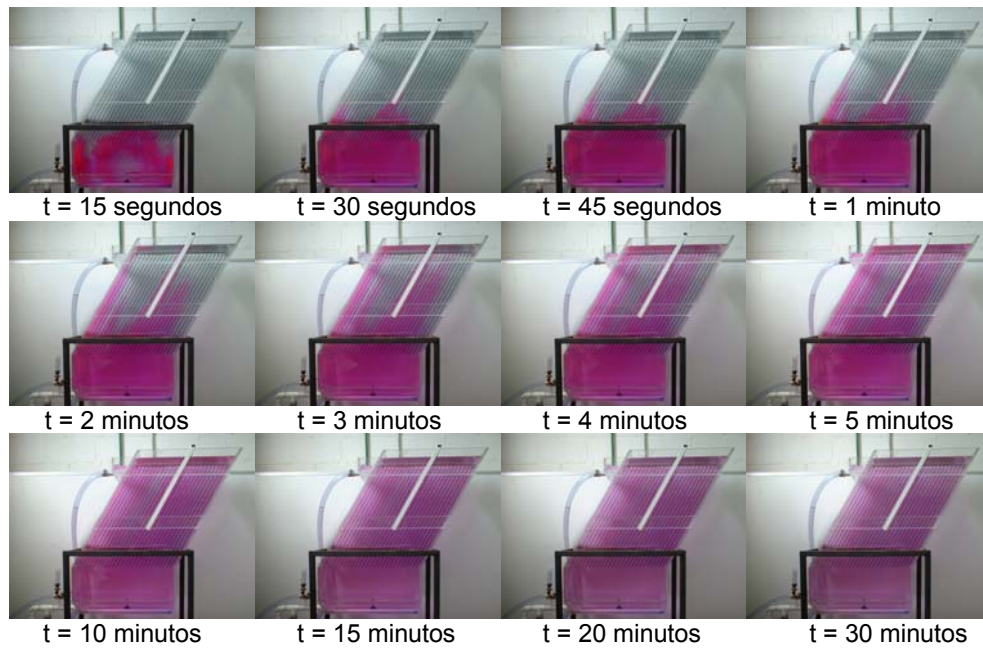


Figura A.33. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 18.

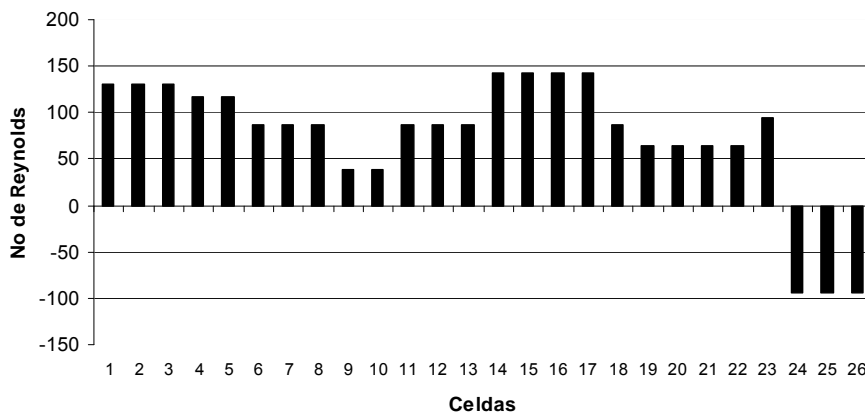


Figura A.34. Tendencia de un comportamiento normal en campana del grupo de datos experimentales, en cada celda de la zona de placas para el caso 18.
 Zonas muertas $\approx 8.1\%$, Cortocircuitos $\approx 14.57\%$, Recirculación interna $\approx 37.51\%$

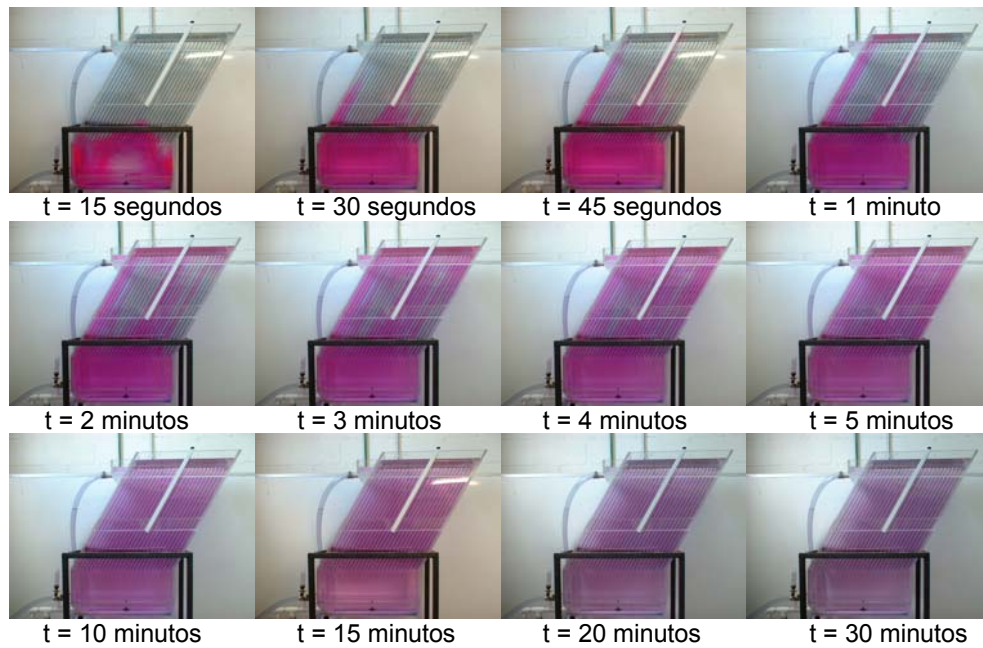


Figura A.35. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 19.

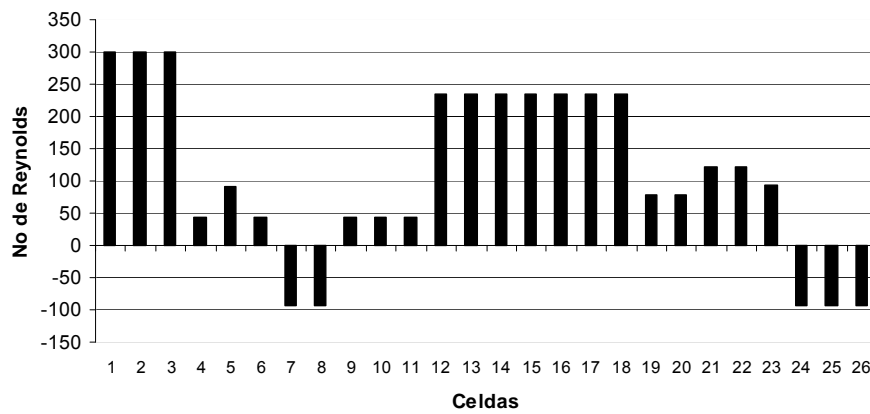


Figura A.36. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 19. Zonas muertas \approx 8.1%, Cortocircuitos \approx 14.57%, Recirculación interna \approx 37.51%

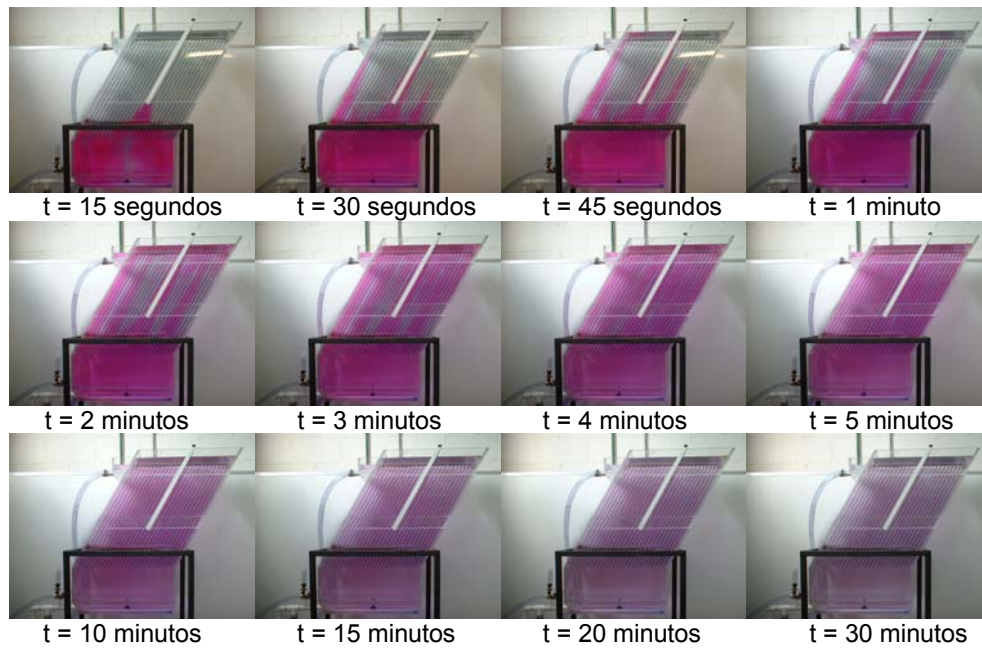


Figura A.37. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 20.

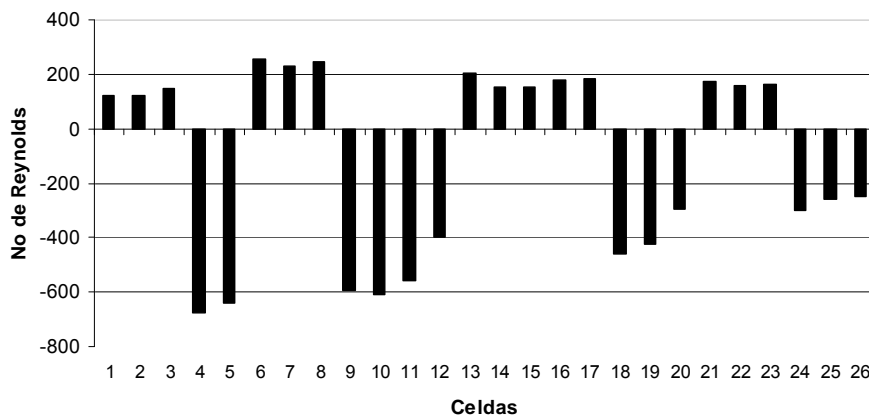


Figura A.38. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 20. Zonas muertas \approx 8.1%, Cortocircuitos \approx 14.57%, Recirculación interna \approx 37.51%

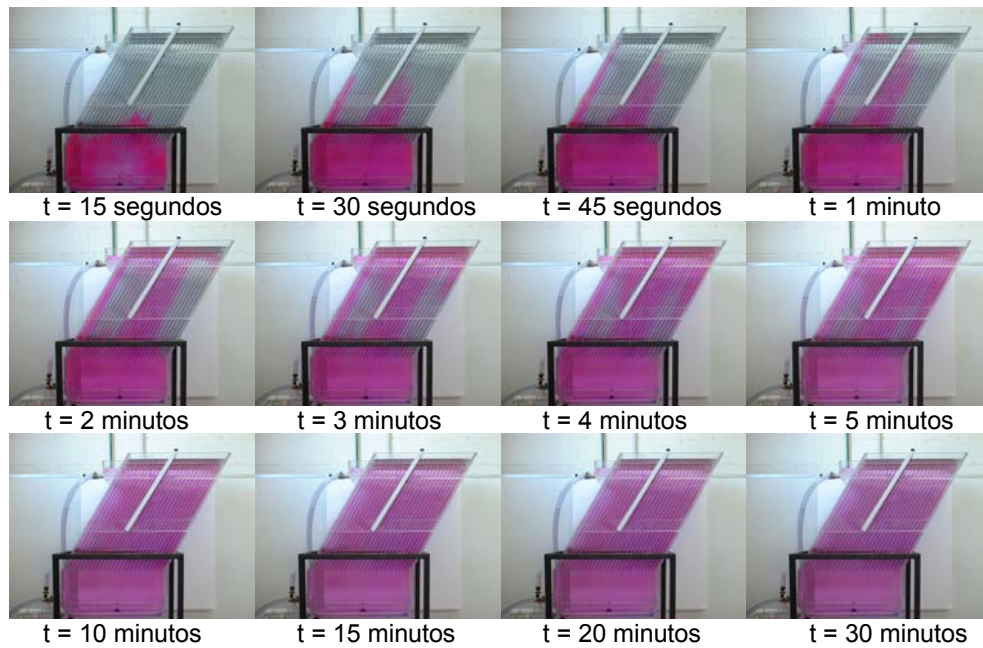


Figura A.39. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 21.

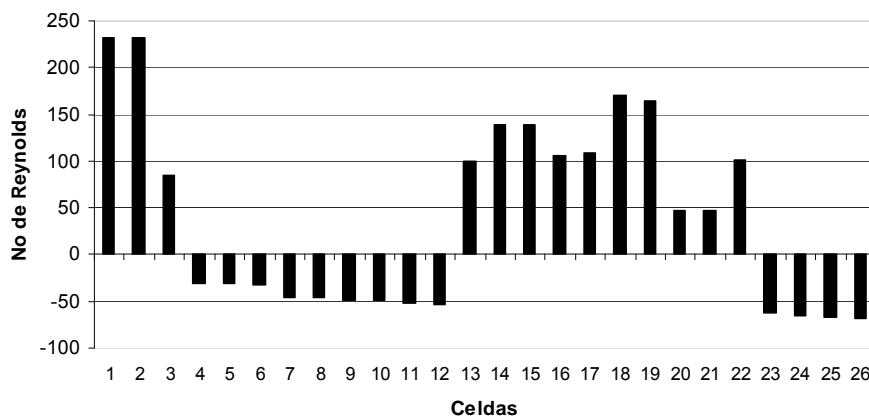


Figura A.40. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 21. Zonas muertas $\approx 8.1\%$, Cortocircuitos $\approx 14.57\%$, Recirculación interna $\approx 37.51\%$

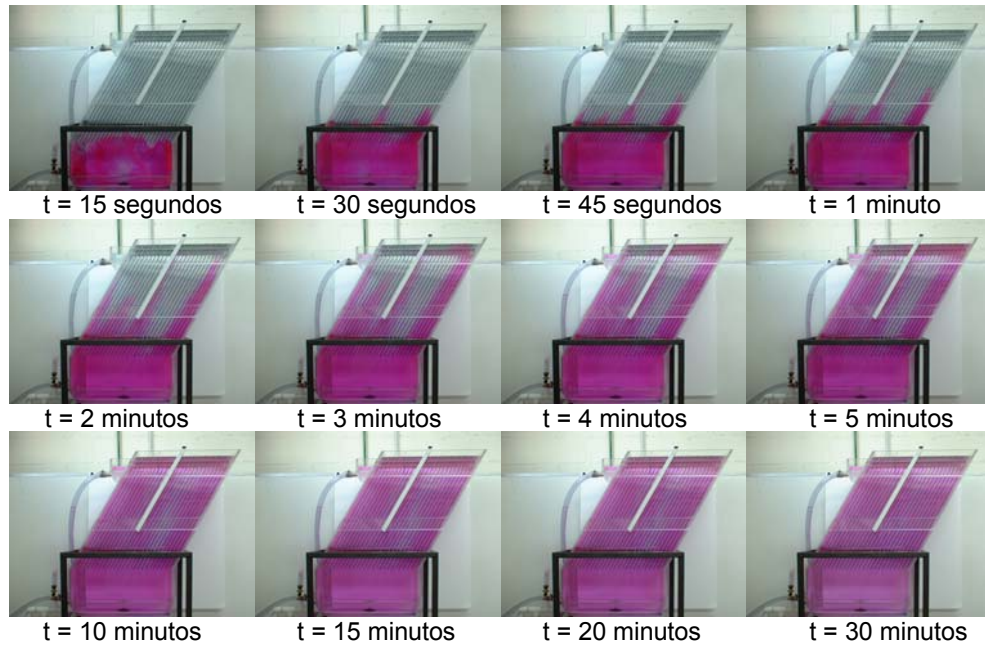


Figura A.41. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 22.

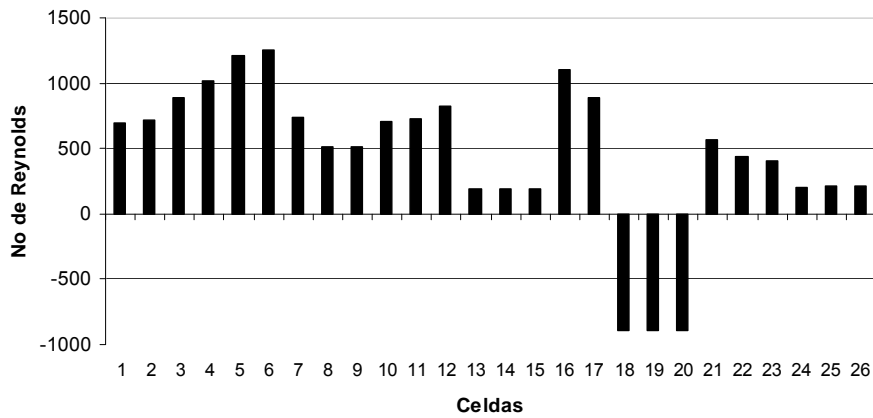


Figura A.42. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 22. Zonas muertas $\approx 8.1\%$, Cortocircuitos $\approx 14.57\%$, Recirculación interna $\approx 37.51\%$

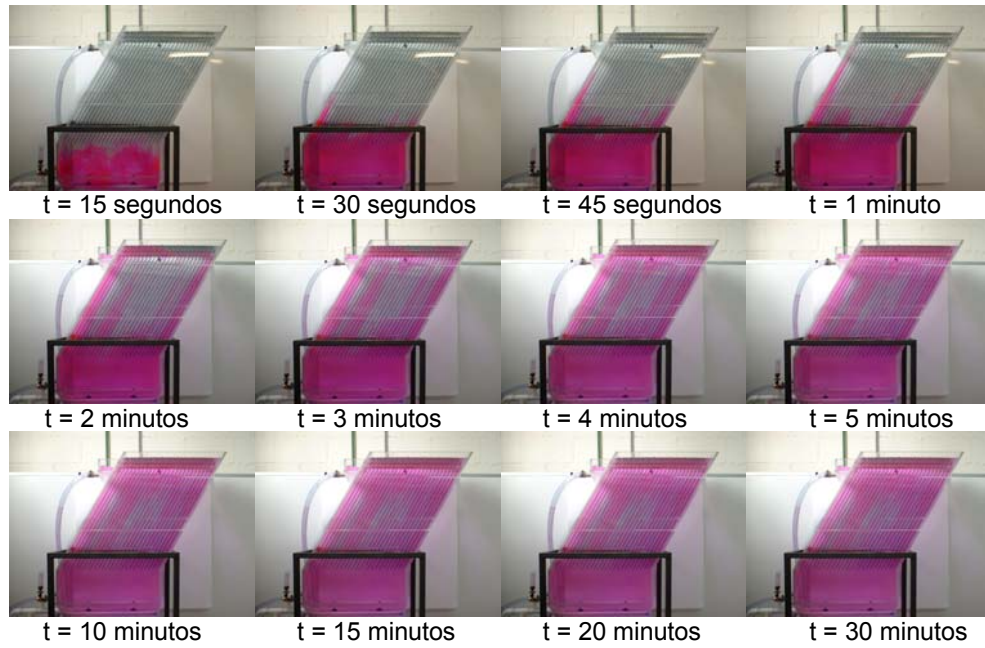


Figura A.43. Visualización del patrón de flujos utilizando colorante como trazador para el caso 23.

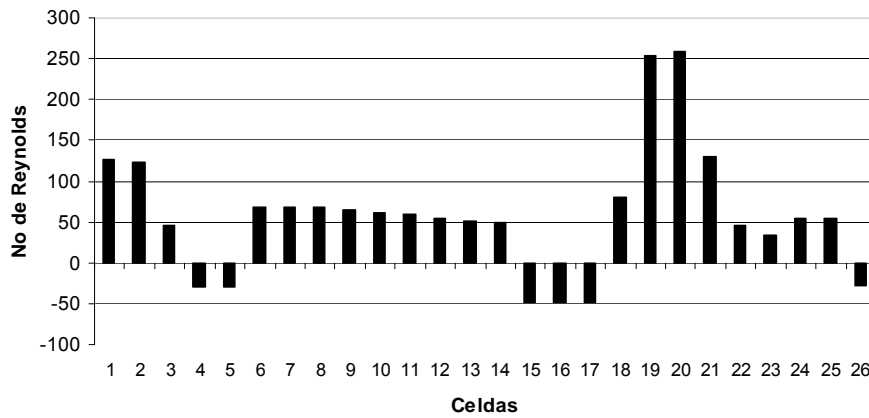


Figura A.44. Números de Reynolds en cada celda de la zona de placas obtenidos mediante fotografías y videos utilizando colorante como trazador para el caso 23. Zonas muertas $\approx 8.1\%$, Cortocircuitos $\approx 14.57\%$, Recirculación interna $\approx 37.51\%$

ANEXO B

Resultados datos experimentales obtenidos mediante sal como trazador.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/l)	Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/l)
0	0	25	9.63
1	21.32 ± 0.03	26	9.63
2	28.89	27	9.63
3	32.33	28	9.63
4	33.02	29	8.94
5	27.52	30	7.56
6	24.08	31	6.88
7	24.08	32	6.88
8	20.64	33	6.88
9	20.64	34	6.19
10	19.26	35	6.19
11	15.82	36	6.19
12	15.82	37	6.19
13	15.82	38	6.19
14	15.82	39	6.19
15	13.07	40	6.19
16	12.38	41	6.19
17	14.44	42	6.19
18	14.44	43	3.44
19	14.44	44	4.81
20	13.76	45	2.75
21	10.32	46	1.37
22	10.32	47	0.68
23	10.32	48	0.68
24	10.32	49	0.68

Tabla B.1. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 1.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	11.00	50	2.06
1	12.38	26	11.00	51	2.06
2	30.27	27	11.00	52	1.37
3	46.78	28	11.00	53	1.37
4	46.09	29	10.32	54	0.68
5	39.21	30	13.07	55	1.37
6	31.64	31	12.38	56	0.68
7	28.89	32	10.32	57	2.06
8	24.77	33	8.25	58	2.06
9	24.77	34	6.88	59	2.06
10	24.77	35	5.5	60	1.37
11	24.07	36	8.25	61	1.37
12	21.32	37	8.25	62	1.37
13	19.95	38	7.56	63	0.68
14	19.95	39	7.56	64	0.68
15	19.26	40	6.19	65	0.68
16	18.57	41	4.81		
17	15.13	42	4.81		
18	15.13	43	4.81		
19	15.13	44	4.81		
20	15.13	45	4.12		
21	15.13	46	2.06		
22	14.44	47	2.06		
23	11.69	48	2.06		
24	11.00	49	2.06		

Tabla B.2. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 2.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	11.00	50	4.12
1	0	26	9.63	51	4.12
2	0	27	6.88	52	4.12
3	0.68	28	6.88	53	4.12
4	4.12	29	6.88	54	2.75
5	6.88	30	6.88	55	2.75
6	15.13	31	11.00	56	2.75
7	15.82	32	11.00	57	2.75
8	20.64	33	11.00	58	2.75
9	22.01	34	11.00	59	2.75
10	23.39	35	8.94	60	2.75
11	27.52	36	6.88		
12	30.27	37	6.88		
13	34.4	38	6.88		
14	32.33	39	6.88		
15	33.02	40	6.88		
16	32.33	41	6.88		
17	28.20	42	4.12		
18	26.83	43	4.12		
19	24.08	44	4.12		
20	24.08	45	4.12		
21	20.64	46	4.12		
22	15.82	47	6.19		
23	15.82	48	5.50		
24	13.07	49	4.12		

Tabla B.3. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 3.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	13.07
1	0.68	26	13.07
2	20.64	27	13.07
3	24.76	28	4.12
4	28.89	29	4.12
5	36.46	30	4.12
6	51.6	31	4.12
7	50.91	32	4.12
8	46.78	33	4.12
9	37.84	34	6.19
10	33.02	35	6.19
11	26.83	36	6.19
12	25.45	37	5.50
13	23.39	38	5.50
14	22.01	39	0.68
15	22.01	40	0.68
16	20.54	41	0.68
17	13.76	42	0.68
18	15.82	43	0.68
19	14.44	44	0.68
20	13.76	45	0.68
21	13.07	46	0.68
22	13.07	47	0.68
23	13.07	48	0.68
24	13.07	49	0.68

Tabla B.4. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 4.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	15.13
1	0	26	13.76
2	0	27	13.76
3	0	28	13.76
4	0	29	13.07
5	8.25	30	13.07
6	17.88	31	13.07
7	22.01	32	13.07
8	30.96	33	12.38
9	34.40	34	9.63
10	38.52	35	8.94
11	37.84	36	8.94
12	37.15	37	8.94
13	37.84	38	8.94
14	35.08	39	11.00
15	30.96	40	8.94
16	28.20	41	11.00
17	28.20	42	11.00
18	26.83	43	11.00
19	22.01	44	9.63
20	20.64	45	9.63
21	18.57	46	6.88
22	18.57	47	4.81
23	18.57	48	4.81
24	17.20	49	4.81

Tabla B.5. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 5.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	26	25.45	52	9.63
1	0	27	25.45	53	9.63
2	0	28	24.08	54	9.63
3	0	29	22.70	55	9.63
4	0	30	19.26	56	9.63
5	0	31	19.26	57	9.63
6	0	32	19.26	58	9.63
7	0	33	19.26	59	8.94
8	0	34	19.26	60	8.94
9	4.81	35	19.26	61	6.19
10	6.88	36	19.26	62	6.19
11	14.44	37	19.26	63	6.19
12	23.39	38	15.82	64	4.12
13	32.33	39	13.07	65	4.12
14	37.84	40	13.07	66	4.12
15	41.96	41	13.07	67	4.12
16	39.90	42	12.38	68	3.44
17	35.08	43	14.44	69	3.44
18	35.08	44	14.44	70	2.06
19	35.08	45	14.44	71	2.06
20	35.08	46	14.44	72	2.06
21	30.27	47	14.44	73	2.06
22	28.89	48	14.44	74	2.06
23	28.89	49	14.44	75	0.68
24	28.89	50	11.69	76	0.68
25	25.45	51	9.63	77	0.68

Tabla B.6. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 6.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	39.90	50	11.00
1	0	26	39.90	51	11.00
2	0	27	36.46	52	11.00
3	0	28	36.46	53	11.00
4	0	29	32.33	54	11.00
5	0	30	31.64	55	11.00
6	0	31	28.89	56	9.63
7	0	32	28.20	57	7.56
8	0	33	28.20	58	7.56
9	0	34	28.20	59	7.56
10	0	35	24.76	60	7.56
11	0	36	24.76	61	7.56
12	0	37	24.76	62	7.56
13	0	38	22.70	63	7.56
14	0	39	21.32	64	7.56
15	0	40	21.32	65	7.56
16	0	41	21.32	66	7.56
17	7.56	42	21.32	67	7.56
18	20.64	43	21.32	68	6.19
19	40.59	44	17.2	69	3.44
20	47.47	45	15.13	70	3.44
21	47.47	46	15.13	71	3.44
22	43.34	47	15.13	72	3.44
23	44.72	48	15.13		
24	40.59	49	11.00		

Tabla B.7. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 7.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	24.07	50	10.31
1	0	26	22.70	51	10.31
2	0	27	18.57	52	10.31
3	3.43	28	16.51	53	10.31
4	3.43	29	15.82	54	10.31
5	12.38	30	15.82	55	10.31
6	23.39	31	15.82	56	10.31
7	37.15	32	15.82	57	10.31
8	41.96	33	15.82	58	9.63
9	43.34	34	15.82	59	9.63
10	37.15	35	15.82	60	9.63
11	33.71	36	15.13	61	9.63
12	33.71	37	15.13	62	5.50
13	28.20	38	15.13	63	5.50
14	24.07	39	15.13	64	5.50
15	24.07	40	15.13	65	5.50
16	24.07	41	15.13	66	5.50
17	24.07	42	15.13	67	5.50
18	24.07	43	13.07	68	5.50
19	24.07	44	11.69	69	5.50
20	24.07	45	11.00	70	8.25
21	24.07	46	10.31	71	8.25
22	24.07	47	9.63	72	8.25
23	24.07	48	8.25	73	8.25
24	24.07	49	10.31	74	6.19

Tabla B.8. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 8.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	19.95
1	0	26	19.95
2	0	27	19.95
3	0	28	19.95
4	0	29	7.56
5	0	30	6.88
6	0	31	4.81
7	5.50	32	2.75
8	13.07	33	0.68
9	25.45	34	0.68
10	32.33	35	0.68
11	35.08	36	0.68
12	40.59		
13	35.08		
14	35.08		
15	32.33		
16	26.83		
17	26.83		
18	22.70		
19	22.70		
20	22.70		
21	19.95		
22	19.95		
23	19.95		
24	19.95		

Tabla B.9. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 9.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	15.13	50	5.50
1	0	26	15.13	51	4.81
2	0	27	15.13	52	4.81
3	0	28	15.13	53	2.75
4	3.44	29	14.44	54	2.75
5	19.62	30	14.44	55	2.06
6	23.39	31	14.44	56	4.81
7	30.27	32	10.32	57	4.81
8	35.08	33	10.32	58	4.81
9	30.27	34	10.32	59	3.44
10	29.58	35	10.32	60	3.44
11	29.58	36	7.56	61	3.44
12	26.14	37	7.56	62	3.44
13	26.14	38	7.56		
14	22.70	39	3.44		
15	22.70	40	3.44		
16	17.2	41	6.88		
17	17.2	42	6.88		
18	19.26	43	3.44		
19	19.26	44	3.44		
20	19.26	45	3.44		
21	19.26	46	3.44		
22	19.26	47	6.19		
23	15.13	48	2.75		
24	15.13	49	6.19		

Tabla B.10. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 10.

Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	17.2	50	5.50
1	0	26	15.13	51	4.12
2	0	27	13.07	52	7.56
3	0	28	13.07	53	7.56
4	4.12	29	13.07	54	7.56
5	18.57	30	13.07	55	7.56
6	22.70	31	13.07	56	7.56
7	30.96	32	7.56	57	4.12
8	39.90	33	10.32	58	4.12
9	49.53	34	13.07	59	4.12
10	39.90	35	13.07	60	4.12
11	39.21	36	7.56	61	4.12
12	33.71	37	7.56	62	2.75
13	30.27	38	11.69	63	2.75
14	24.76	39	7.56	64	6.19
15	24.76	40	9.63	65	2.75
16	24.76	41	7.56	66	4.81
17	24.76	42	2.75	67	6.19
18	24.76	43	7.56	68	7.56
19	21.32	44	6.88	69	6.88
20	21.32	45	6.19	70	2.72
21	21.32	46	4.81	71	2.72
22	21.32	47	8.25	72	2.72
23	19.95	48	8.25	73	2.72
24	17.2	49	4.81	74	2.06

Tabla B.11. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 11.

Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	22.01	50	7.56
1	0	26	19.26	51	7.56
2	0	27	18.57	52	7.56
3	1.37	28	18.57	53	7.56
4	1.37	29	18.57	54	7.56
5	2.06	30	18.57	55	7.56
6	8.94	31	18.57	56	7.56
7	12.38	32	18.57	57	6.19
8	19.95	33	18.57	58	6.19
9	23.39	34	17.2	59	6.19
10	23.39	35	14.44	60	6.19
11	27.52	36	14.44	61	6.19
12	30.27	37	12.38	62	6.19
13	34.4	38	12.38	63	6.19
14	38.52	39	12.38	64	5.50
15	37.84	40	12.38	65	5.50
16	33.71	41	12.38	66	5.50
17	33.71	42	12.38	67	5.50
18	29.58	43	12.38	68	5.50
19	29.58	44	12.38		
20	26.14	45	11.69		
21	26.14	46	10.32		
22	22.01	47	8.94		
23	22.01	48	8.25		
24	22.01	49	7.56		

Tabla B.12. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 12.

Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	19.26	50	11.00
1	0	26	18.57	51	11.00
2	0	27	18.57	52	10.32
3	0	28	18.57	53	10.32
4	1.37	29	18.57	54	8.25
5	8.25	30	17.88	55	8.25
6	19.26	31	15.82	56	8.25
7	30.96	32	15.82	57	8.25
8	38.52	33	15.82	58	8.25
9	39.90	34	15.13	59	8.25
10	39.90	35	15.13	60	8.25
11	35.77	36	15.13	61	8.25
12	30.96	37	15.13	62	8.25
13	28.20	38	15.13	63	8.25
14	25.45	39	15.13	64	8.25
15	23.39	40	15.13	65	8.25
16	19.95	41	14.44	66	6.88
17	19.95	42	14.44	67	6.88
18	19.95	43	14.44	68	6.88
19	19.95	44	14.44	69	6.88
20	19.26	45	13.07	70	6.88
21	19.26	46	11.69	71	6.88
22	19.26	47	11.00	72	6.19
23	19.26	48	11.00	73	6.19
24	19.26	49	11.00	74	6.19

Tabla B.13. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 13.

Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	11.00	50	3.44
1	0	26	9.63	51	3.44
2	2.75	27	6.88	52	3.44
3	27.52	28	6.19	53	3.44
4	39.21	29	6.19	54	3.44
5	48.84	30	6.19	55	3.44
6	48.16	31	6.19		
7	43.34	32	6.19		
8	33.71	33	5.50		
9	30.27	34	8.25		
10	26.14	35	8.25		
11	21.32	36	8.25		
12	21.32	37	8.25		
13	18.57	38	8.25		
14	18.57	39	8.25		
15	17.20	40	8.25		
16	15.13	41	8.25		
17	15.13	42	7.56		
18	15.13	43	6.88		
19	11.69	44	6.19		
20	11.69	45	5.50		
21	11.69	46	4.81		
22	11.00	47	4.12		
23	11.00	48	4.12		
24	11.00	49	4.128		

Tabla B.14. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 14.

Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	20.64	50	8.94
1	0	26	20.64	51	8.94
2	0	27	20.64	52	8.94
3	0	28	20.64	53	8.94
4	0	29	20.64	54	8.25
5	0	30	18.57	55	6.88
6	14.44	31	13.76	56	6.19
7	37.84	32	13.76	57	6.19
8	44.03	33	13.76	58	6.19
9	48.16	34	13.76	59	6.19
10	52.28	35	13.76	60	6.19
11	43.34	36	13.76		
12	41.96	37	13.76		
13	34.40	38	10.32		
14	28.89	39	10.32		
15	28.89	40	10.32		
16	24.76	41	9.63		
17	24.76	42	9.63		
18	24.76	43	9.63		
19	24.76	44	9.63		
20	24.76	45	9.63		
21	24.76	46	9.63		
22	24.76	47	9.63		
23	24.08	48	9.63		
24	20.64	49	9.63		

Tabla B.15. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 15.

Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	15.82	50	6.88
1	0	26	15.13	51	6.88
2	0	27	15.13	52	6.88
3	2.75	28	15.13	53	6.88
4	2.75	29	13.07	54	6.88
5	3.44	30	11.00	55	6.88
6	3.44	31	11.00		
7	5.50	32	11.00		
8	6.88	33	11.00		
9	20.64	34	10.32		
10	31.64	35	10.32		
11	35.77	36	10.32		
12	42.65	37	8.94		
13	37.84	38	7.56		
14	35.08	39	7.56		
15	31.64	40	7.56		
16	27.52	41	10.32		
17	26.83	42	10.32		
18	24.08	43	10.32		
19	24.08	44	10.32		
20	19.26	45	10.32		
21	19.26	46	10.32		
22	19.26	47	10.32		
23	19.26	48	7.56		
24	15.82	49	7.56		

Tabla B.16. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 16.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	12.38	50	3.44
1	0	26	11.69	51	3.44
2	0	27	11.69	52	3.44
3	22.70	28	11.69	53	3.44
4	39.21	29	9.63	54	3.44
5	45.40	30	8.25	55	3.44
6	48.16	31	7.56		
7	40.59	32	7.56		
8	35.77	33	7.56		
9	30.96	34	6.88		
10	26.83	35	6.88		
11	23.39	36	5.50		
12	19.26	37	5.50		
13	19.26	38	5.50		
14	19.26	39	5.50		
15	19.26	40	5.50		
16	16.51	41	5.50		
17	16.51	42	5.50		
18	15.13	43	5.50		
19	15.13	44	5.50		
20	15.13	45	5.50		
21	14.44	46	5.50		
22	12.38	47	4.12		
23	12.38	48	4.12		
24	12.38	49	3.44		

Tabla B.17. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 17.

Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	28.89	50	10.32
1	0	26	27.52	51	10.32
2	0	27	26.83	52	10.32
3	0	28	24.76	53	10.32
4	0	29	24.76	54	10.32
5	0	30	24.76	55	10.32
6	0	31	23.39	56	9.63
7	2.75	32	20.64	57	9.63
8	4.12	33	20.64	58	9.63
9	5.50	34	20.64	59	7.56
10	7.56	35	20.64	60	7.56
11	9.63	36	19.95	61	7.56
12	17.20	37	18.57	62	7.56
13	24.76	38	18.57	63	7.56
14	30.96	39	18.57	64	7.56
15	32.33	40	18.57	65	7.56
16	34.40	41	18.57	66	7.56
17	34.40	42	18.57	67	7.56
18	34.40	43	16.51	68	7.56
19	33.02	44	13.76	69	6.88
20	31.64	45	13.76	70	5.50
21	30.96	46	13.76	71	4.12
22	30.96	47	13.76	72	4.12
23	30.96	48	12.38	73	4.12
24	30.27	49	11.00	74	4.12

Tabla B.18. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 18.

Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	15.82	50	7.56
1	0	26	15.82	51	7.56
2	0	27	15.82	52	6.88
3	34.40	28	15.82	53	6.19
4	50.91	29	15.82	54	5.50
5	57.79	30	15.82	55	4.81
6	50.22	31	15.13	56	3.44
7	43.34	32	15.13	49	8.25
8	37.84	33	14.44	50	7.56
9	30.96	34	13.76	51	7.56
10	26.83	35	11.69	52	6.88
11	26.83	36	11.00	53	6.19
12	24.76	37	11.00	54	5.50
13	23.39	38	11.00	55	4.81
14	22.70	39	11.00	56	3.44
15	22.70	40	11.00	57	3.44
16	22.70	41	11.00	58	3.44
17	22.70	42	11.00	59	3.44
18	17.95	43	11.00	60	3.44
19	17.88	44	11.00	61	3.44
20	17.88	45	10.32	62	3.44
21	17.88	46	10.32		
22	17.88	47	8.94		
23	17.88	48	8.94		
24	15.82	49	8.25		

Tabla B.19. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 19.

Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	8.25
1	3.44	26	8.25
2	18.57	27	8.25
3	39.90	28	8.25
4	46.09	29	8.25
5	49.53	30	7.56
6	39.21	31	6.19
7	36.46	32	3.44
8	34.40	33	3.44
9	29.58	34	3.44
10	28.20	35	3.44
11	26.83	36	3.44
12	24.08	37	3.44
13	24.08	38	3.44
14	22.01	39	3.44
15	19.26	40	2.75
16	19.26	41	2.75
17	18.57	42	1.37
18	14.44	43	1.37
19	11.69	44	1.37
20	11.69	45	1.37
21	11.00		
22	11.00		
23	9.63		
24	8.25		

Tabla B.20. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 20.

Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	15.82	50	3.44
1	0	26	14.44	51	2.75
2	0	27	14.44	52	2.75
3	0	28	13.76	53	2.75
4	2.06	29	12.38	54	2.75
5	7.56	30	10.32	55	2.75
6	11.69	31	10.32		
7	15.13	32	10.32		
8	27.52	33	10.32		
9	30.27	34	10.32		
10	33.71	35	8.94		
11	35.77	36	6.88		
12	36.46	37	6.19		
13	32.33	38	6.19		
14	31.64	39	6.19		
15	30.96	40	6.19		
16	28.20	41	6.19		
17	27.52	42	6.19		
18	24.08	43	6.19		
19	22.70	44	6.19		
20	19.95	45	6.19		
21	19.95	46	6.19		
22	19.95	47	6.19		
23	17.20	48	5.50		
24	15.82	49	4.81		

Tabla B.21. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 12.

Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	24.76	50	11.00
1	0	26	24.08	51	11.00
2	0	27	22.70	52	11.00
3	0	28	22.01	53	11.00
4	0	29	19.26	54	11.00
5	0	30	17.88	55	11.00
6	0	31	17.88	56	11.00
7	0	32	17.88	57	11.00
8	0	33	17.88	58	11.00
9	1.37	34	16.51	59	11.00
10	4.12	35	15.13	60	11.00
11	7.56	36	14.44	61	11.00
12	11.00	37	14.44	62	11.00
13	12.38	38	14.44	63	8.25
14	19.26	39	14.44	64	6.19
15	25.45	40	13.07	65	6.19
16	28.89	41	12.38	66	6.19
17	33.02	42	11.00	67	6.19
18	34.40	43	11.00	68	6.19
19	33.02	44	11.00	69	6.19
20	30.27	45	11.00	70	6.19
21	28.89	46	11.00		
22	26.14	47	11.00		
23	25.45	48	11.00		
24	25.45	49	11.00		

Tabla B.22. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 22.

Tiempo T (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)	Tiempo t (min)	Concentración SDT(mg/L)
0	0	25	14.44	50	4.12
1	0	26	13.76	51	4.12
2	0	27	12.38	52	4.12
3	0	28	12.38	53	3.44
4	0	29	12.38	54	2.75
5	12.38	30	12.38	50	4.12
6	26.14	31	12.38	51	4.12
7	37.84	32	12.38	52	4.12
8	48.16	33	11.69	53	3.44
9	42.65	34	11.69	54	2.75
10	35.77	35	10.32	55	2.75
11	32.33	36	9.63	56	2.75
12	28.89	37	8.94	57	2.75
13	25.45	38	8.25	58	2.75
14	20.64	39	8.25	59	2.75
15	19.26	40	7.56	60	2.75
16	18.57	41	6.19		
17	17.88	42	5.50		
18	16.51	43	4.81		
19	15.82	44	4.81		
20	15.82	45	4.81		
21	15.13	46	4.81		
22	15.13	47	4.81		
23	15.13	48	4.81		
24	14.44	49	4.81		

Tabla B.23. Datos experimentales obtenidos mediante la utilización de sal como trazador para el caso 23.

ANEXO B-1

Muestras duplicadas de datos experimentales obtenidos mediante sal como trazador.

Caso 13

Caso 13

Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración
t(min)	SDT(mg/L)	T(min)	SDT(mg/l)	T(min)	SDT(mg/l)	T(min)	SDT(mg/l)
0	0	49	11.00	0	0	49	11.00
1	0	50	11.00	1	0	50	11.00
2	0	51	11.00	2	0	51	11.00
3	0	52	10.32	3	0	52	11.00
4	1.37	53	10.32	4	0	53	9.63
5	8.25	54	8.25	5	4.12	54	8.25
6	19.26	55	8.25	6	4.12	55	6.88
7	30.96	56	8.25	7	4.12	56	6.88
8	38.52	57	8.25	8	8.25	57	6.88
9	39.90	58	8.25	9	18.57	58	6.88
10	39.90	59	8.25	10	31.64	59	6.88
11	35.77	60	8.25	11	39.21	60	6.19
12	30.96	61	8.25	12	39.21		
13	28.20	62	8.25	13	41.28		
14	25.45	63	8.25	14	38.52		
15	23.39	64	8.25	15	37.15		
16	19.95	65	8.25	16	34.40		
17	19.95	66	6.88	17	30.96		
18	19.95	67	6.88	18	28.89		
19	19.95	68	6.88	19	26.14		
20	19.26	69	6.88	20	26.14		
21	19.26	70	6.88	21	26.14		
22	19.26	71	6.88	22	26.14		
23	19.26	72	6.19	23	23.39		
24	19.26			24	22.01		
25	19.26			25	21.32		
26	18.57			26	21.32		
27	18.57			27	21.32		
28	18.57			28	21.32		
29	18.57			29	21.32		
30	17.88			30	21.32		
31	15.82			31	21.32		
32	15.82			32	20.64		
33	15.82			33	17.20		
34	15.13			34	17.20		
35	15.13			35	17.20		
36	15.13			36	17.20		
37	15.13			37	17.20		
38	15.13			38	17.20		
39	15.13			39	16.51		
40	15.13			40	13.07		
41	14.44			41	13.07		
42	14.44			42	11.00		
43	14.44			43	11.00		
44	14.44			44	11.00		
45	13.07			45	11.00		
46	11.69			46	11.00		
47	11.00			47	11.00		
48	11.00			48	11.00		

Caso 14

Caso 14

Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración
t(min)	SDT(mg/l)	T(min)	SDT(mg/l)	T(min)	SDT(mg/l)	t(min)	SDT(mg/l)
0	0	49	4.12	0	0	49	4.12
1	0	50	3.44	1	0	50	4.12
2	2.75			2	0		
3	27.5			3	9.632		
4	39.21			4	17.2		
5	48.84			5	19.952		
6	48.16			6	24.08		
7	43.34			7	26.832		
8	33.71			8	30.272		
9	30.27			9	33.024		
10	26.14			10	34.4		
11	21.32			11	33.024		
12	21.32			12	30.272		
13	18.57			13	29.584		
14	18.57			14	25.456		
15	17.2			15	23.392		
16	15.13			16	23.392		
17	15.13			17	22.016		
18	15.13			18	22.264		
19	11.69			19	22.264		
20	11.69			20	17.888		
21	11.69			21	15.824		
22	11.00			22	15.824		
23	11.00			23	15.824		
24	11.00			24	14.448		
25	11.00			25	13.072		
26	9.63			26	13.072		
27	6.88			27	13.072		
28	6.19			28	13.072		
29	6.19			29	13.072		
30	6.19			30	9.632		
31	6.19			31	8.944		
32	6.19			32	8.944		
33	5.50			33	8.944		
34	8.25			34	8.944		
35	8.25			35	8.944		
36	8.25			36	8.944		
37	8.25			37	8.944		
38	8.25			38	8.944		
39	8.25			39	8.256		
40	8.25			40	6.88		
41	8.25			41	6.192		
42	7.56			42	6.192		
43	6.88			43	6.192		
44	6.19			44	6.192		
45	5.50			45	6.192		
46	4.81			46	6.192		
47	4.12			47	4.816		
48	4.12			48	4.81		

Caso 16

Caso 16

Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración
T(min)	SDT(mg/l)	T(min)	SDT(mg/l)	T(min)	SDT(mg/l)	t(min)	SDT(mg/l)
0	0	49	7.56	0	0		
1	0	50	6.88	1	0		
2	0			2	0		
3	2.75			3	0.688		
4	2.75			4	1.376		
5	3.44			5	1.376		
6	3.44			6	2.064		
7	5.50			7	2.752		
8	6.88			8	10.32		
9	20.64			9	28.208		
10	31.64			10	39.904		
11	35.77			11	39.904		
12	42.65			12	40.592		
13	37.84			13	39.216		
14	35.08			14	35.088		
15	31.64			15	31.648		
16	27.52			16	27.52		
17	26.83			17	23.392		
18	24.08			18	22.704		
19	24.08			19	21.328		
20	19.26			20	18.576		
21	19.26			21	18.576		
22	19.26			22	18.576		
23	19.26			23	17.2		
24	15.82			24	15.136		
25	15.82			25	14.448		
26	15.13			26	14.448		
27	15.13			27	13.072		
28	15.13			28	8.944		
29	13.07			29	8.944		
30	11.00			30	8.944		
31	11.00			31	8.944		
32	11.00			32	8.944		
33	11.00			33	6.88		
34	10.32			34	6.192		
35	10.32			35	6.192		
36	10.32			36	6.192		
37	8.94			37	6.192		
38	7.56			38	6.192		
39	7.56			39	4.816		
40	7.56			40	3.44		
41	10.32			41	2.752		
42	10.32						
43	10.32						
44	10.32						
45	10.32						
46	10.32						
47	10.32						
48	7.56						

Caso 22

Caso 22

Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración	Tiempo	Concentración
T(min)	SDT(mg/l)	T(min)	SDT(mg/l)	T(min)	SDT(mg/l)	t(min)	SDT(mg/l)
0	0	49	11.00	0	0		
1	0	50	11.00	1	0		
2	0	51	11.00	2	0		
3	0	52	11.00	3	0		
4	0	53	11.00	4	0		
5	0	54	11.00	5	0		
6	0	55	11.00	6	0		
7	0	56	11.00	7	0		
8	0	57	11.00	8	0		
9	1.37	58	11.00	9	1.376		
10	4.12	59	11.00	10	4.128		
11	7.56	60	11.00	11	7.568		
12	11.00	61	11.00	12	11.008		
13	12.38	62	11.00	13	12.384		
14	19.26	63	8.25	14	19.264		
15	25.45	64	6.19	15	25.456		
16	28.89			16	28.896		
17	33.02			17	33.024		
18	34.40			18	34.4		
19	33.02			19	34.8		
20	30.27			20	35.8		
21	28.89			21	34.9		
22	26.14			22	34.5		
23	25.45			23	30.456		
24	25.45			24	28.856		
25	24.76			25	26.768		
26	24.08			26	24.08		
27	22.70			27	22.704		
28	22.01			28	22.016		
29	19.26			29	19.264		
30	17.88			30	17.888		
31	17.88			31	17.888		
32	17.88			32	17.888		
33	17.88			33	17.888		
34	16.51			34	16.512		
35	15.13			35	15.136		
36	14.44			36	14.448		
37	14.44			37	14.448		
38	14.44			38	14.448		
39	14.44			39	14.448		
40	13.07			40	13.072		
41	12.38			41	12.384		
42	11.00			42	11.008		
43	11.00			43	11.008		
44	11.00			44	8.256		
45	11.00			45	6.192		
46	11.00						
47	11.00						
48	11.00						

ANEXO C

Predicciones del Modelo Simplificado de Rebhun y Argaman, utilizando curvas DTR obtenidas experimentalmente con sal como trazador.

Caso No. 1

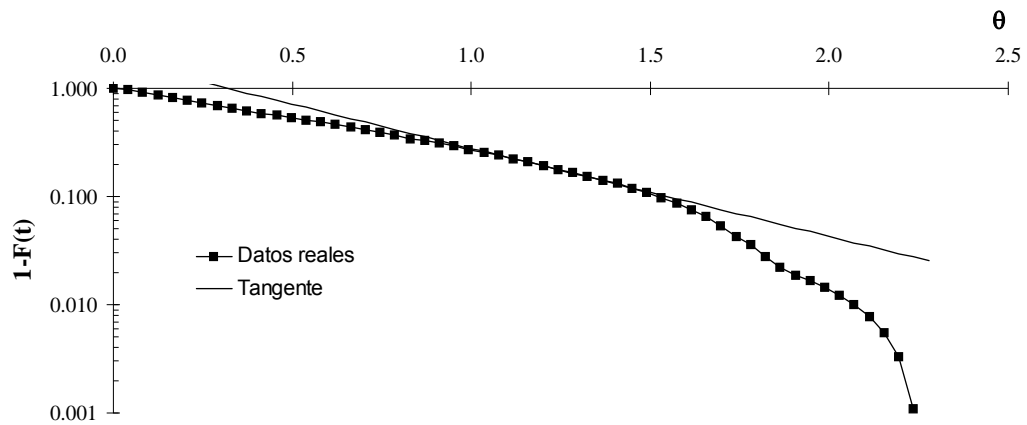


Figura C.1. Zonas muertas = 15% y flujo pistón = 37% (tiende más a mezcla completa)

Caso No. 2

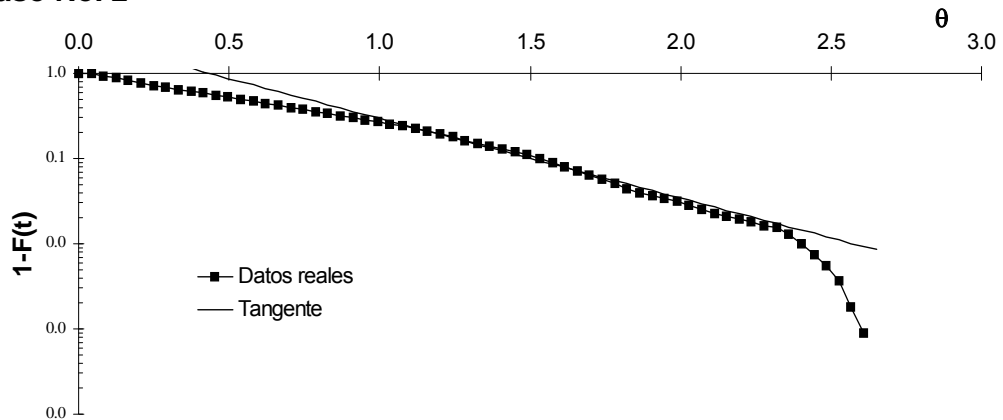


Figura C.2. Zonas muertas = 10% y flujo pistón = 48% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 3

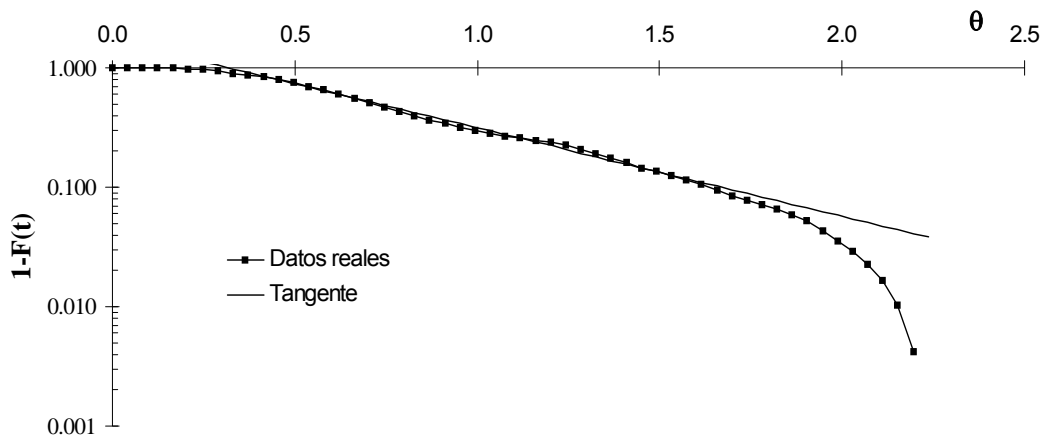


Figura C.3. Zonas muertas = 9% y flujo pistón = 35% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 4

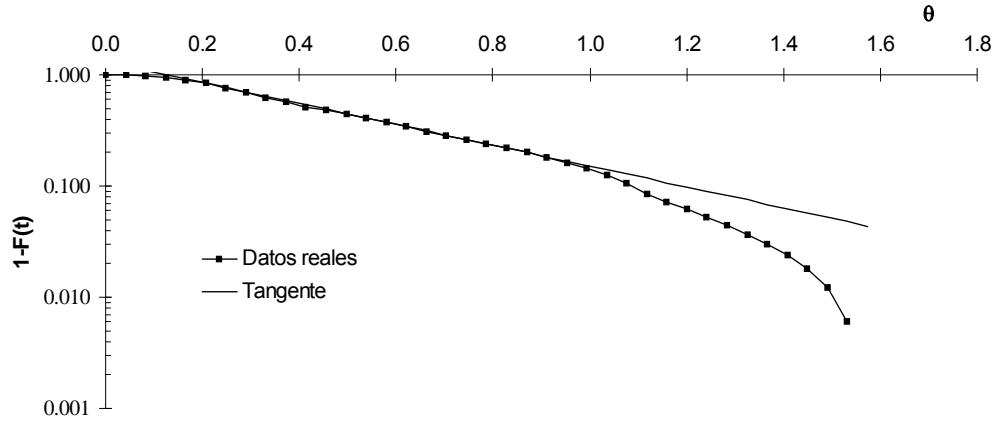


Figura C.4. Zonas muertas = 41% y flujo pistón = 21% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 5

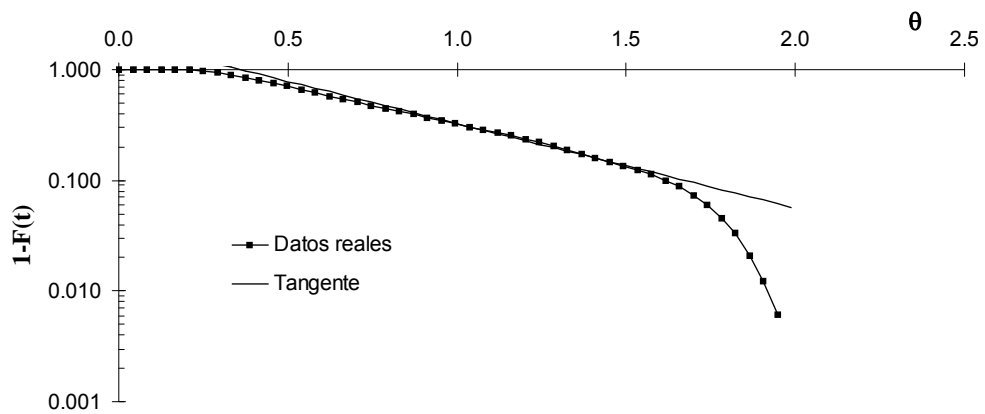


Figura C.5. Zonas muertas = 7% y flujo pistón = 39% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 6

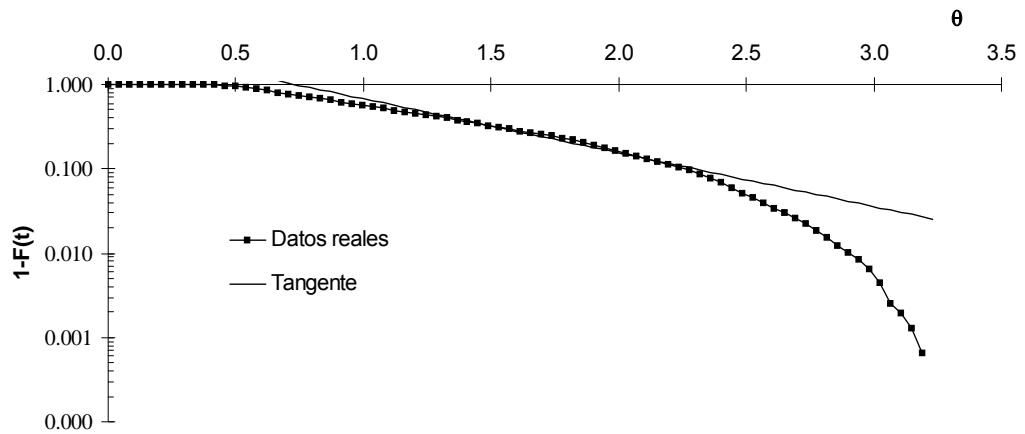


Figura C.6. Zonas muertas = 41% y flujo pistón = 52% (tiende a flujo pistón)

Caso No. 7

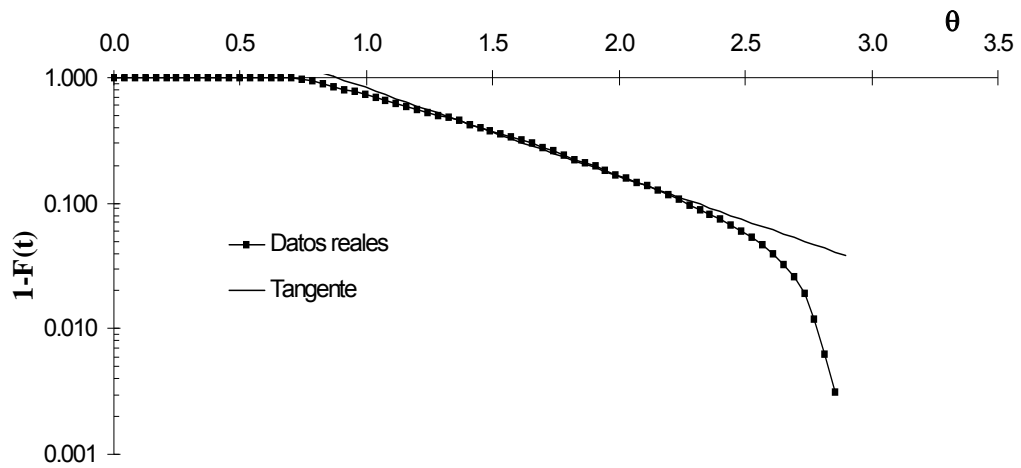


Figura C.7. Zonas muertas = 41% y flujo pistón = 52% (tiende a flujo pistón)

Caso No. 8

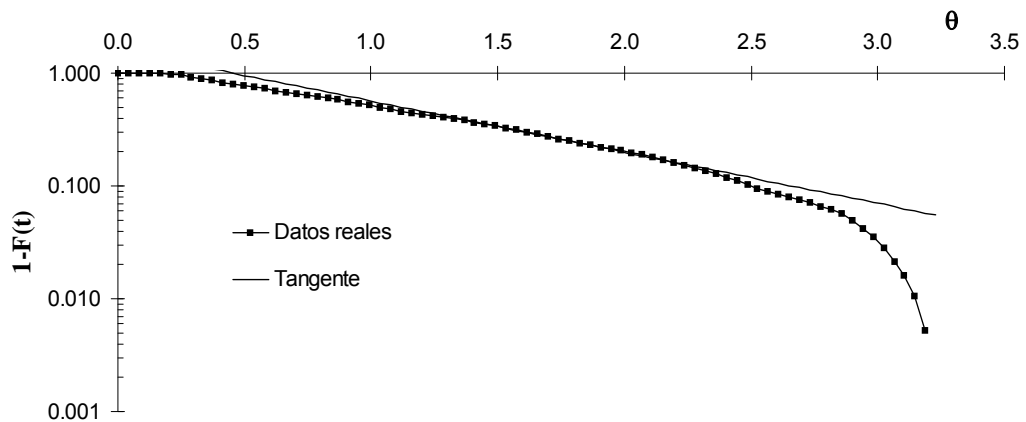


Figura C.8. Zonas muertas = 41% y flujo pistón = 32% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 9

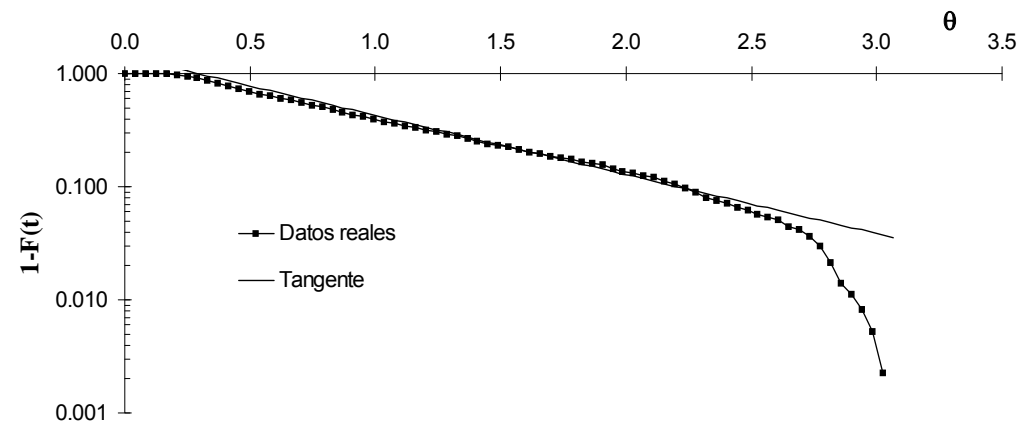


Figura C.9. Zonas muertas = 12% y flujo pistón = 26% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 10

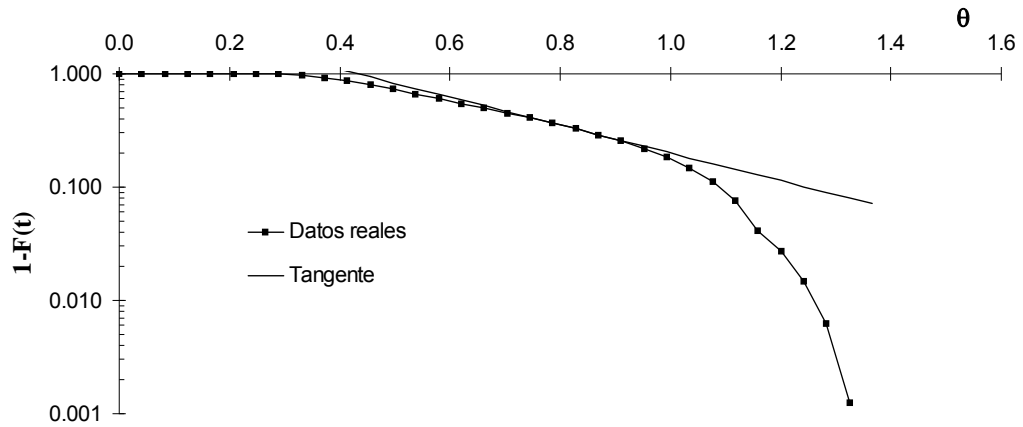


Figura C.10. Zonas muertas = 21% y flujo pistón = 55% (tiende a flujo pistón)

Caso No. 11

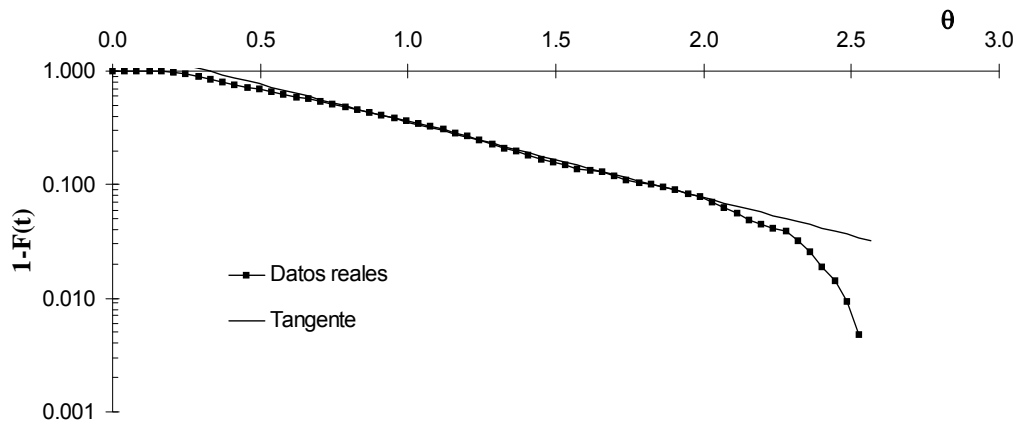


Figura C.11. Zonas muertas = 2% y flujo pistón = 33% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 12

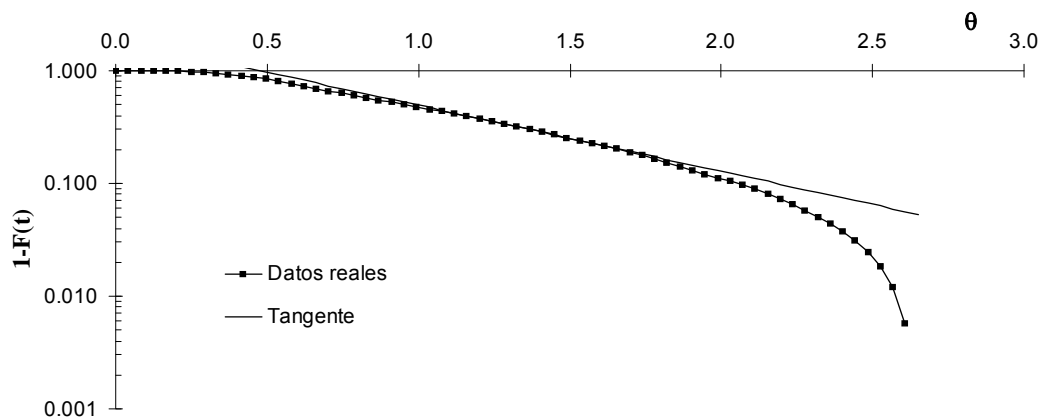


Figura C.12. Zonas muertas = 22% y flujo pistón = 39% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 13

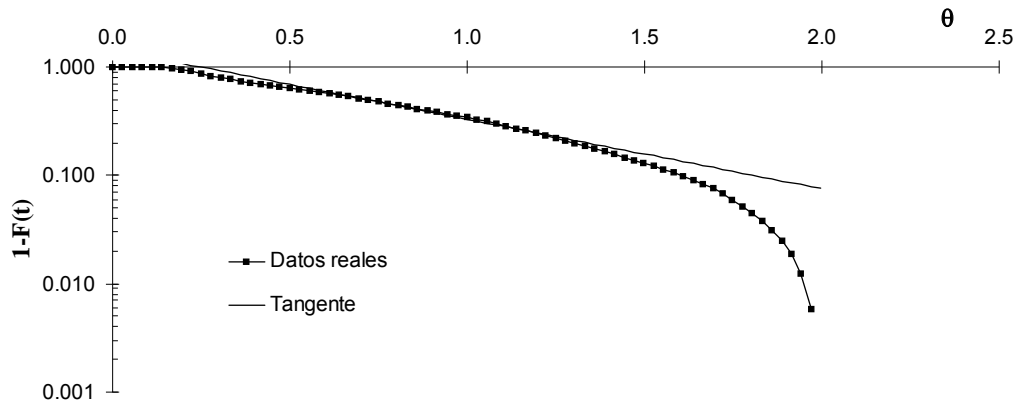


Figura C.13. Zonas muertas = 7% y flujo pistón = 27% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 14

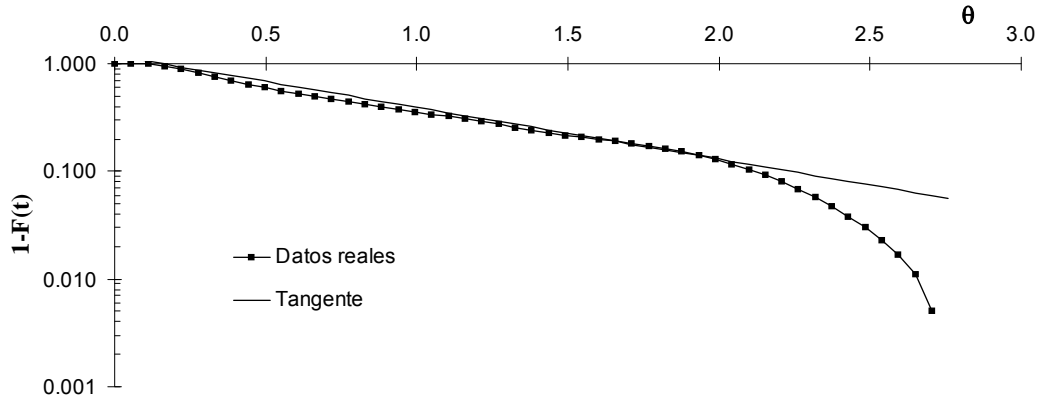


Figura C.14. Zonas muertas = 6% y flujo pistón = 15% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 15

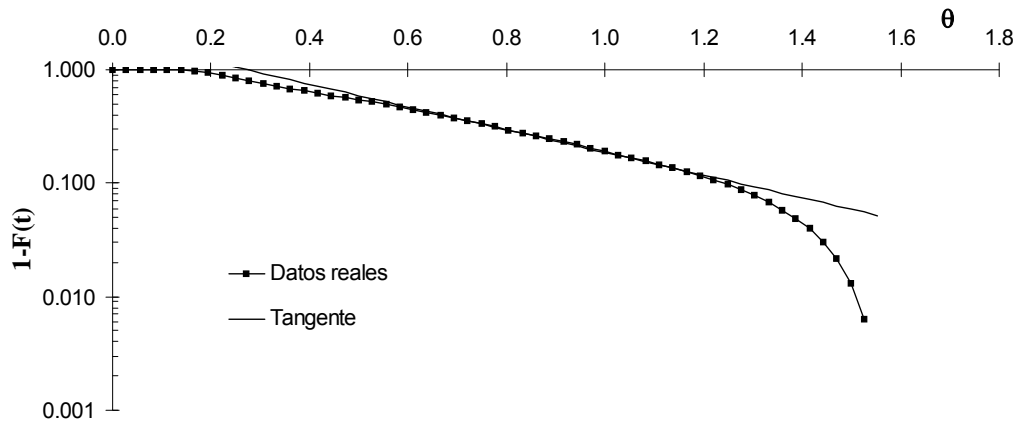


Figura C.15. Zonas muertas = 29% y flujo pistón = 39% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 16

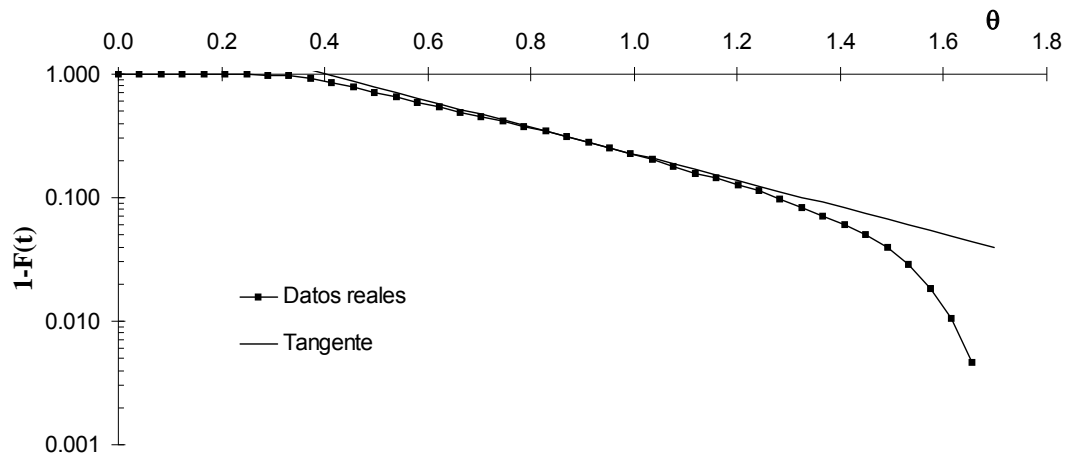


Figura C.16. Zonas muertas = 20% y flujo pistón = 50% (límite entre mezcla completa y flujo pistón)

Caso No. 17

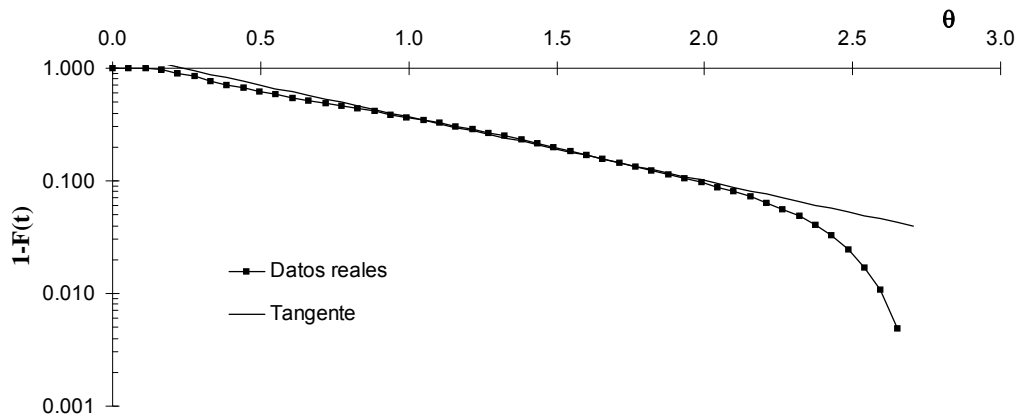


Figura C.17. Zonas muertas = 1% y flujo pistón = 24% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 18

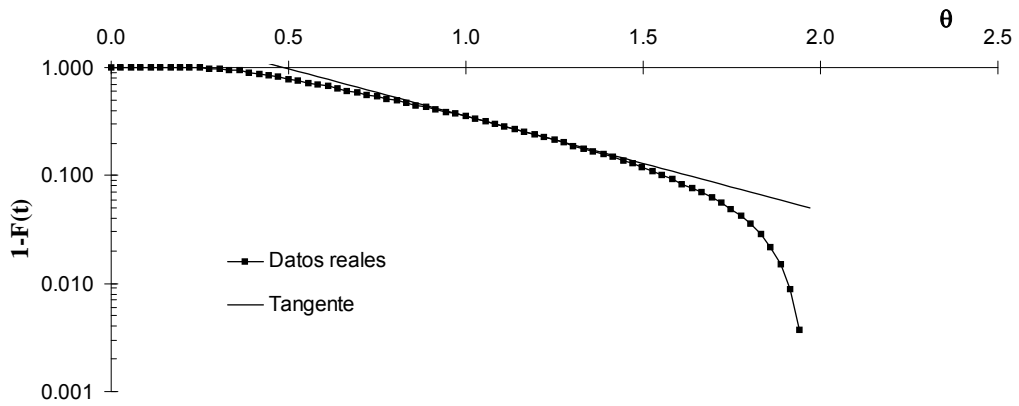


Figura C.18. Zonas muertas = 2% y flujo pistón = 50% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 19

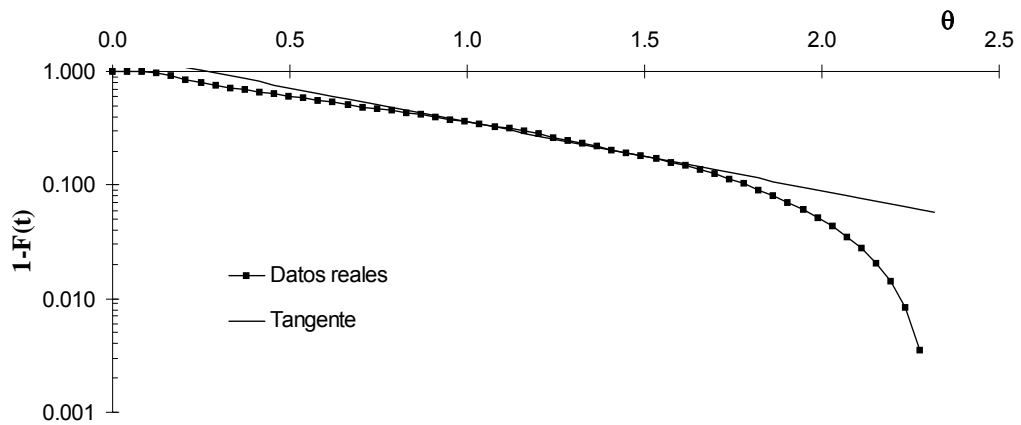


Figura C.19. Zonas muertas = 2% y flujo pistón = 27% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 20

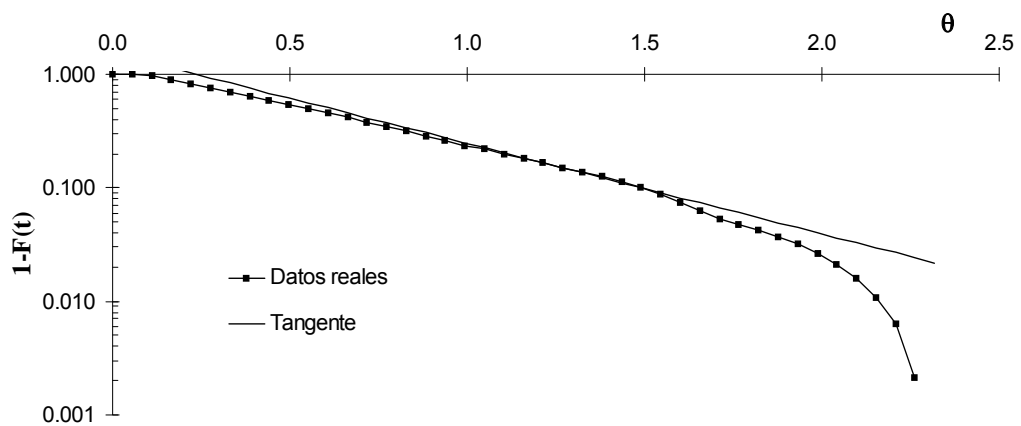


Figura C.20. Zonas muertas = 8% y flujo pistón = 46% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 21

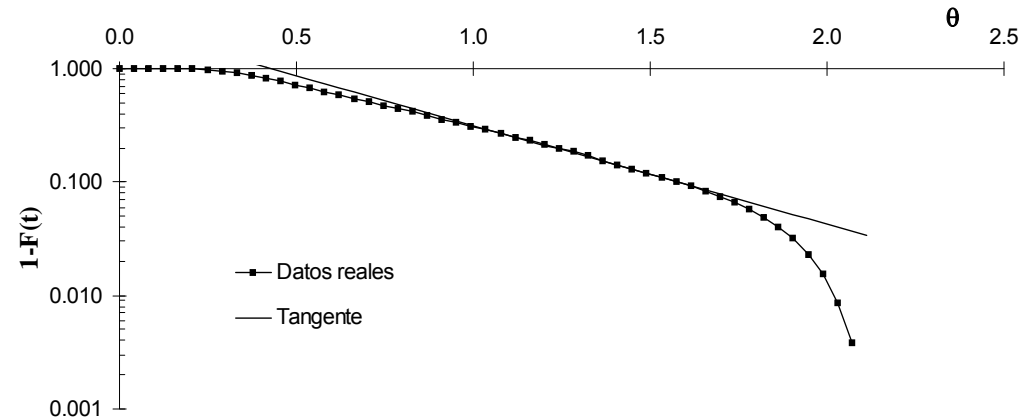


Figura C.21. Zonas muertas = 8% y flujo pistón = 46% (tiende a mezcla completa)

Caso No. 22

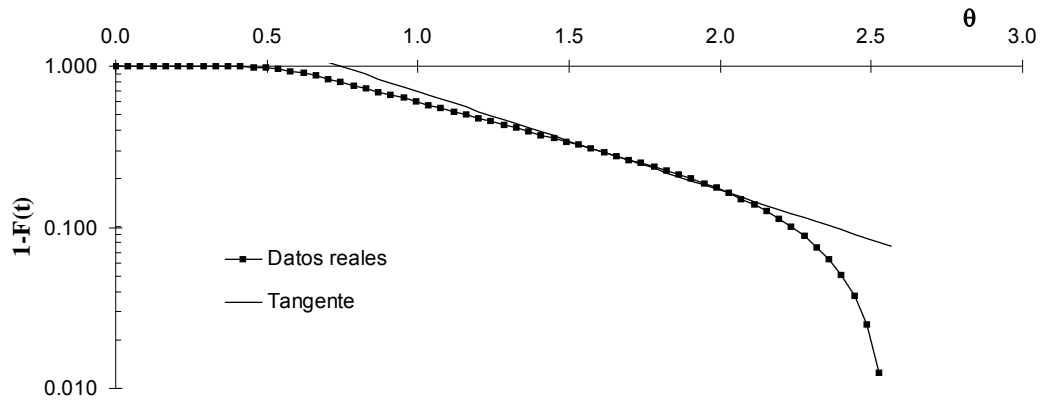


Figura C.22. Zonas muertas = -45% y flujo pistón = 51% (tiende a flujo pistón)

Caso No. 23

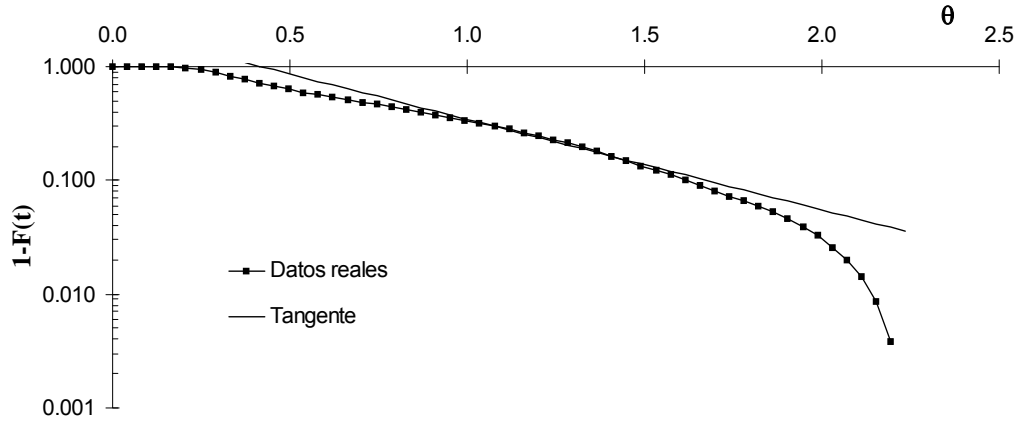


Figura C.23. Zonas muertas = 4% y flujo pistón = 43% (tiende a mezcla completa)

ANEXO D

Predicciones del Modelo Varios Reactores en Serie con Cortocircuitos y Zonas Muertas; VRS_cc_zm, utilizando curvas DTR obtenidas experimentalmente con sal como trazador.

Caso No. 1

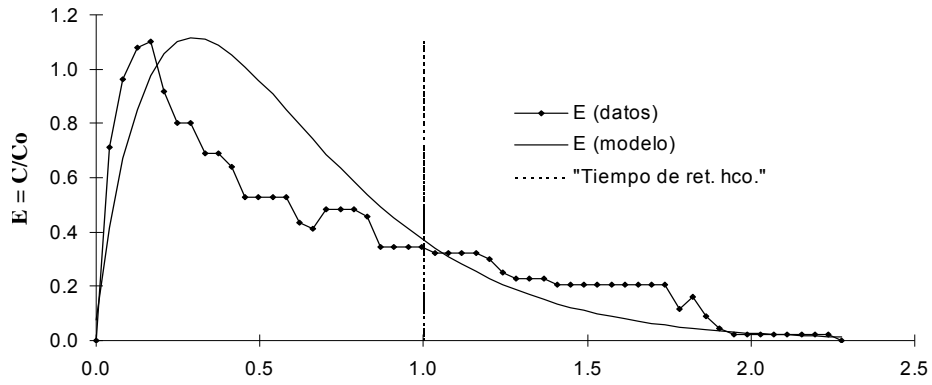


Figura D.1. $N = 2$ (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 42%, Cortocircuitos = 8%; con $\varepsilon = 0.027$.

Caso No. 2

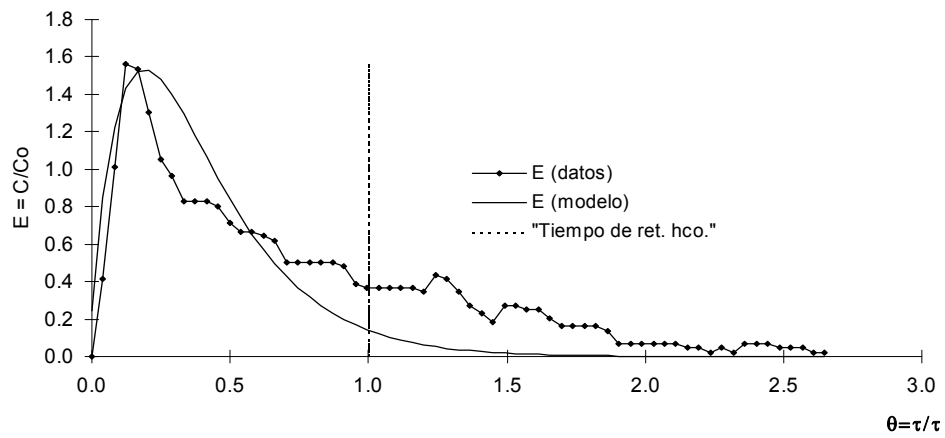


Figura D.2. $N = 2$ (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 64%, Cortocircuitos = 11%; con $\varepsilon = 0.025$

Caso No. 3

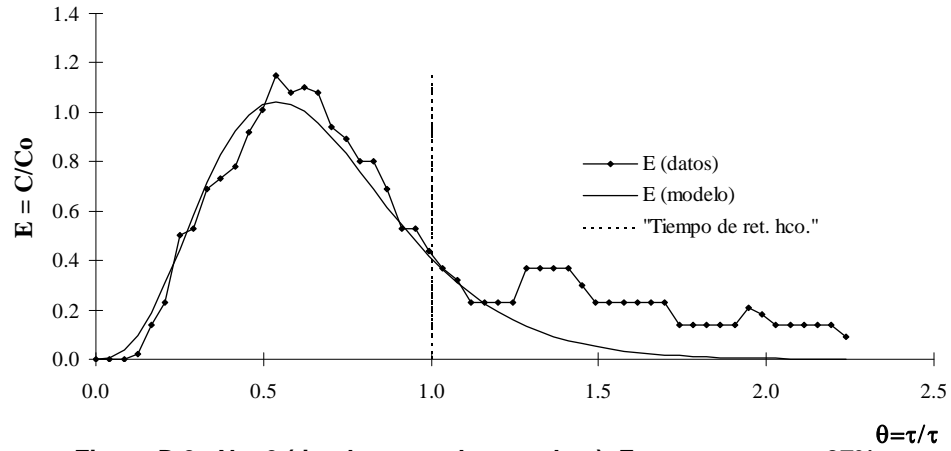


Figura D.3. $N = 6$ (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 37%, Cortocircuitos = 16%; con $\varepsilon = 0.018$

Caso No. 4

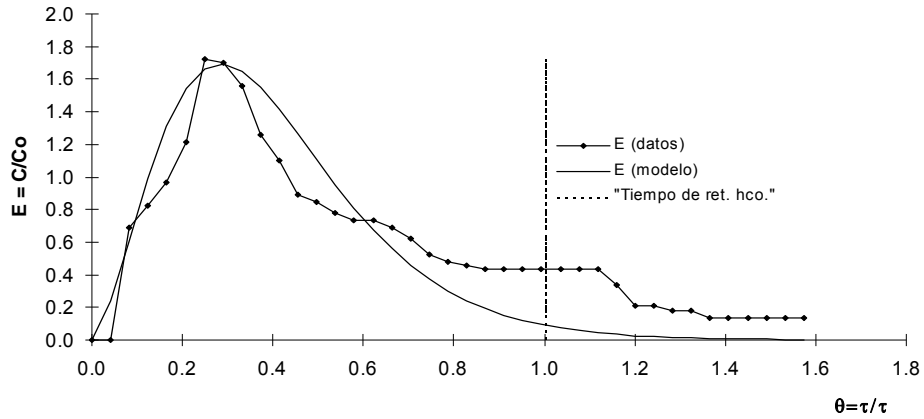


Figura D.4. N = 4 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 62%, Cortocircuitos = 17%; con $\varepsilon = 0.037$

Caso No. 5

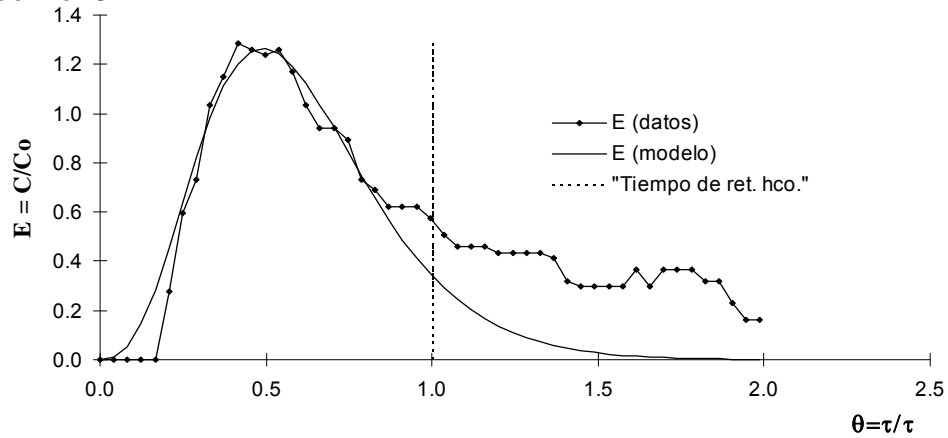


Figura D.5. N = 6 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 42%, Cortocircuitos = 15%; con $\varepsilon = 0.032$

Caso No. 6

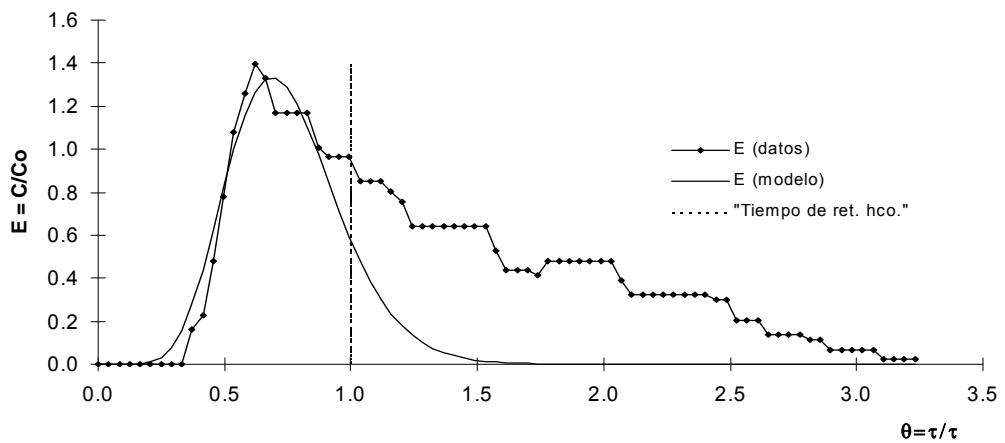


Figura D.6. N = 13 (Tiende a flujo pistón), Zonas muertas = 27%, Cortocircuitos = 9%; con $\varepsilon = 0.037$

Caso No. 7

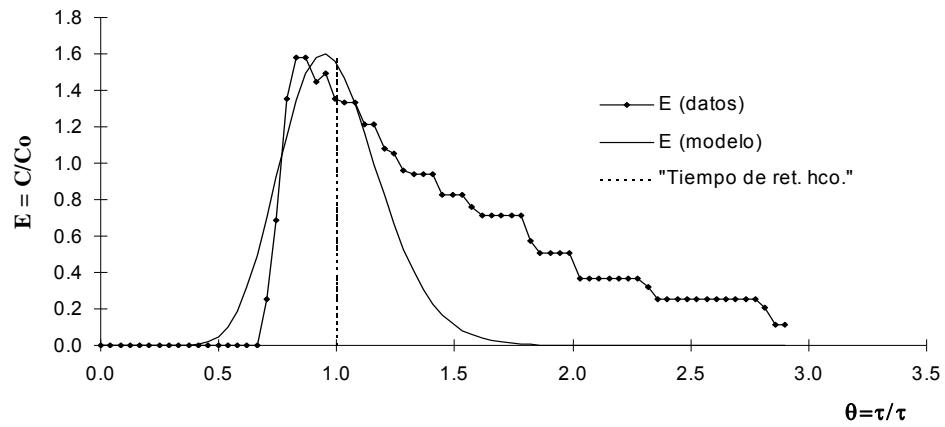


Figura D.7. N = 24 (tiende a flujo pistón), Zonas muertas = 2%, Cortocircuitos = 5%; con $\varepsilon = 0.045$

Caso No. 8

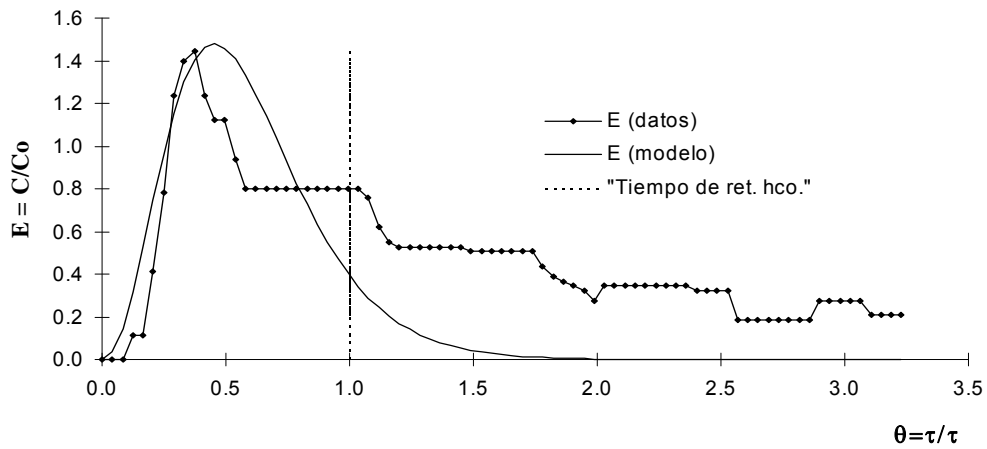


Figura D.8. N = 5 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 42%, Cortocircuitos = 12%; con $\varepsilon = 0.037$

Caso No. 9

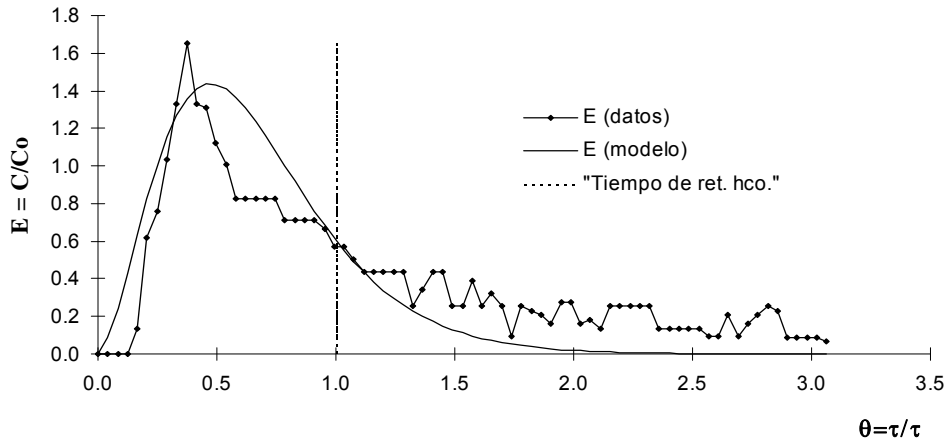


Figura D.9. N = 4 (tiende mezcla completa), Zonas muertas = 32%, Cortocircuitos = 8%; con $\varepsilon = 0.025$

Caso No. 10

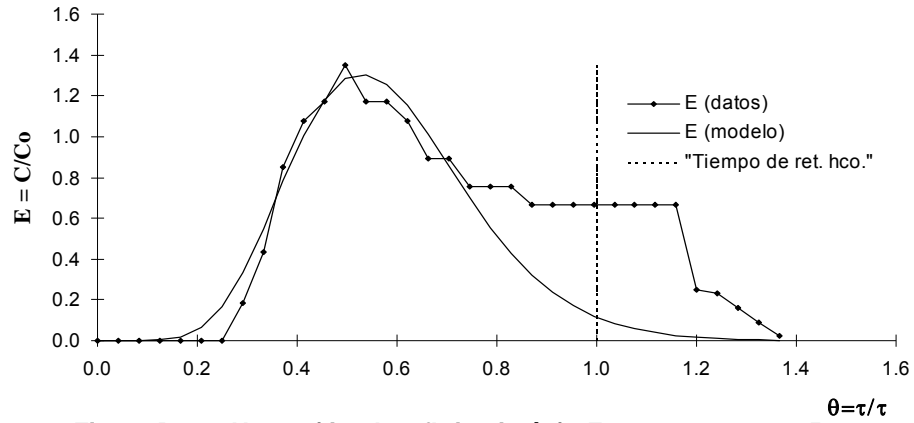


Figura D.10. N = 12 (tiende a flujo pistón), Zonas muertas = 45%, Cortocircuitos = 12%; con $\varepsilon = 0.050$

Caso No. 11

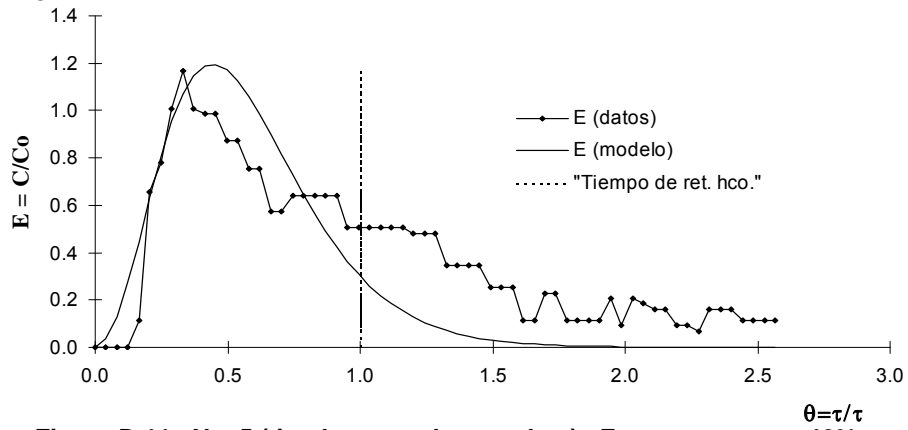


Figura D.11. N = 5 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 46%, Cortocircuitos = 17%; con $\varepsilon = 0.027$

Caso No. 12

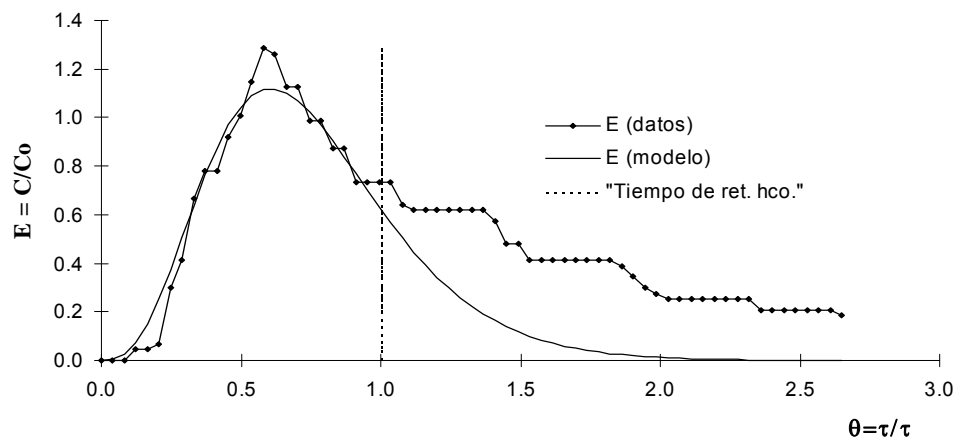


Figura D.12. N = 6 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 27%, Cortocircuitos = 13%; con $\varepsilon = 0.029$

Caso No. 13

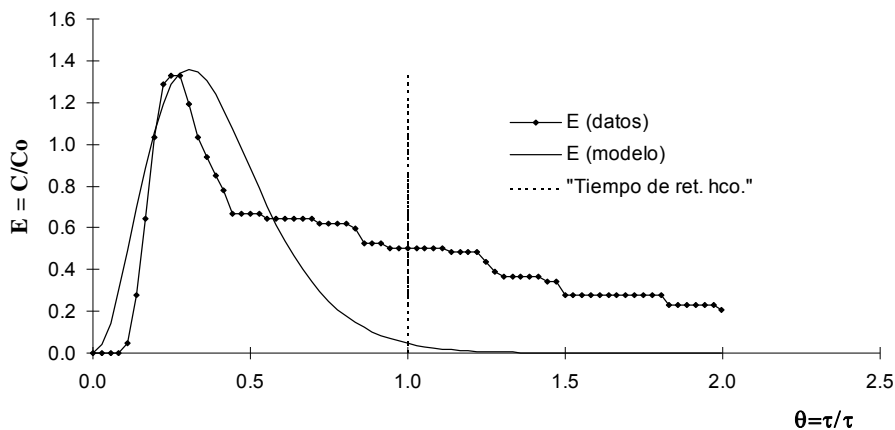


Figura D.13. N = 5 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 64%, Cortocircuitos = 21%; con $\epsilon = 0.039$

Caso No. 14

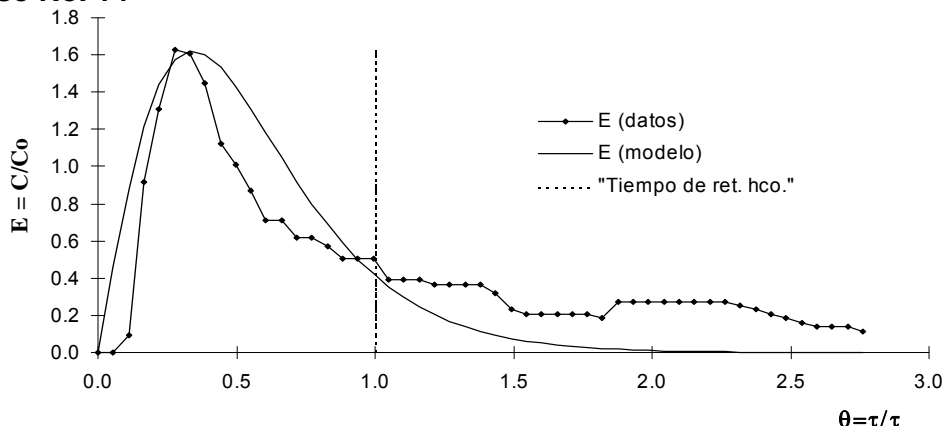


Figura D.14. N = 3 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 43%, Cortocircuitos = 5%; con $\epsilon = 0.036$

Caso No. 15

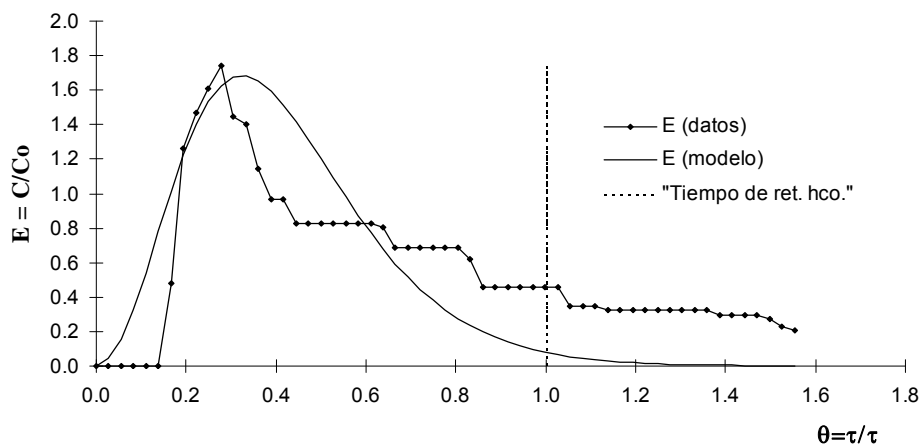


Figura D.15. N = 5 (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 60%, Cortocircuitos = 16%; con $\epsilon = 0.045$

Caso No. 16

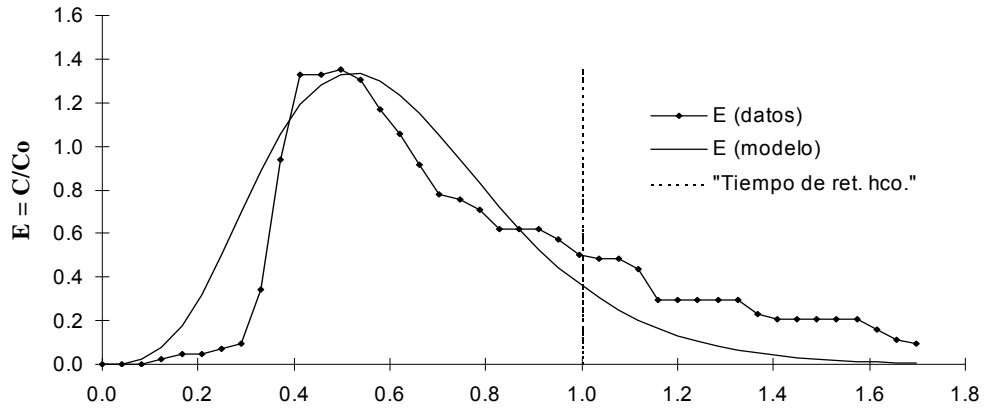


Figura D.16. $N = 7$ (limite entre mezcla completa y flujo pistón), Zonas muertas = 40%, Cortocircuitos = 13%; con $\varepsilon = 0.033$

Caso No. 17

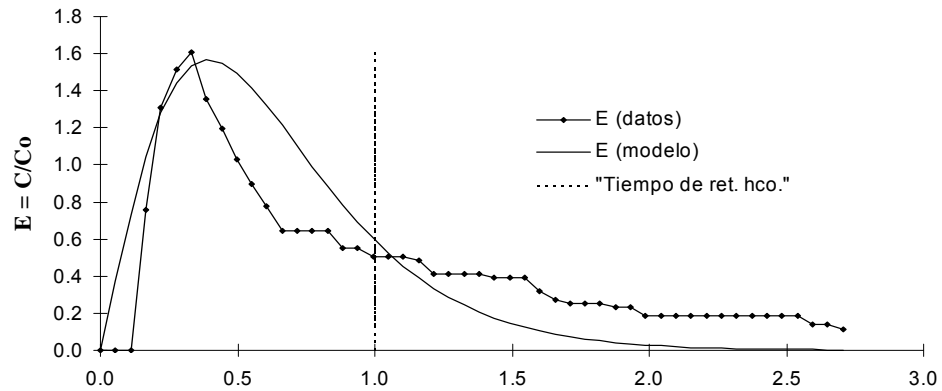


Figura D.17. $N = 3$ (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 32%, Cortocircuitos = 1%; con $\varepsilon = 0.038$

Caso No. 18

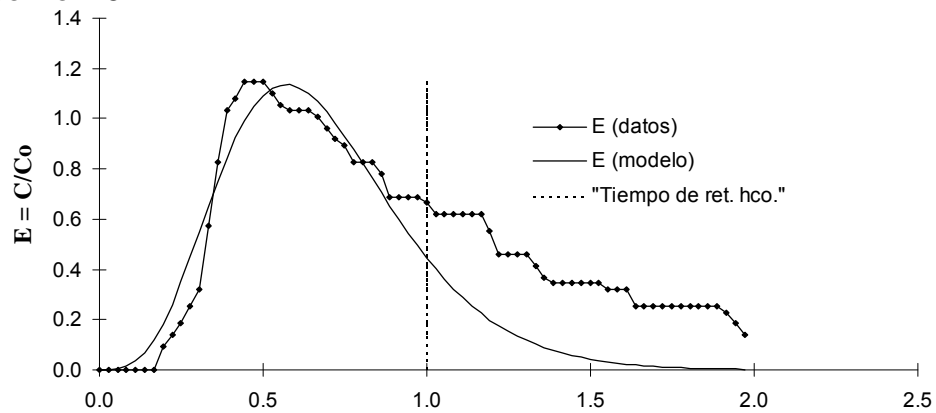


Figura D.18. $N = 7$ (en la frontera con flujo pistón), Zonas muertas = 35%, Cortocircuitos = 14%; con $\varepsilon = 0.025$

Caso No. 19

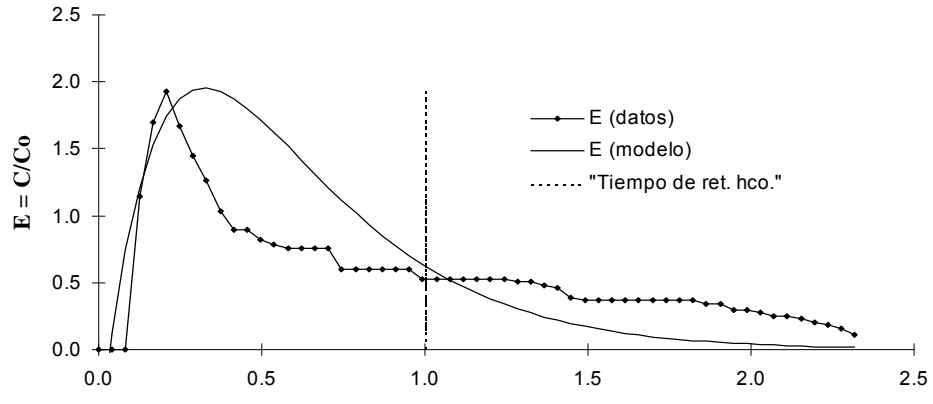


Figura D.19. $N = 2$ (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 24%, Cortocircuitos = 32%; con $\varepsilon = 0.056$

Caso No. 20

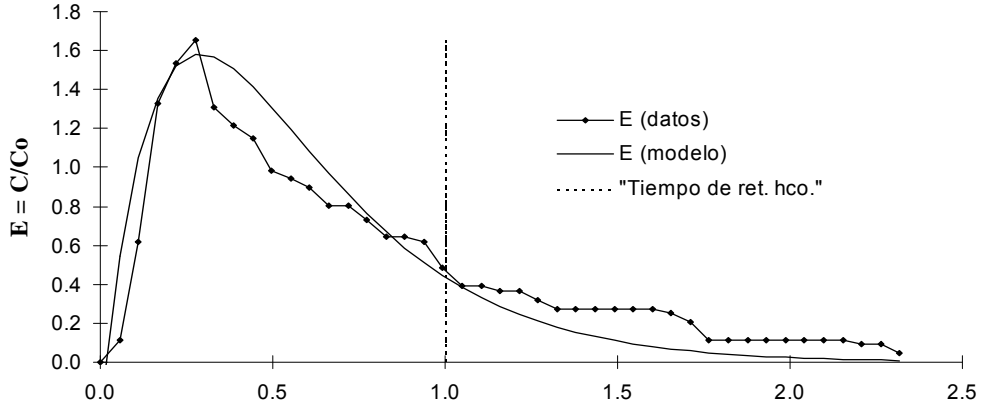


Figura D.20. $N = 2$ (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 38%, Cortocircuitos = -12%; con $\varepsilon = 0.026$

Caso No. 21

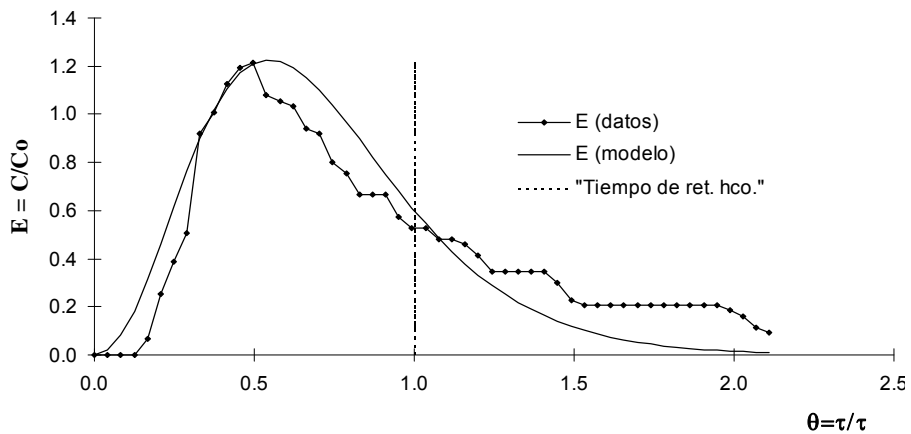


Figura D.21. $N = 5$ (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 30%, Cortocircuitos = 12%; con $\varepsilon = 0.021$

Caso No. 22

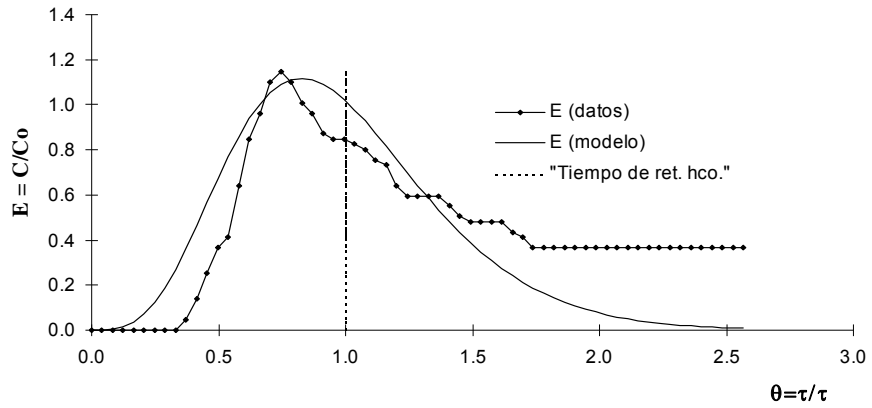


Figura D.22. $N = 7$ (tiende a flujo pistón), Zonas muertas = 1%, Cortocircuitos = 9%; con $\varepsilon = 0.029$

Caso No. 23

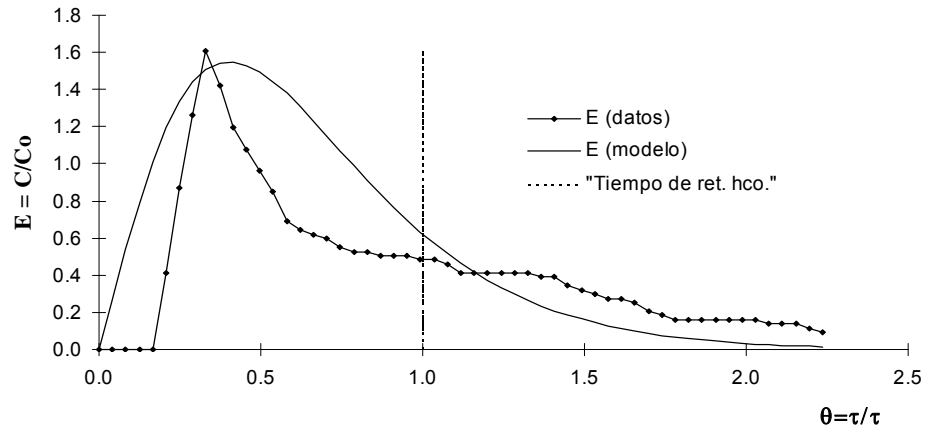


Figura D.23. $N = 3$ (tiende a mezcla completa), Zonas muertas = 30%, Cortocircuitos = 1%; con $\varepsilon = 0.048$

ANEXO E

Desarrollo de los modelos matemáticos

ANEXO E1

Desarrollo matemático para la obtención de la DTR normalizada para una unidad perfectamente mezclada.

La expresión III.18 es una ecuación diferencial lineal de primer orden, y puede resolverse mediante la transformada de Laplace. Por lo tanto, la transformada de Laplace ($L[\]$) para la función y su derivada son [63]:

$$F(s) = \int_0^{\infty} Ce^{-st} dt \quad (III.18.1)$$

$$L[C'] = sL[C] - C(0)$$

Donde:

C' indica la derivada

s es una constante

Transformando la ecuación III.18, se tiene:

$$sL[C] - C(0) + \frac{1}{\tau}L[C] = \frac{1}{\tau}L[C_i] \quad (III.18.2)$$

La condición inicial es:

$$C(0) = 0 \quad (III.18.3)$$

Sustituyendo la ecuación III.18.3 en la III.18.2 da:

$$sL[C] + \frac{1}{\tau}L[C] = \frac{1}{\tau}L[C_i] \quad (III.18.4)$$

Resolviendo la ecuación III.18.4 para $L[C]$:

$$L[C] = \frac{\frac{1}{\tau}L[C_i]}{s + \frac{1}{\tau}} \quad (III.18.5)$$

La transformada inversa de la ecuación III.18.5 da $C(t)$:

$$C(t) = L^{-1} \left[\frac{\frac{1}{\tau}L[C_i]}{s + \frac{1}{\tau}} \right] \quad (III.18.6)$$

Antes de resolver la ecuación III.18.6, se deberá conocer primero C_i . El .agregar el trazador como impulso en un tiempo t_1 , se puede modelar como la función delta de Dirac (δ), ecuación III.18.7.

$$\delta(t-t_1) = \begin{cases} \infty, t = t_1 \\ 0, t \neq t_1 \end{cases} \quad (\text{III.18.7})$$

Y tomando en cuenta esta función, se puede conocer C_1 mediante el siguiente desarrollo. En un tiempo de t_1^- a t_1^+ la concentración en la unidad varía de 0 a C_o , por lo tanto:

$$Q \int_{t_1^-}^{t_1^+} C_1(t) dt = \int_{t_1^-}^{t_1^+} \frac{d[VC(t)]}{dt} dt = VC(t_1^+) - VC(t_1^-) \quad (\text{III.18.8})$$

Donde V y Q son constantes, por lo tanto tomando en cuenta la ecuación III.16 y simplificando la ecuación III.18.8, queda:

$$\int_{t_1^-}^{t_1^+} C_1(t) dt = \tau [C(t_1^+) - C(t_1^-)] \quad (\text{III.18.9})$$

Diferenciando cada lado de la ecuación III.18.9, se tiene:

$$C_1(t) = \frac{\tau [C(t_1^+) - C(t_1^-)]}{dt} = \tau \frac{C(t_1^+) - C(t_1^-)}{t_1^+ - t_1^-} = \tau \frac{dC}{dt} \quad (\text{III.18.10})$$

Sustituyendo para las concentraciones en los tiempos t_1^- y t_1^+ se tiene el resultado en la expresión siguiente para la derivada:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{C_o - 0}{t_1^+ - t_1^-} = \frac{C_o}{t_1^+ - t_1^-} \quad (\text{III.18.11})$$

La función delta de Dirac, se define como (Himmelblau, 1992):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t_1^+ - t_1^-) dt = \int_{t_1^-}^{t_1^+} \delta(t_1^+ - t_1^-) dt = 1 \quad (\text{III.18.12})$$

o también como:

$$\delta(t-t_1) = \frac{1}{t_1^+ - t_1^-} \quad (\text{III.18.13})$$

La delta de Dirac es una función ideal, con forma de una línea recta vertical sin ancho, con una altura infinita, y un área de 1 [12]. Utilizando estas definiciones e inyectando el trazador en un tiempo $t_1 = 0$, se tiene lo siguiente:

$$\frac{dC}{dt} = C_o \delta(t) \quad (\text{III.18.14})$$

y

$$C_1(t) = \tau C_o \delta(t) \quad (\text{III.18.15})$$

La transformada de Laplace de $\delta(t - t_1)$ es [63]:

$$L[\delta(t - t_1)] = e^{-st_1} \quad (\text{III.18.16})$$

Y la transformada de Laplace para $C_1(t)$ es:

$$L[\tau C_o \delta(t)] = \tau C_o \quad (\text{III.18.17})$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación III.18.6, se tiene:

$$C(t) = L^{-1} \left[\frac{C_o}{s + \frac{1}{\tau}} \right] \quad (\text{III.18.18})$$

y

$$C(t) = C_o e^{-t/\tau} \quad (\text{III.18.19})$$

Reordenando la ecuación III.18.19, se tiene:

$$\frac{C(t)}{C_o} = e^{-t/\tau} \quad (\text{III.18.20})$$

La expresión general de C/C_o al normalizarse queda de la siguiente manera (Fogler, 1999):

$$\frac{C}{C_o} = E(t) \quad (\text{III.18.21})$$

En forma frecuente una DTR normalizada es utilizada en lugar de la función $E(t)$, si el flujo es constante, entonces t/τ puede normalizarse (θ) de tal forma que la ecuación del modelo resultante $E(\theta)$ tenga una forma adimensional [40], por lo tanto:

$$\frac{t}{\tau} = \theta \quad (\text{III.18.22})$$

Tomando en cuenta las ecuaciones III.39 y III.40 con respecto la ecuación III.38, se tiene la DTR normalizada en una unidad completamente mezclada:

$$\boxed{E(\theta) = e^{-\theta}} \quad (\text{III.19})$$

ANEXO E2

Complemento del desarrollo matemático para la obtención de la expresión de una unidad con comportamiento de flujo pistón.

$$-v \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (\text{III.25})$$

Donde

z es la distancia a lo largo del reactor.

$C = C(z;t)$

Transformando la ecuación III.25 para el dominio del tiempo [63]:

$$L[C(z,t)] = \int_0^{\infty} C(z,t) e^{-st} dt = Y(z,s) \quad (\text{III.25.1})$$

donde:

Y es la transformada de la concentración

Si el trazador se agrega al fluido de entrada justo antes de entrar a la unidad en un tiempo $t = t_1$, la condición inicial es:

$$C(z,t) = 0 \quad \text{en } t = 0 \quad (\text{III.25.2})$$

Sea $C'(z,t)$ la derivada de C con respecto a t , se tiene:

$$L[C'(z,t)] = sY - C(z,0) = sY \quad (\text{III.25.3})$$

Sustituyendo la ecuación III.25.3 en la ecuación III.25:

$$sY = -v \frac{dY}{dz} \quad (\text{III.25.4})$$

Debido a que Y es la transformada con respecto a t , la derivada con respecto a z no es afectada. La expresión III.51 es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden, y se resuelve de la siguiente manera:

$$\frac{dY}{Y} = -\frac{s}{v} dz \quad (\text{III.25.5})$$

$$Y = K_1 e^{-\frac{s}{v}z}$$

Válida para $v = \text{cte}$.

Para encontrar K_1 , la condición inicial debe ser transformada debido a que la ecuación diferencial ha sido transformada. Por lo tanto la condición inicial es:

$$C(z,t) = C_0 \delta(t-t_1) \quad \text{en } z = 0 \quad (\text{III.26})$$

ANEXO E3

**Complemento del desarrollo matemático para la obtención de la
expresión del Modelo de Varios Reactores en Serie**

Partiendo de la ecuación III.33:

$$L[C] = \frac{\frac{1}{\tau_i} L[C_i]}{s + \frac{1}{\tau_i}} = \frac{L[C_i]}{s\tau_i + 1} \quad (\text{III.33})$$

Sustituyendo la ecuación III.32 en la III.33, y tomando en cuenta que $L[C_i]$ es la señal de salida, se reordena y se obtiene la función de transferencia para una sola unidad

$$L[C] = \frac{L[C_i]}{s\frac{\tau}{N} + 1} \quad (\text{III.33.1})$$

Tomando en cuenta que $L[C_i]$ es la señal de salida, se reordena y queda:

$$\frac{L[C]}{L[C_i]} = \frac{1}{s\frac{\tau}{N} + 1} = F(s) \quad (\text{III.33.2})$$

Considerando N reactores en serie en la función de un solo reactor, se llega a la función de transferencia global del modelo:

$$\frac{L[C]}{L[C_i]} = \left[\frac{1}{s\frac{\tau}{N} + 1} \right]^N \quad (\text{III.33.3})$$

Reordenando la ecuación III.33.3, para asemejarla transformada de Laplace especiales encontradas en tablas, se tiene:

$$\frac{L[C]}{L[C_i]} = \left[\frac{1}{s\frac{\tau}{N} + 1} \right]^N = \left[\frac{N}{s\tau + N} \right]^N = \frac{N^N}{\left[(s\tau + N)\frac{\tau}{\tau} \right]^N} = \frac{N^N}{\left[\frac{s\tau^2 + N\tau}{\tau} \right]^N} = \frac{N^N}{\tau^N \left[s - \left(-\frac{N}{\tau} \right) \right]^N} \quad (\text{III.33.4})$$

Para obtener la función de este modelo se utilizará la transformada inversa de Laplace [63]. Y se sustituirá el valor de $L[C_i]$ en la expresión III.18.17, así como la normalización utilizada en la ecuación III.18.21 (ambas del Anexo E19, se tiene lo siguiente:

$$E(t) = L^{-1}F(s) = \left[\frac{N}{\tau} \right]^N L^{-1} \left[\frac{1}{\left[s - \left(-\frac{N}{\tau} \right) \right]^N} \right] = \frac{N^N t^{N-1} e^{(-Nt/\tau)}}{\tau^N (N-1)!} = \frac{N^N t^N e^{(-Nt/\tau)}}{\tau^N t (N-1)!} \quad (\text{III.33.5})$$

Sustituyendo la ecuación III.18.22 (del anexo E1) en la ecuación III.33.5 y reordenando se tiene:

$$E(\theta) = \frac{\tau N^N \theta^N e^{(-N\theta)}}{\tau t (N-1)!} \quad (\text{III.33.6})$$

Por lo tanto el Modelo de varios reactores en serie es:

$$\boxed{E(\theta) = \frac{N^N \theta^{N-1} e^{-N\theta}}{\tau (N-1)!}} \quad (\text{III.34})$$

El modelo de la ecuación III.67, coincide con los reportados en la literatura especializada [11, 12, 16, 24, 49].

ANEXO E4

Complemento del desarrollo matemático para la obtención de la expresión del Modelo de Varios Reactores en Serie con cortocircuitos, zonas muertas y recirculación.

La transformada de la función III.65, considerando su normalización con respecto a la concentración mediante la ecuación III.18.21 (Anexo E3), y la sumatoria del número de etapas de recirculación, queda de la siguiente manera:

$$E(t) = L^{-1}F(s) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \sum_{i=1}^{jN} \frac{(jN)! e^{\left[\frac{-nN(1+R)}{M\tau}\right]t} \left[\left\langle \frac{nN(1+R)}{(1-n)M\tau} \right\rangle - \left\langle \frac{nN(1+R)}{M\tau} \right\rangle \right]^i t^{i-1} (1-n)^{jN}}{(jN-i)! i! (i-1)!} \quad (III.66)$$

Reordenando términos:

$$E(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \sum_{i=1}^{jN} \frac{(jN)! e^{\frac{-nN(1+R)t}{M\tau}} \left[\frac{\langle nN(1+R) \rangle - \langle (1-n)[nN(1+R)] \rangle}{M\tau(1-n)} \right]^i t^{i-1} (1-n)^{jN}}{(jN-i)! i! (i-1)!} \quad (III.66.1)$$

Simplificación de la ecuación III.66.1 (pasos de la ecuación III.66.2 a la III.66.7):

$$E(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \sum_{i=1}^{jN} \frac{(jN)! e^{\frac{-nN(1+R)t}{M\tau}} \left[\langle nN(1+R) \rangle - \langle (1-n)[nN(1+R)] \rangle \right]^i t^{i-1} (1-n)^{jN}}{(M\tau)^i (1-n)^i (jN-i)! i! (i-1)!} \quad (III.66.2)$$

$$E(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \sum_{i=1}^{jN} \frac{(jN)! e^{\frac{-nN(1+R)t}{M\tau}} \left[nN + nNR - nN - nNR + n^2N + n^2NR \right]^i t^{i-1} (1-n)^{jN-i}}{(M\tau)^i (jN-i)! i! (i-1)!} \quad (III.66.3)$$

$$E(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \sum_{i=1}^{jN} \frac{(jN)! e^{\frac{-nN(1+R)t}{M\tau}} \left[n^2N(1+R) \right]^i t^{i-1} (1-n)^{jN-i}}{(M\tau)^i (jN-i)! i! (i-1)!} \quad (III.66.4)$$

$$E(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \sum_{i=1}^{jN} \frac{(jN)! e^{\frac{-nN(1+R)t}{M\tau}} \frac{n^{2i} N^i (1+R)^i t^{i-1} (1-n)^{jN-i}}{(M\tau)^i} \frac{\tau N n M}{\tau N n M}}{(jN-i)! i! (i-1)!} \quad (III.66.5)$$

$$E(t) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \sum_{i=1}^{jN} \frac{(jN)! e^{-\frac{nN(1+R)t}{M\tau}} n^i n^{i-1} n N^{i-1} t^i t^{-1} (1+R)^i (1-n)^{jN-i}}{(jN-i)! i! (i-1)! (M\tau)^i} \quad (\text{III.66.7})$$

Sustituyendo la ecuación III.40 en la ecuación III.103 para normalizarla con respecto al tiempo y reordenando se tiene:

$$E(\theta) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R^{j-1}}{(1+R)^j} \frac{nN}{M} \sum_{i=1}^{jN} \frac{(jN)! e^{-\frac{nN(1+R)\theta}{M}} \left(\frac{nN\theta}{M}\right)^{i-1} n^i (1+R)^i (1-n)^{jN-i}}{(jN-i)! i! (i-1)!} \quad (\text{III.67})$$